GONIOMETRE A PRISME ET RESEAU - SPECTROMÉTRIE

On prendra soin de reporter dans le compte-rendu :
courbes visualisées, mesures et leur incertitude, commentaires et interprétations.

Objectifs :

— Etudier, en lumière monochromatique, la déviation produite par un prisme en fonction de l'angle d'incidence.

— Etudier, en lumière polychromatique, la dispersion de la lumière par un prisme. En déduire une loi de variation de l'indice de réfraction du verre constituant le prisme en fonction de la longueur d'onde (loi de Cauchy).

— Construire un spectromètre à prisme et l'utiliser.

— Construire un spectromètre à réseau, et l'utiliser.

Prérequis : Cours et TP-Cours d'Optique de 1ère période (réfraction, prisme, lunette autocollimatrice, collimateur).

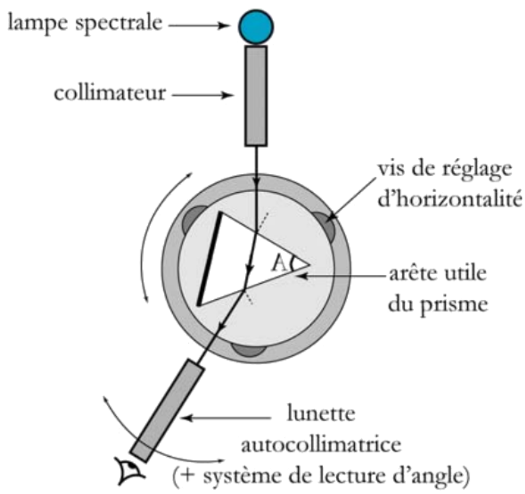
I. Description du goniomètre

Un goniomètre est un appareil servant à effectuer des mesures d'angles (de gônia « angle » et metron « mesure, évaluation »).

Il possède une **plateforme** pouvant tourner autour d'un axe noté Δ, et sur laquelle on placera un dispositif permettant de disperser la lumière : un **prisme** ou un **réseau**.

Un **collimateur** permet d'éclairer le prisme par un faisceau de lumière parallèle, le faisceau émergent pouvant être visé par une **lunette autocollimatrice** réglée à l'infini.

L'*oculaire* de la lunette est muni d'un *réticule* pour réaliser le pointage du faisceau émergent. Un système de graduation sous la lunette avec **vernier** permet une lecture précise de la position angulaire de la lunette (annexe A).



II. Réglages préliminaires

Avant toute mesure, il est nécessaire de régler le goniomètre pour que les mesures ne soient pas biaisées.

Le goniomètre est réglé si :

1. la lunette est réglée à l'infini,

2. le collimateur est réglé à l'infini,

3. l'axe optique de la lunette est orthogonal à l'axe de rotation de la plateforme Δ,

4. l'élément dispersif utilisé (ici le prisme) est bien positionné sur la plateforme, et la plateforme réglée de sorte que les faces du prisme soient parallèles à Δ.

L'inclinaison de l'axe optique de la lunette se règle à l'aide d'une vis d'horizontalité notée V_H, située sous l'objectif.
Les trois vis de réglage de l'inclinaison de la plateforme sont notées V_1, V_2, V_3. Il est préférable de s'assurer dès le début qu'elles sont approximativement réglées à mi-course, et la plateforme à peu près horizontale.
Pour le fonctionnement et les réglages de la lunette autocollimatrice, se référer au TP-cours d'optique, pour le collimateur à l'annexe C.

II.II.1. Réglage de la lunette autocollimatrice

- ***MANIP 1***

— Régler la netteté du réticule de la lunette grâce à l'oculaire.

— À l'aide d'un miroir plan, régler la lunette par autocollimation pour qu'elle vise à l'infini.

II.II.2. Réglage du collimateur

- ***MANIP 2***

— Éclairer la fente du collimateur avec la lampe spectrale au mercure. Disposez la lampe correctement vis à vis de la fente de manière à disposer d'un éclairement maximal en sortie du collimateur.

— Régler le collimateur (voir annexe) à l'aide de la lunette autocollimatrice, préalablement réglée.

— Ajuster la largeur de la fente et son orientation pour que son image dans la lunette soit fine et droite.

