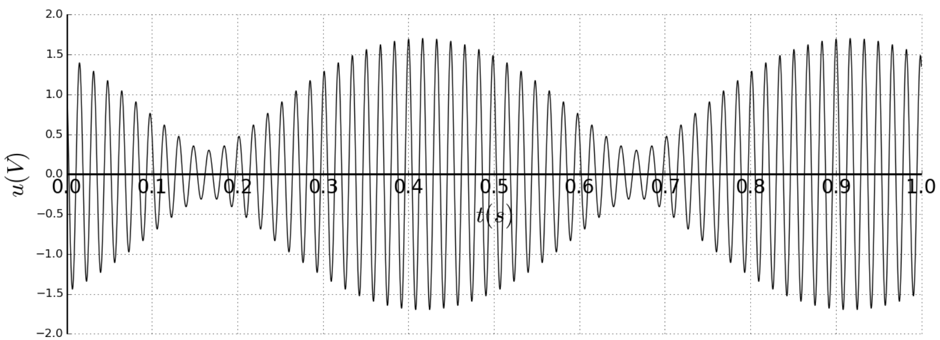
Superposition d'ondes

EX 1 – Moyenne d'une superposition de signaux sinusoïdaux

1. Soient deux signaux sinusoïdaux synchrones $s_1(t) = S_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ et $s_2(t) = S_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$. Dans quelle condition a-t-on additivité des moyennes quadratiques : $<(s_1(t) + s_2(t))^2> = <s_1(t)^2> + <s_2(t)^2>$
2. On considère maintenant des signaux non synchrones : $s_1(t) = S_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1)$ et $s_2(t) = S_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$ avec $\omega_1 \neq \omega_2$? Le signal est-il toujours périodique ? Quel est son spectre ? Comment définir la valeur moyenne ?

EX 2 – Battements

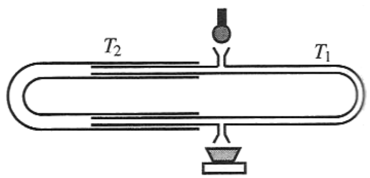
On observe ci-dessous l'enregistrement de la somme de deux signaux électriques sinusoïdaux. Déterminer la fréquence et l'amplitude de chacun des signaux.



EX 3 – Trombone de Kœnig

Le *trombone de Kœnig* est un dispositif de laboratoire permettant de faire interférer deux ondes sonores ayant suivi des chemins différents.

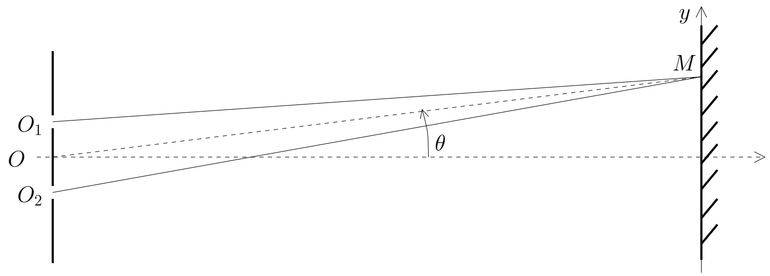
Le haut-parleur, alimenté par un générateur de basses fréquences, émet un son sinusoïdal de fréquence $f = 1500\,\text{Hz}$. On mesure le signal de sortie avec un microphone branché sur un oscilloscope. En déplaçant la partie mobile T_2 on fait varier l'amplitude du signal observé.



Elle passe deux fois de suite par un minimum lorsqu'on déplace T_2 d'une distance $d = 11,5\,\text{cm} \pm 2\,\text{mm}$. Déterminer la valeur de la célérité du son dans l'air à 20°C, qui est la température de l'expérience.

EX 4 – Expérience des trous d'Young - Contraste

On considère un système de deux trous d'Young à une distance de a l'un de l'autre, éclairés par un faisceau laser parallèle de longueur d'onde λ. L'onde plane incidente est diffractée par les deux trous. Ceux-ci sont si petits que l'on peut les assimiler à deux sources secondaires ponctuelles O_1 et O_2 qui émettent dans toutes les directions des ondes synchrones sphériques d'amplitude $E_{1\,m}$ et $E_{2\,m}$. Ces ondes se superposent au point M au niveau d'un écran situé à une distance D très grande devant a. Comme l'onde incidente est plane, les champs électriques $E_1(O_1, t)$ et $E_2(O_2, t)$ sont en phase. Mais le faisceau incident étant étroit, on considère a priori des amplitudes différentes $E_{1\,m} \neq E_{2\,m}$. On négligera la décroissance spatiale de l'amplitude propre aux ondes sphériques.



1. Donner la forme des 2 ondes au point M : $E_1(M, t)$ et $E_2(M, t)$ en fonction des distantes O_1M et O_2M notamment et des autres données. Expliquer l'allure de l'image observée sur l'écran en vous appuyant des représentations de Fresnel, en fonction du déphasage $\Delta\varphi(M)$ entre les deux ondes en M.
2. On rappelle que l'éclairement [1] est proportionnel à la moyenne du carré du champ électrique : $\mathcal{E} = K < E^2 >$.
   Calculer l'éclairement $\mathcal{E}$ au point M en fonction de $\Delta\varphi(M)$.
3. On définit le *contraste de la figure d'interférence* par
   $$C = \frac{\mathcal{E}_{\max} - \mathcal{E}_{\min}}{\mathcal{E}_{\max} + \mathcal{E}_{\min}},$$
   où $\mathcal{E}_{\max}$ et $\mathcal{E}_{\min}$ sont respectivement les éclairements maximal et minimal observés. Exprimer C en fonction du rapport $x = \frac{\mathcal{E}_{\min}}{\mathcal{E}_{\max}}$. Dans quel cas le contraste est-il maximal ?
4. Exprimer le déphasage $\Delta\varphi(M)$ en fonction de θ puis de y. On pourra faire un calcul approximatif sachant que $D \gg a$ et $\theta \ll 1$. En déduire l'expression de l'*interfrange* (la distance entre les franges sombres ou entre les franges brillantes) en fonction notamment de λ.

