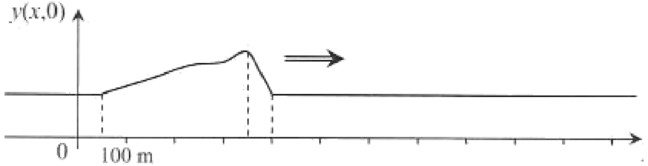
Phénomènes ondulatoires

EX 1 – Propagation d'un mascaret

Un mascaret est une vague solitaire remontant un fleuve au voisinage de son estuaire, provoquée par une interaction entre son écoulement et la marée montante. On considère ici un mascaret se déplaçant le long d'un fleuve rectiligne selon l'axe (Ox),) à la vitesse $c = 20\,\text{km.h}^{-1}$. A l'instant $t = 0$, le profil de l'eau a l'allure suivante :



1. Dessiner le profil de la vague à la date $t = 1,0\,\text{min}$, en supposant que l'onde se propage sans déformation.
2. Un surfeur attend à l'abscisse $x_s = 2,0\,\text{km}$. A quel instant recevra-t-il la vague ?
3. Un détecteur fixe, situé en $x_D = 1,4\,\text{km}$, enregistre la hauteur du fleuve en fonction du temps. Dessiner l'allure des variations observées : $y(x = x_D, t)$.
4. En réalité, l'onde se déforme[1] petit à petit car la vitesse de propagation augmente avec la profondeur. Comment évolue alors le profil de la vague ?

EX 2 – Propagation de trains d'ondes *

Une onde se propage dans la direction de l'axe (Ox), dans le sens positif avec la célérité c. La source est située en $x = 0$. Elle émet un train d'ondes, c'est-à-dire une oscillation de durée limitée τ :

$$s(0,t) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad t < 0 \\ \sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right) & \text{si} \quad 0 \leq t < \tau \\ 0 & \text{si} \quad t \geq \tau \end{cases}$$

1. Exprimer $s(x,t)$ pour x positif quelconque.
2. Représenter $s\left(x, \frac{\tau}{2}\right)$ et $s\left(x, \frac{3\tau}{2}\right)$ en fonction de x pour $x > 0$ (prendre $\tau = 4T$ pour le dessin). Quelle est la longueur du train d'onde dans l'espace ?

EX 3 – Effet Doppler

On considère une source d'ondes sonores[2] en mouvement selon l'axe (Ox) à la vitesse $\vec{v} = v\,\vec{u}_x$. Cette source émet une onde sinusoïdale de fréquence f qui se propage selon (Ox). Un observateur immobile sur le trottoir est situé à l'abscisse $x = 0$. On note c la célérité des ondes dans le référentiel où l'air est immobile, c'est-à-dire celui lié à la route.

1. En raisonnant sur les maxima successifs de la fonction d'onde émise par la source, montrer que la période T' perçue par l'observateur est différente de $T = 1/f$ qui est celle perçue par le conducteur du véhicule. Calculer T' en fonction de T et des vitesses v et c.
2. En déduire f' en fonction de f et des vitesses v et c. Dans quel cas a-t-on $f' > f$ ou le contraire ?
3. Expliquer l'effet sonore perçu par un piéton dépassé par un véhicule roulant à vitesse constante.

EX 4 – Moyenne d'une superposition de signaux sinusoïdaux

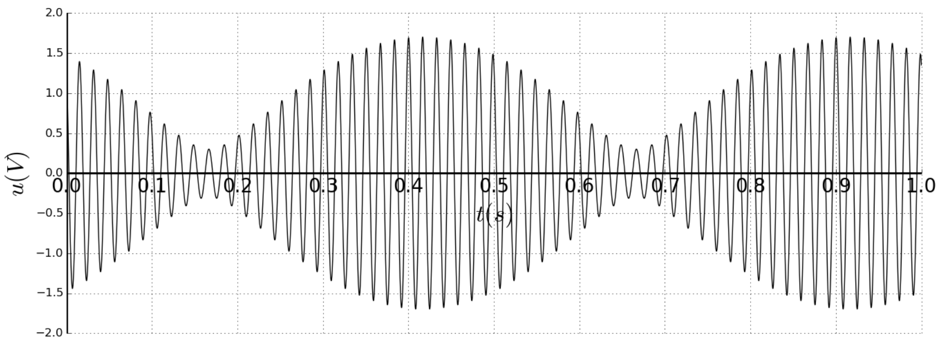
1. Soient deux signaux sinusoïdaux synchrones $s_1(t) = S_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ et $s_2(t) = S_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$. Dans quelle condition a-t-on additivité des moyennes quadratiques : $<(s_1(t) + s_2(t))^2> = <s_1(t)^2> + <s_2(t)^2>$
2. On considère maintenant des signaux non synchrones : $s_1(t) = S_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1)$ et $s_2(t) = S_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$ avec $\omega_1 \neq \omega_2$? Le signal est-il toujours périodique ? Quel est son spectre ? Comment définir la valeur moyenne ?