II.II.3. Réglage de l'horizontalité de l'axe optique de la lunette

a) Réglage approximatif

Observer la fente du collimateur avec la lunette. En réglant V_H placer l'image de la fente du collimateur au centre de la lunette.

b) Réglage fin

On utilise un miroir plan dont les deux faces sont parallèles et réfléchissantes (une lame à faces parallèles joue très bien ce rôle). On notera $\mathcal{M}_1$ et $\mathcal{M}_2$ ses deux faces. On observe à l'aide de la lunette avec la source interne allumée et la séparatrice intercalée. Le réglage consiste à superposer le réticule $\mathcal{R}$ à son image $\mathcal{R}'$.

- ***MANIP 3 : Réglage fin de l'horizontalité de la lunette***

— Positionner le miroir le long de l'axe V_2V_3.

— Superposer $\mathcal{R}'$ à $\mathcal{R}$ en réglant l'inclinaison du miroir par la vis V_1.
$\longrightarrow$ *A ce stade, l'axe optique de la lunette est orthogonal au miroir* [a] *(face $\mathcal{M}_1$ en avant).*

— Tourner la plateforme de 180° (face $\mathcal{M}_2$ en avant).
$\longrightarrow$ *A ce stade, $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$ ne sont alors plus superposés si la lunette n'est pas encore horizontale* [b].
Réduire de moitié la distance entre les 2 traits horizontaux de $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$ en ajustant la lunette [c] via V_H.
$\longrightarrow$ *A ce stade, l'axe optique de la lunette est maintenant horizontal, donc orthogonal à Δ.*

— En pratique le réglage précédent n'est en général pas parfait du premier coup [d]. On retourne donc la plateforme (face $\mathcal{M}_1$ en avant), et on réitère les 2 étapes précédentes jusqu'à obtenir des réticules superposés quelque soit la face du miroir.

a. L'axe optique de la lunette fait alors un angle ε avec l'horizontale, et le miroir fait un angle ε avec l'axe Δ.
b. L'angle entre les faisceaux incident et émergent est alors de 4ε.
c. Cela correspond à une rotation de la lunette d'un angle ε.
d. La division par 2 de l'intervalle entre $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$ se fait "au jugé", elle est donc approximative.

II.II.4. Réglage de l'inclinaison de la plateforme

Attention : Le but réglage suivant est que les 2 faces utiles du prisme soient parallèles à Δ. Il est donc nécessaire de positionner le prisme pour ajuster ensuite l'inclinaison de la plateforme. Avant de le faire, il est indispensable de repérer la position de la raie correspondant au faisceau non dévié, qui est la référence pour la mesure des déviations.

- ***MANIP 4 : Origine des déviations angulaires***

En l'absence d'instrument sur la plateforme, viser la raie du collimateur à l'aide de la lunette, et repérer sa position θ_0 sur le vernier. Evaluer l'incertitude $\Delta\theta_0$.

Positionnement du prisme :
Celui-ci se fait à l'oeil nu, donc **sans utiliser la lunette**. Réfléchir d'abord à la position de la base du prisme : droite ou gauche ? Le signe des déviations en dépend. Ensuite trois critères sont à remplir [1] :

1. La bissectrice de l'angle de l'arête utile du prisme doit être positionnée sur un diamètre de la plateforme.
2. Les 2 faces utiles du prisme sont positionnées chacune en face d'une vis (ex : V_1 et V_2), de façon à rendre le réglage plus rapide (l'effet des vis sur l'inclinaison des faces est plus fort).
3. L'intégralité du faisceau incident doit entrer dans la face d'entrée, et sortir par la face de sortie, et ce dans des conditions normales d'utilisation c'est-à-dire au voisinage du minimum de déviation. Cela se traduit par le fait qu'en vision directe (sans la lunette), on voit entièrement l'image de la lentille du collimateur à travers la face de sortie.

Lorsque ces trois critères sont vérifiés, l'arête du prisme est en général localisée **près du centre de la plateforme, légèrement excentrée**.

- ***MANIP 5 : Positionnement du prisme***

— Positionner le prisme en vérifiant les 2 premiers critères. Tourner la plateforme de façon à être en incidence oblique (situation typique du minimum de déviation).

