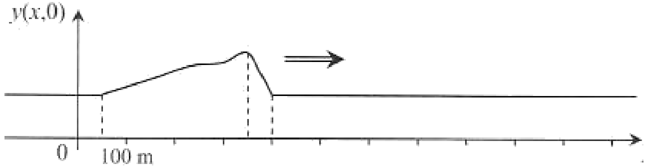
Signal et Propagation

EX 1 – Propagation d'un mascaret

Un mascaret est une vague solitaire remontant un fleuve au voisinage de son estuaire, provoquée par une interaction entre son écoulement et la marée montante. On considère ici un mascaret se déplaçant le long d'un fleuve rectiligne selon l'axe (Ox),) à la vitesse $c = 20\,\text{km.h}^{-1}$. A l'instant $t = 0$, le profil de l'eau a l'allure suivante :



1. Dessiner le profil de la vague à la date $t = 1,0\,\text{min}$, en supposant que l'onde se propage sans déformation.
2. Un surfeur attend à l'abscisse $x_s = 2,0\,\text{km}$. A quel instant recevra-t-il la vague ?
3. Un détecteur fixe, situé en $x_D = 1,4\,\text{km}$, enregistre la hauteur du fleuve en fonction du temps. Dessiner l'allure des variations observées : $y(x = x_D, t)$.
4. En réalité, l'onde se déforme [1] petit à petit car la vitesse de propagation augmente avec la profondeur. Comment évolue alors le profil de la vague ?

EX 2 – Propagation de trains d'ondes *

Une onde se propage dans la direction de l'axe (Ox), dans le sens positif avec la célérité c. La source est située en $x = 0$. Elle émet un train d'ondes, c'est-à-dire une oscillation de durée limitée τ :

$$s(0,t) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad t < 0 \\ \sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right) & \text{si} \quad 0 \le t < \tau \\ 0 & \text{si} \quad t \ge \tau \end{cases}$$

1. Exprimer $s(x,t)$ pour x positif quelconque.
2. Représenter $s\left(x, \frac{\tau}{2}\right)$ et $s\left(x, \frac{3\tau}{2}\right)$ en fonction de x pour $x > 0$ (prendre $\tau = 4T$ pour le dessin). Quelle est la longueur du train d'onde dans l'espace ?

1. Certains mascarets se comportent comme des *solitons* : ils ne se déforment pas grâce à un effet non-linéaire qui vient compenser la déformation causée par la *dispersion*.

EX 3 – Effet Doppler

On considère une source d'ondes sonores [2] en mouvement selon l'axe (Ox) à la vitesse $\vec{v} = v\,\vec{u}_x$. Cette source émet une onde sinusoïdale de fréquence f qui se propage selon (Ox). Un observateur immobile sur le trottoir est situé à l'abscisse $x = 0$. On note c la célérité des ondes dans le référentiel où l'air est immobile, c'est-à-dire celui lié à la route.

1. En raisonnant sur les maxima successifs de la fonction d'onde émise par la source, montrer que la période T' perçue par l'observateur est différente de $T = 1/f$ qui est celle perçue par le conducteur du véhicule. Calculer T' en fonction de T et des vitesses v et c.
2. En déduire f' en fonction de f et des vitesses v et c. Dans quel cas a-t-on $f' > f$ ou le contraire ?
3. Expliquer l'effet sonore perçu par un piéton dépassé par un véhicule roulant à vitesse constante.

EX 4 – Polarisation d'une onde électromagnétique

On considère un train d'onde électromagnétique se propageant dans le vide selon l'axe Oz, modélisé par un champ électrique transerse $\vec{E} = E_x\,\vec{u}_x + E_y\,\vec{u}_y$, avec

$$E_x(z,t) = E_{0x}\,\cos(\omega t - kz) \quad \text{et} \quad E_y(z,t) = E_{0y}\,\cos(\omega t - kz + \varphi)$$

On se place dans le plan transverse $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y)$, à la cote $z = 0$. Dans tous les cas suivants, on représentera l'allure de la trajectoire dessinée par le vecteur $\vec{E}(z = 0, t)$, c'est-à-dire celle du point de coordonnées $(E_x(z = 0,t), E_y(z = 0,t))$ dans le plan transverse, en indiquant son sens de parcours. On indiquera ensuite si l'onde est polarisée, et si oui comment.

1. $E_{0x} = E_{0y}$ et $\varphi = -\frac{\pi}{2}$, puis $\varphi = +\frac{\pi}{2}$
2. $E_{0x} > E_{0y} > 0$, et toujours $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$.
3. $E_{0x} > E_{0y} > 0$, et $\varphi = 0\ [\pi]$.
4. Cas général : $E_{0x} > E_{0y} > 0$, et φ quelconque, autre que les valeurs précédentes.

2. L'effet Doppler n'est pas propre aux ondes sonores, mais plus général. Toutefois le traitement rigoureux dans le cas des ondes électromagnétiques doit se faire dans le cadre de la théorie de la relativité, car la célérité de la lumière est indépendante du référentiel.