EX 5 – Battements

On observe ci-dessous l'enregistrement de la somme de deux signaux électriques sinusoïdaux. Proposer des valeurs compatibles pour la fréquence et l'amplitude de chacun des signaux.

1. Certains mascarets se comportent comme des *solitons* : ils ne se déforment pas grâce à un effet non-linéaire qui vient compenser la déformation causée par la *dispersion*.

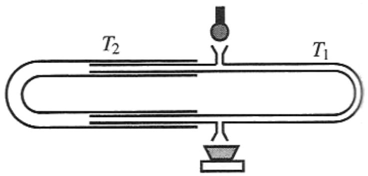
2. L'effet Doppler n'est pas propre aux ondes sonores, mais plus général. Toutefois le traitement rigoureux dans le cas des ondes électromagnétiques doit se faire dans le cadre de la théorie de la relativité, car la célérité de la lumière est indépendante du référentiel.



EX 6 – Trombone de Kœnig

Le *trombone de Kœnig* est un dispositif de laboratoire permettant de faire interférer deux ondes sonores ayant suivi des chemins différents.

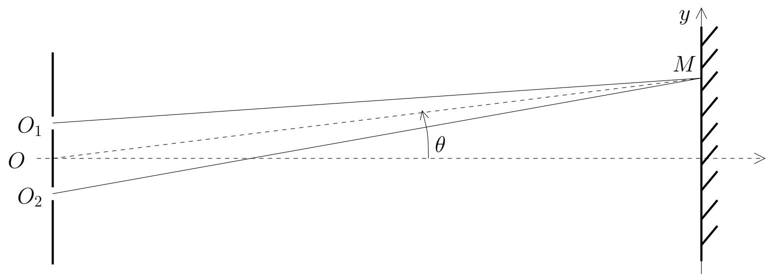
Le haut-parleur, alimenté par un générateur de basses fréquences, émet un son sinusoïdal de fréquence $f = 1500\,\text{Hz}$. On mesure le signal de sortie avec un microphone branché sur un oscilloscope. En déplaçant la partie mobile T_2 on fait varier l'amplitude du signal observé.



Elle passe deux fois de suite par un minimum lorsqu'on déplace T_2 d'une distance $d = 11,5\,\text{cm} \pm 2\,\text{mm}$. Déterminer la valeur de la célérité du son dans l'air à 20°C, qui est la température de l'expérience.

EX 7 – Expérience des trous d'Young - Contraste

On considère un système de deux trous d'Young à une distance de a l'un de l'autre, éclairés par un faisceau laser parallèle de longueur d'onde λ. L'onde plane incidente est diffractée par les deux trous. Ceux-ci sont si petits que l'on peut les assimiler à deux sources secondaires ponctuelles O_1 et O_2 qui émettent dans toutes les directions des ondes synchrones sphériques d'amplitude $E_{1\,m}$ et $E_{2\,m}$. Ces ondes se superposent au point M au niveau d'un écran situé à une distance D très grande devant a. Comme l'onde incidente est plane, les champs électriques $E_1(O_1,t)$ et $E_2(O_2,t)$ sont en phase. Mais le faisceau incident étant étroit, on considère a priori des amplitudes différentes $E_{1\,m} \neq E_{2\,m}$. On négligera la décroissance spatiale de l'amplitude propre aux ondes sphériques.