— Observer à l'oeil nu à travers la face de sortie de façon à voir la lentille du collimateur. Si besoin, translater latéralement le prisme dans la direction de sa bissectrice de façon à la visualiser entièrement.
$\longrightarrow$ *A ce stade, vous devez voir des raies colorées correspondant au spectre de la lampe spectrale.*

— Tourner la plateforme en suivant du regard l'une des raies (ex : la verte). Identifier la position du maximum de déviation lorsque la raie rebrousse chemin [a].

— Vérifier alors qu'on voit toujours entièrement la lentille du collimateur et qu'elle est centrée par rapport à la face du prisme. Si besoin translater de nouveau légèrement le prisme le long de sa bissectrice.
$\longrightarrow$ *A ce stade, le prisme est correctement positionné pour effectuer des mesures au voisinage du minimum de déviation, de part et d'autre.*

a. La lunette inverse l'image. Donc lorsque l'on observe à l'oeil nu, non seulement l'ordre des couleurs des raies est inversé, mais aussi la raie rebrousse chemin dans le sens contraire : on a l'impression de voir un maximum de déviation.

Inclinaison de la plateforme : On note respectivement $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_2$ les deux faces utiles du prisme situées en face des vis V_1 et V_2. On observe à l'aide de la lunette avec la source interne allumée et la séparatrice intercalée. Le réglage consiste à faire en sorte que $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_2$ soient parallèles à l'axe Δ, par superposition des réticules $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$ grâce aux vis V_1 et V_2.

- ***MANIP 6 : Inclinaison de la plateforme***

— Tourner la plateforme pour viser la face $\mathcal{F}_1$.

— Superposer les réticules grâce à la vis V_1, qui se situe alors entre la lunette et $\mathcal{F}_1$.

— Tourner la plateforme de 180° pour viser la face $\mathcal{F}_2$.

— Superposer les réticules grâce à la vis V_2, qui se situe alors entre la lunette et $\mathcal{F}_2$.

— Réïtérer les étapes précédentes jusqu'à ce que les réticules soient restent superposés après un changement de face. Le processus converge rapidement [a].

a. à condition que la plateforme ne soit pas trop déréglée au départ... à vérifier au préalable.

Félicitations ! ! ! Le goniomètre à prisme est maintenant réglé ! ! !
Evitez de déplacer le prisme à présent...

1. Plus précisément, le $3^{\text{ème}}$ critère est fondamental pour une bonne visualisation. Le 2^{nd} est utile pour ne pas trop incliner la plateforme lors du réglage suivant. Le 1^{er} est naturel mais pas fondamental puisque les faisceaux sont parallèles. Toutefois il facilite grandement la réalisation du $3^{\text{ème}}$ critère.

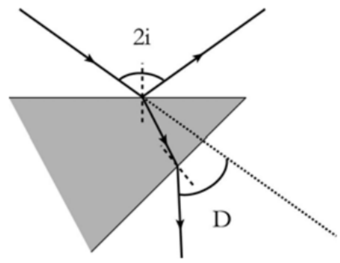
III. Étude de l'angle de déviation D

On indique les caractéristiques des principales raies visibles de la lampe spectrale au mercure :

intensité	intense	pâle	intense	pâle	très intense	intense
couleur	violet 2	violet 1	bleu-violet	vert-bleu	vert	doublet jaune
λ (nm)	404,7	407,8	435,8	491,6	546,1	577,0 et 579,1

III.III.1. Étude de la variation de la déviation en fonction de l'angle d'incidence

On ne s'intéresse dans ce paragraphe qu'à la **raie verte** du mercure.
Les repérages d'angles se font par visée de raies à la lunette autocollimatrice, en positionnant l'image de la fente visée en coïncidence avec le réticule de la lunette.



Q : En considérant la figure ci-contre, expliquez comment mesurer l'angle d'incidence i et la déviation D correspondante.

On prendra toujours soin de consigner les mesures brutes de position angulaire indiquées par le vernier (θ_i, θ_d...) avant de calculer les angles recherchés (i, D etc).