1. Puissance par unité de surface dans la direction du vecteur d'onde.

EX 5 – Contrôle actif du bruit en espace libre

La méthode du contrôle actif du bruit consiste à émettre une onde sonore qui, superposée à l'onde sonore du bruit, l'annule par interférence destructive. Pour modéliser la méthode, on suppose que la source primaire du bruit P est ponctuelle et qu'elle émet une onde sinusoïdale de longueur d'onde λ. On crée une source sonore secondaire ponctuelle S qui est située à distance $PS = a$ de la source primaire et qui émet une onde de même longueur d'onde.

1. On souhaite annuler le bruit en un point M. Quelle relation doit vérifier le déphasage $\Delta\varphi_0$ que la source doit présenter par rapport à la source primaire en fonction des distances PM et SM et de λ ?
2. En réalité, l'amplitude d'une onde sphérique décroît naturellement au cours de la propagation, de façon inversement proportionnelle à la distance parcourue. On note A_P et A_S les amplitudes à la source des deux ondes. Que doivent-elles vérifier pour que le bruit soit parfaitement éliminé ?
3. Le point M étant fixé, justifier et représenter l'allure des courbes de l'espace où l'interférence est destructive. Comment cette figure évolue-t-elle lorsqu'on fait varier le rapport λ/a ? Cette méthode est-elle plus efficace pour les grâves ou pour les aigus ?

EX 6 – Tube à ondes stationnaires de Kundt

Un *tube de Kundt* sert à mesurer le coefficient d'absorption sonore des matériaux poreux. Le tube est rectiligne, d'axe $0z$, de longueur L. Un haut-parleur, placé à l'entrée (gauche) du tube, est alimenté par une tension sinusoïdale de pulsation ω. A l'autre extrémité, on ferme le tube à l'aide d'un matériau dur réfléchissant. On note c la célérité des ondes sonores.

1. Exprimer la surpression $p_i(z,t)$ de l'onde sonore émise par le haut-parleur.
2. Exprimer la surpression $p_r(z,t)$ de l'onde réfléchie à l'extrémité droite. On admettra que la surface réfléchissante impose un ventre de pression à cet endroit, que l'on prendra comme origine spatiale ($z = 0$).
3. En déduire l'onde sonore globale $p(z,t)$. Montrer qu'il s'agit d'une onde stationnaire. La représenter à différents instants.
4. Comment peut-on mesurer la longueur d'onde dans ce dispositif ?

EX 7 – Notes sur une corde de guitare

On s'intéresse à une guitare dont les cordes sont de longueur $L = 64{,}2\,\text{cm}$. On indique ci-dessous les fréquences des 12 tons de référence dans la gamme tempérée [2].

	Do$_3$	Do$^\#_3$	Ré$_3$	Ré$^\#_3$	Mi$_3$	Fa$_3$	Fa$^\#_3$	Sol$_3$	Sol$^\#_3$	La$_3$	La$^\#_3$	Si$_3$
f (Hz)	262	277	294	311	330	350	370	392	415	440	466	494

1. Déterminer la célérité c de l'onde sur la corde afin que le fondamental soit un Do$_3$.
2. Quelles sont les notes correspondant aux harmoniques d'ordre n allant de 2 à 7 ? Dans le cas $n = 3$ par exemple, on utilise $3 = \frac{3}{2}\,2$ afin d'identifier la note une octave plus bas.
3. L'accord majeur (Do, Mi, Sol) est harmonieux. Lequel des harmoniques de la question précédente doit-on chercher à supprimer ? Où vaut-il alors mieux gratter la corde de guitare ?

Une guitare électrique comporte 6 corde en acier, de masse volumique $\rho = 7800\,\text{kg.m}^{-3}$. Le tableau ci-dessous fournit pour chaque corde la valeur de sa fréquence fondamentale lorsque la guitare est accordée, ainsi que son diamètre.

Corde N°	1	2	3	4	5	6
Fréquence du fondamental (Hz)	82,5	110	147	196	247	330
Diamètre d (mm)	1,12	0,89	0,70	0,55	0,35	0,25

4. Exprimer la tension de la corde T en fonction des données utiles, sachant que la célérité vérifie $c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ avec μ la masse linéïque de la corde.
5. Compléter le tableau en calculant numériquement les tensions nécessaires pour que la guitare soit accordée. Comparer à la tension usuelle d'un cordage de raquette de tennis, qui est dit de « 25 kg ».

2. Dans la gamme tempérée, une octave (un intervalle $[f;2f]$) est divisée en 12 demi-tons. On passe d'une note à la suivante en multipliant la fréquence par $\sqrt[12]{2}$.

PB 1 – Mesure du diamètre d'un cheveu

On souhaite mesurer le diamètre d'un cheveu en utilisant un laser de longueur d'onde $\lambda = 633\,\text{nm}$, un écran, un double décimètre gradué et un mètre ruban de 2 m. Comment procéder ? Quel est l'intervalle de diamètres mesurables ? Quelle précision maximale peut-on espérer ?

PB 2 – Diffraction par une porte

Doit-on considérer la diffraction des ondes lumineuses à travers une porte ? Qu'en est-il des ondes sonores ?