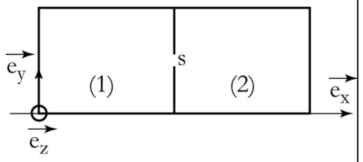
Introduction à la thermodynamique

EX 1 – Effusion gazeuse par un trou

Une enceinte est constituée de deux compartiments de même volume V, maintenus à la température T par un thermostat non représenté.

A $t = 0$, une mole de gaz parfait emplit le compartiment de gauche, noté (1), le compartiment de droite (2) étant vide. On perce alors un petit trou de section s entre les deux compartiments. La normale au trou est dirigée selon le vecteur unitaire $\overrightarrow{e}_x$.



On note N le nombre total de molécules et $N_i(t)$ celui dans chaque compartiment, à l'instant t. On considère un modèle simplifié, tel que les molécules de gaz ont des vitesses toutes de même module, égal à la vitesse quadratique moyenne u, et qui sont dirigées suivant $\overrightarrow{e}_x$, $-\overrightarrow{e}_x$, $\overrightarrow{e}_y$, $-\overrightarrow{e}_y$, $\overrightarrow{e}_z$ ou $-\overrightarrow{e}_z$.

1. a) Déterminer le nombre de particules $\mathrm{d}N_{1\to2}$ traversant le trou du compartiment (1) vers le (2) entre t et $t + \mathrm{d}t$.
   b) Déterminer de même $\mathrm{d}N_{2\to1}$.
2. a) En déduire les expressions de $\frac{\mathrm{d}N_1}{\mathrm{d}t}$ et de $\frac{\mathrm{d}N_2}{\mathrm{d}t}$ en fonction de N_1, N_2, s, u et V.
   b) Établir alors les expressions de N_1 et N_2 au cours du temps. Faire apparaître une constante de temps τ caractéristique du phénomène.
3. Application : Le compartiment (1) contient initialement un mélange de dihydrogène H_2 et dideutérium D_2. Quel gaz diffusera le plus vite dans le compartiment (2) ? En déduire une application pratique.

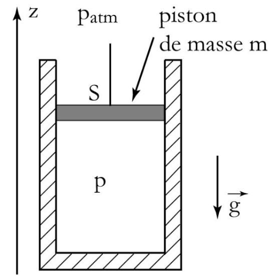
EX 2 – Condition d'existence d'une atmosphère

1. Calculer la vitesse de libération des molécules de dihydrogène et de diazote, à la surface de la Terre et de la Lune.
2. Calculer leur vitesse quadratique moyenne pour une atmosphère de 300 K. Conclure quant à la présence possible d'une atmosphère à cette température sur chaque astre.
3. Quel devrait être l'ordre de grandeur de la température pour que les molécules de diazote, constituant majoritaire de l'atmosphère terrestre, échappent à l'attraction terrestre ?

Données : $M_H = 1$ g.mol^{-1}, $M_N = 14$ g.mol^{-1}, $\mathcal{N}_A = 6.02\,10^{23}$ mol^{-1}, $k_B = 1.38\,10^{-23}$ J.K^{-1}, $\mathcal{G} = 6.67\,10^{-11}$ m^3.kg^{-1}.s^{-2}, $R_T = 6.4\,10^3$ km, $R_L = 1.8\,10^3$ km, $M_T = 6.0\,10^{24}$ kg, et $M_L = 7.4\,10^{22}$ kg.

EX 3 – Pression à l'équilibre dans un cylindre

Un cylindre de section $S = 10.0$ cm^2 est fermé hermétiquement par un piston, de masse $m = 200$ g, coulissant sans frottement. Le cylindre contient $n = 2.00\,10^{-2}$ mol d'un gaz parfait. On note p_{atm} la pression atmosphérique et $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{u}_z$ le champ de pesanteur terrestre.
Données : $g = 9.81$ m.s^{-2} et $R = 8.314$ J.K^{-1}.mol^{-1}.

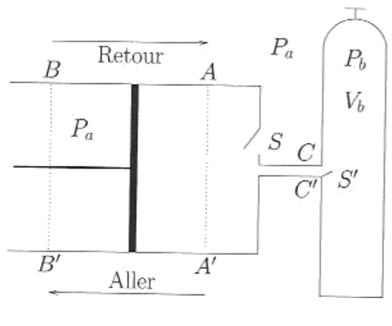


1. Déterminer la pression p du gaz contenu dans le cylindre à l'équilibre mécanique. A.N. en hPa, pour $p_{atm} = 1013$ hPa.
2. En déduire la hauteur h à laquelle se trouve le piston en fonction des données du problème. A.N. avec $T = 300$ K.
3. On suppose que la température T reste constante et égale à 300 K. Ce dispositif pourrait-il permettre de détecter des anticyclones (par ex : $p_{atm} = 1025$ hPa) et des dépressions (ex : $p_{atm} = 990$ hPa) ?

EX 4 – Remplissage d'une bouteille de plongée

Afin d'effectuer le remplissage d'une bouteille à parois indéformables, de volume V_b, on utilise un compresseur constitué d'un cylindre, de deux soupapes $\mathcal{S}$ et $\mathcal{S}'$, et d'un piston mobile sans frottement entre les positions extrêmes $AA4$ et BB'.