- ***MANIP 7 : Déviation minimale pour la raie verte***

— Commencez par mesurer la déviation minimale D_m observée pour la raie verte lorsque i varie (tourner la plateforme supportant le prisme et suivre la raie verte avec la lunette).

— Indiquez comment repérer facilement le minimum de déviation.

— Évaluez l'incertitude ΔD_m sur la mesure de D_m.

— Mesurez la valeur de l'angle d'incidence i_m correspondant au minimum de déviation et précisez son incertitude Δi_m.

- ***MANIP 8 : Courbe*** $D = f(i)$

Pour les valeurs de déviation D et d'angle d'incidence i mesurables, tracez le graphe de la déviation en fonction de l'angle d'incidence, $D = f(i)$, sur papier millimétré. Commentez.

III.III.2. Évolution du minimum de déviation $D_{\mathrm{m}\,\lambda}$ avec la longueur d'onde λ

Vous venez d'observer l'existence d'un minimum de déviation $D_{\mathrm{m}\,\lambda}$, unique pour une onde monochromatique, et qui apparaît pour un angle $i_{\mathrm{m}\,\lambda}$. Nous allons maintenant voir si cette déviation minimale $D_{\mathrm{m}\,\lambda}$ est identique pour les autres longueurs d'onde du spectre visible du mercure.

- ***MANIP 9***

— Déterminez la déviation minimale $D_{\mathrm{m}\,\lambda}$ pour chacune des raies du spectre visible du mercure.

— Tracez la courbe $D_{\mathrm{m}} = f(\lambda)$ avec les barres d'erreur. Commentez.

IV. Étude de la dispersion par le prisme et application

IV.IV.1. Détermination de l'indice n du prisme (cf annexe C)

On montre (voir annexe C) que le minimum de déviation $D_{\mathrm{m}\,\lambda}$ et l'indice n du prisme sont reliés via l'angle A au sommet du prisme par la relation :

$$n = \frac{\sin[(D_m + A)/2]}{\sin[A/2]}$$

Comme le minimum de déviation $D_{\mathrm{m}\,\lambda}$ a été mesuré précédemment, il ne reste plus qu'à mesurer l'angle A au sommet du prisme pour déterminer n.

a. Mesure de l'angle A au sommet du prisme

On utilise le dispositif d'autocollimation de la lunette (éclairage interne). L'orientation d'une face du prisme peut être déterminée en faisant tourner la lunette jusqu'à superposition du réticule et de son image provenant de la réflexion partielle sur la face du prisme. L'axe optique de la lunette est alors orthogonal à cette face.

Q : Proposez une méthode, utilisant la détermination de l'orientation des faces, pour mesurer l'angle A au sommet du prisme. Faites un schéma.

• ***MANIP 10***

— Déterminez la position angulaire θ de la normale à une face du prisme.

— Indiquez la valeur mesurée de A et l'incertitude ΔA sur la mesure de A.

b. Variations de l'indice optique n avec la longueur d'onde

• ***MANIP 11***

— Déduire des mesures de A et de $D_{\mathrm{m}\,\lambda}$ les valeurs de $n(\lambda)$ pour les différentes longueurs d'ondes des raies du mercure.

— Calculez les valeurs des incertitudes [a] $\Delta n(\lambda)$. Commentez : les faibles variations de n mesurées ont-elles un sens ?

— En traçant le graphique approprié, vérifiez que l'indice du prisme suit la loi de Cauchy : $n(\lambda) = a + \frac{b}{\lambda^2}$. Reportez les incertitudes Δn sur le graphique.

— Déterminez les coefficients a et b du verre du prisme. Déterminer les incertitudes Δa et Δb par la méthode des droites extrêmes.

a. Les incertitudes sur $D_{\mathrm{m}\,\lambda}$ et A étant identiques (ou quasiment), l'incertitude Δn sur l'indice n s'exprime (*à retrouver chez vous en exercice*) : $\Delta n = \frac{\varepsilon}{2\tan(A/2)}$ où les $\varepsilon = \Delta A = \Delta D_{\mathrm{m}\,\lambda}$ doivent être exprimées en radians.

IV.IV.2. Pouvoir dispersif du prisme

Les différents verres étant plus ou moins dispersifs, on quantifie leur dispersion à l'aide du « pouvoir dispersif » K :

$$K = \frac{n_F - n_C}{n_D - 1}$$

où les indices D, F et C sont respectivement pour les longueurs d'onde : $\lambda_D = 589,3\,\mathrm{nm}$ (longueur d'onde moyenne du doublet jaune du sodium), $\lambda_F = 486,1\,\mathrm{nm}$ (raie bleue de l'hydrogène) et $\lambda_C = 656,3\,\mathrm{nm}$ (raie rouge de l'hydrogène). Plus K est grand, plus le verre est dispersif.

• ***MANIP 12***

— Déduisez de votre étude précédente la valeur du pouvoir dispersif du verre constituant votre prisme.

— Comparez la valeur obtenue avec celles des familles usuelles de verres : $K \sim 1/60$ pour les verres crowns (peu dispersifs) et $1/50 < K < 1/30$ pour les verres flints (très dispersifs).

IV.IV.3. Application à la spectrométrie

Remplacez la lampe au mercure par une lampe au sodium.

• ***MANIP 13 : Mesure grossière du doublet jaune du sodium***

— Déterminez expérimentalement la(les) longueur(s) d'onde du spectre de cette lampe, avec leurs incertitudes. Comment procédez-vous ?

— Comparez à la valeur tabulée : doublet jaune : $\lambda = 589,0\,\mathrm{nm}$ et 589,6 nm.

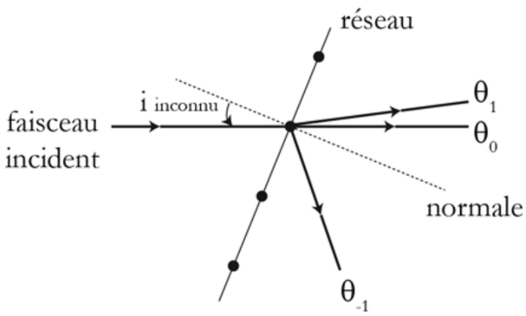
V. Augmentation du pouvoir de résolution : utilisation d'un réseau (cf annexe D)

Afin de séparer ces longueurs d'onde, nous allons changer d'élément dispersif et utiliser, à la place du prisme, un réseau. Pour caractériser les performances d'un spectroscope, on définit son *pouvoir de résolution* ou *pouvoir séparateur*,

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda},$$

où $\Delta\lambda$ est l'intervalle minimal de longueurs d'onde séparable par l'instrument. En théorie ce pouvoir est limité de façon ultime par la diffraction (cf cours de 2ème année).

Sur le goniomètre, on se heurte à la difficulté de repérer la normale au réseau et donc de mesurer les angles d'incidence i et d'émergence i' qui apparaissent dans la relation des réseaux (cf. annexe D) . En revanche, on pointe facilement la position angulaire θ_0 de la raie d'ordre 0, qui se trouve en face du collimateur, et qui a le mérite de ne pas être dispersée, c'est-à-dire d'avoir la même couleur que la source (se voit bien avec une lampe à vapeur de mercure). De même, on pointe facilement les positions angulaires θ_p et θ_{-p} des raies dispersées d'ordre p et $-p$ correspondant à une longueur d'onde donnée.



On souhaite travailler dans les conditions d'**incidence normale**

$$i = \theta_0 = 0\,,$$

ce qui implique la **symétrie** $\theta_{-p} = -\theta_p$. Pour obtenir ces conditions, on mesure les écarts angulaires observés entre les ordres ± 1 et 0, et s'il y a dissymétrie, on fait tourner le réseau d'un angle égal à la moitié de la différence. Après quelques ajustements on converge vers l'incidence normale.

• ***MANIP 14 : Mesure précise du doublet jaune du sodium***

— Remplacer le prisme par le réseau 600 traits/mm à disposition. Orienter grossièrement le réseau pour que l'axe du collimateur soit approximativement perpendiculaire au réseau.

— À partir de l'angle de déviation nul (θ_0), se déplacer jusqu'à observer les premières raies sortantes (ordre d'interférence +1 ou -1). Distingue-t-on cette fois les deux raies du doublet ?

— En se basant par exemple sur la raie jaune la moins déviée, régler l'inclinaison du réseau pour être en incidence normale.