- Lors de l'aller (phase d'aspiration), la soupape $\mathcal{S}$ est ouverte alors que $\mathcal{S}'$ est fermée. On a alors admission de l'air atmosphérique dans le cylindre à la pression p_{atm}.
- Lors du retour (phase de compression), l'air dans le cylindre est comprimé de la pression p_a à la pression p_b : la soupape $\mathcal{S}$ est fermée alors que la soupape $\mathcal{S}'$ s'ouvre dès que la pression dans le cylindre devient supérieure à celle de la bouteille p_b.



Quand le piston est en AA', le volume limité par le piston et la section CC' est $V_{\min}$. Quand le piston est en BB', ce volume est égal à $V_{\max}$. Les transformations de l'air sont isothermes (à la température T_a de l'atmosphère), quasistatiques, et l'air est toujours considéré comme un gaz parfait.
Données : $V_b = 5,0 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$, $V_{\min} = 2,0 \times 10^{-5}\,\mathrm{m}^3$, $V_{\max} = 5,0 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$, $T_a = 293\,\mathrm{K}$ et $R = 8,31\,\mathrm{JK^{-1}mol^{-1}}$.

1. La pompe n'ayant encore pas fonctionné, l'état initial du système est le suivant :
   — bouteille : pression $p_b = p_{\mathrm{atm}}$, température $T_b = T_a$;
   — cylindre : pression p_{atm}, température T_a, position du piston AA'.
   Le piston fait un aller-retour. Déterminer la pression à l'intérieur de la bouteille à la fin de cette transformation. En déduirela variation Δn du nombre de moles contenu dans la bouteille.
2. Le compresseur ayant fonctionné, l'état du système est alors le suivant :
   — bouteille : pression $p_b = p$, température $T_b = T_a$;
   — cylindre : pression p, température T_a, position du piston AA'.
   - **a)** Le piston fait un aller-retour. Déterminer le volume d'air V' dans le cylindre lorsque la soupape $\mathcal{S}'$ s'ouvre, puis la pression p' dans la bouteille à la fin de cette opération, en fonction de p, V_b, p_{atm}, $V_{\min}$ et $V_{\max}$.
   - **b)** En déduire en fonction des mêmes grandeurs, la variation Δp de la pression à l'intérieur de la bouteille. Déterminer la pression maximale $p_{\max}$ que l'on peut obtenir par ce procédé et interpréter le résultat obtenu.
   - **c)** Calculer Δp et $p_{\max}$ pour $p = 0,2\,10^7$ Pa.
3. On considère l'instant t de la question **2.**, l'état du système étant identique. Le compresseur fait α allers-retours par seconde. Etablir l'équation différentielle liant p et $\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t}$ (en assimilant la durée finie Δt à une durée infinitésimale $\mathrm{d}t$). On introduira un temps caractéristique τ à exprimer.
4. - **a)** Le compresseur ayant démarré à l'instant $t = 0$ avec les conditions initiales de la question **1.**, déterminer la pression $p(t)$ à un instant quelconque.
   - **b)** Pour $\alpha = 4$ allers-retours par seconde, calculer le temps T au bout duquel la pression p dans la bouteille est égale à $0,5 \times 10^7$ Pa.

EX 5 – Mélange de gaz

Un mélange gazeux contient 15 g de monoxyde de carbone CO et 15 g de dioxyde de carbone CO_2. La pression totale est $p = 5,0 \times 10^4$ Pa à la température $T = 300\,\mathrm{K}$.

1. Calculer la densité du mélange.
2. Quelles sont les pressions partielles en CO et CO_2 ?

Données : $M_O = 16\,\mathrm{g.mol^{-1}}$, $M_C = 12.\mathrm{g\,mol^{-1}}$.

EX 6 – Thermistance

Les thermomètres électriques présentent l'avantage de fournir un signal électrique pouvant être directement utilisé pour l'acquisition informatique ou l'enregistrement. La thermistance en est un exemple. Il s'agit d'un élément passif réalisé en semi-conducteur dont la résistance varie fortement avec la température, selon la loi :

$$R = R_0\, e^{B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)}$$

avec $T_0 = 300$ K, $R_0 = 1,0 \times 10^3$ uSI et $B = 4,0 \times 10^3$ uSI. La valeur de la résistance est obtenue à l'aide d'un ohmmètre. On définit le *coefficient thermique* k qui exprime la variation relative de résistance par kelvin :

$$k = \frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}T}$$

.

1. Que représente la quantité R_0 ? Indiquer les unités SI de R_0, de B et de k.
2. - **a)** Déterminer l'expression de k pour ce thermomètre.
   - **b)** En déduire si ce thermomètre sera plus sensible pour les hautes ou basses températures.
3. - **a)** Calculer le coefficient thermique k à 300 K.
   - **b)** Sachant que l'on mesure la résistance avec une incertitude relative de 0.1%, quelle variation de température peut-on détecter au voisinage de 300 K ?
   - **c)** Expliquer pourquoi nous avons plutôt intérêt à utiliser une thermistance dont la résistance est élevée ($\sim 15\,\mathrm{k\Omega}$) plutôt qu'une thermistance dont la résistance est faible ($\sim 100\,\Omega$ par exemple).
4. Un inconvénient des thermistances est que la variation de résistance en fonction de la température n'est pas linéaire. Montrer que si T reste voisin de T_0 on peut se contenter d'une relation de la forme $R = a + bT$. Déterminer littéralement a et b puis les calculer.