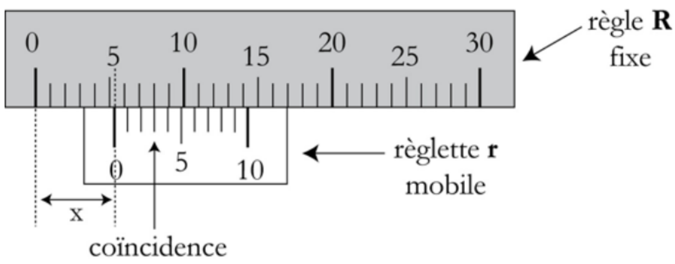
— Déterminer les longueurs d'ondes du doublet jaune du sodium.

— Que peut-on conclure sur la valeur du pouvoir de résolution de ce spectroscope ?

ANNEXE

A. Principe d'une lecture avec un vernier

Présentation



Un vernier (du nom de son inventeur, Pierre Vernier) est un système permettant l'amélioration de la précision de la lecture d'une position sur une règle **R**. Le vernier est constitué d'une réglette mobile, **r** (vernier), qui se déplace le long d'une règle fixe, **R**. C'est la position du zéro de la règle mobile **r** qui donne la position que l'on cherche à relever.

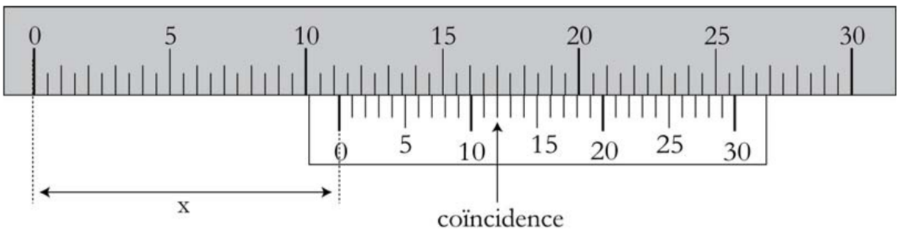
Un vernier est dit au n-ième si n graduations de **r** correspondent à $n-1$ graduations de **R**. L'exemple proposé ci-dessus est un vernier au $1/10$: 10 graduations de **r** correspondent à 9 graduations de **R** et donc 1 graduation de **r** représente $9/10$ divisions de **R**.

Lecture d'une position

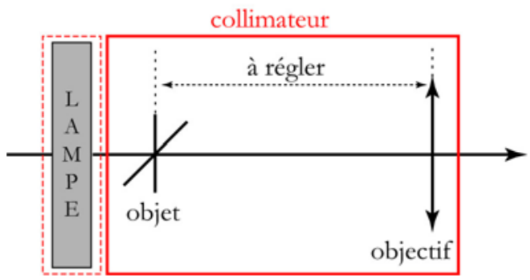
On voit sur l'exemple ci-dessus que la graduation 8 de **R** coïncide avec la graduation 3 de **r** donc : $8 = x + 3 * 9/10$ dont on tire $x = 8,3$.
La lecture de x peut se faire directement, sans calcul :

- repérer d'abord la graduation de la règle **R** immédiatement antérieure au zéro du vernier (ici entre les divisions 5 et 6 $\rightarrow x = 5, \dots$). Cela donne une lecture grossière de x, à une graduation de **R** près.
- puis repérer la graduation coïncidente de la règle **r** par rapport à **R** (ici la division 3) qui vient directement s'ajouter à la première lecture ($\rightarrow x = 5,3$).

Dans le cas d'une lecture d'angle, il est fréquent d'avoir des verniers au 30$^{\text{ème}}$: la réglette **r** possède 30 divisions correspondant à 29 divisions de **R**, graduée en demi-degrés, soit 14,5°. Sur l'exemple ci-dessous on lit : x=11°12'.



B. Collimateur



Le rôle d'un collimateur est de **former un objet à l'infini**, et donc un **faisceau parallèle**.
Il est constitué d'un **objectif** et d'un **objet** (qui dans ce TP est une fente de largeur et d'orientation réglables), éclairé par une **source** placée en amont [a].

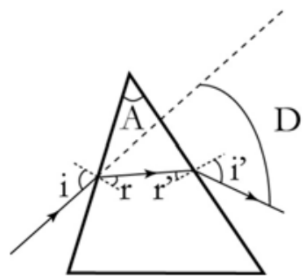
[a] Dans les collimateurs mobiles, l'objet peut être une cible plutôt qu'une fente, et la source peut parfois être déjà intégrée au collimateur.

Remarque : On pensera à utiliser judicieusement le réglage possible de la largeur de la fente.
Régler le collimateur consiste à ajuster la distance {objet-objectif} pour amener l'objet (fente ici) dans le plan focal objet de l'objectif. On obtiendra alors une image nette de la fente à l'infini.

Un collimateur peut donc se régler à l'aide d'une lunette autocollimatrice, préalablement réglée sur l'infini : observer l'image de la fente-source à travers la lunette et modifier la distance fente-objectif du collimateur pour que l'image vue à travers la lunette soit nette.

C. Rappels sur le prisme

On considère un prisme d'angle au sommet A, éclairé en lumière monochromatique. On appelle déviation D l'angle formé entre la direction du faisceau incident et celle du faisceau émergent : $D = i + i' - A$.
La déviation dépend de l'angle d'incidence. Par retour inverse de la lumière, il existe deux couples de solutions (i, i') pour une valeur de D donnée. Ainsi, lorsque D passe par son minimum D_m, on a $i = i' = i_\mathrm{m}$. D'où :



$$i_m = \frac{D_\mathrm{m} + A}{2}$$

D'après les relations de Descartes : $\sin i = n \sin r$ et $\sin i' = n \sin r'$.
De plus, des considérations géométriques donnent : $A = r + r'$.
Ceci mène à $r = r' = A/2$, et donc

$$n = \frac{\sin\left(\frac{D_\mathrm{m}+A}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

D. Réseau

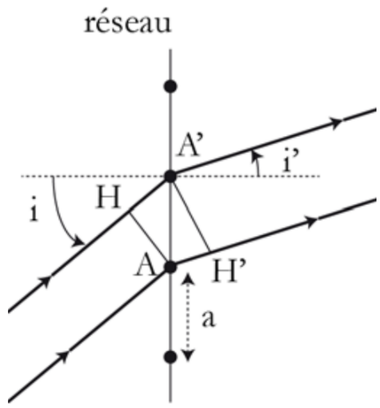
Un réseau plan est un ensemble de N fentes parallèles, de largeur ε, équidistantes d'une distance a appelée pas du réseau, et séparées par des intervalles opaques. On précise en général le **nombre de traits par unité de longueur** : $N = 1/a$.
Typiquement : $\varepsilon \sim 1\mu\mathrm{m}$, et $N \sim 10^3$ traits/mm.

Les N ondes émergeant des fentes interfèrent et l'on n'observe de la lumière transmise par le réseau que si ces ondes sont en phase. La différence de marche δ doit être un multiple entier de la longueur d'onde λ : $\delta = p\lambda$, où p est appelé ordre d'interférence).

On se placera dans le cas d'une fente-source à l'infini (collimateur) et d'une observation à l'infini (à l'aide d'une lunette). On considère un faisceau incident sur le réseau avec un angle i. Le faisceau diffracté est observé dans la direction formant un angle i' avec la normale au réseau.

Il y a interférence constructive pour :

$$\delta = AH' - A'H = a \sin i' - a \sin i = p\lambda \rightarrow \boxed{\sin i' - \sin i = p\,\frac{\lambda}{a}}$$



Ordre 0 (p=0) :
On observe, dans la direction du faisceau incident, une **non dispersion** de la lumière. Les raies sont toute non déviées. La frange centrale a donc même composition spectrale que la source. Cet ordre n'est donc pas utile pour faire du goniomètre un spectromètre.

Ordre +1 ou -1 :
Les raies sont dispersées : l'angle i' avec lequel la lumière est transmise par le réseau dépend de λ. Comme $\sin i'$ est une fonction croissante de la longueur d'onde, **le bleu est moins dévié que le rouge**. Attention, i' dépend également de i, c'est-à-dire de l'inclinaison du faisceau incident par rapport au réseau.