1. Donner la forme des 2 ondes au point M : $E_1(M,t)$ et $E_2(M,t)$ en fonction des distantes O_1M et O_2M notamment et des autres données. Expliquer l'allure de l'image observée sur l'écran en vous appuyant des représentations de Fresnel, en fonction du déphasage $\Delta\varphi(M)$ entre les deux ondes en M.
2. On rappelle que l'éclairement [3] est proportionnel à la moyenne du carré du champ électrique : $\mathcal{E} = K\ < E^2 >$.
   Calculer l'éclairement $\mathcal{E}$ au point M en fonction de $\Delta\varphi(M)$.
3. On définit le *contraste de la figure d'interférence* par
   $$C = \frac{\mathcal{E}_{\max} - \mathcal{E}_{\min}}{\mathcal{E}_{\max} + \mathcal{E}_{\min}}\,,$$
   où $\mathcal{E}_{\max}$ et $\mathcal{E}_{\min}$ sont respectivement les éclairements maximal et minimal observés. Exprimer C en fonction du rapport $x = \frac{\mathcal{E}_{\min}}{\mathcal{E}_{\max}}$. Dans quel cas le contraste est-il maximal ?
4. Exprimer le déphasage $\Delta\varphi(M)$ en fonction de θ puis de y. On pourra faire un calcul approximatif sachant que $D \gg a$ et $\theta \ll 1$. En déduire l'expression de l'*interfrange* (la distance entre les franges sombres ou entre les franges brillantes) en fonction notamment de λ.

EX 8 – Contrôle actif du bruit en espace libre

La méthode du contrôle actif du bruit consiste à émettre une onde sonore qui, superposée à l'onde sonore du bruit, l'annule par interférence destructive. Pour modéliser la méthode, on suppose que la source primaire du bruit P est ponctuelle et qu'elle émet une onde sinusoïdale de longueur d'onde λ. On crée une source sonore secondaire ponctuelle S qui est située à distance $PS = a$ de la source primaire et qui émet une onde de même longueur d'onde.

1. On souhaite annuler le bruit en un point M. Quelle relation doit vérifier le déphasage $\Delta\varphi_0$ que la source doit présenter par rapport à la source primaire en fonction des distances PM et SM et de λ ?

3. Puissance par unité de surface dans la direction du vecteur d'onde.

2. En réalité, l'amplitude d'une onde sphérique décroît naturellement au cours de la propagation, de façon inversement proportionnelle à la distance parcourue. On note A_P et A_S les amplitudes à la source des deux ondes. Que doivent-elles vérifier pour que le bruit soit parfaitement éliminé ?

3. Le point M étant fixé, justifier et représenter l'allure des courbes de l'espace où l'interférence est destructive. Comment cette figure évolue-t-elle lorsqu'on fait varier le rapport λ/a ? Cette méthode est-elle plus efficace pour les grâves ou pour les aigus ?

EX 9 – Tube à ondes stationnaires de Kundt

Un *tube de Kundt* sert à mesurer le coefficient d'absorption sonore des matériaux poreux. Le tube est rectiligne, d'axe $0z$, de longueur L. Un haut-parleur, placé à l'entrée (gauche) du tube, est alimenté par une tension sinusoïdale de pulsation ω. A l'autre extrémité, on ferme le tube à l'aide d'un matériau dur réfléchissant. On note c la célérité des ondes sonores.

1. Exprimer la surpression $p_i(z,t)$ de l'onde sonore émise par le haut-parleur.

2. Exprimer la surpression $p_r(z,t)$ de l'onde réfléchie à l'extrémité droite. On admettra que la surface réfléchissante impose un ventre de pression à cet endroit, que l'on prendra comme origine spatiale ($z = 0$).

3. En déduire l'onde sonore globale $p(z,t)$. Montrer qu'il s'agit d'une onde stationnaire. La représenter à différents instants.

4. Comment peut-on mesurer la longueur d'onde dans ce dispositif ?

EX 10 – Notes sur une corde de guitare

On s'intéresse à une guitare dont les cordes sont de longueur $L = 64,2\,\text{cm}$. On indique ci-dessous les fréquences des 12 tons de référence dans la gamme tempérée [4].

	Do$_3$	Do$^\#_3$	Ré$_3$	Ré$^\#_3$	Mi$_3$	Fa$_3$	Fa$^\#_3$	Sol$_3$	Sol$^\#_3$	La$_3$	La$^\#_3$	Si$_3$
f (Hz)	262	277	294	311	330	350	370	392	415	440	466	494

1. Déterminer la célérité c de l'onde sur la corde afin que le fondamental soit un Do$_3$.

4. Dans la gamme tempérée, une octave (un intervalle $[f;2f]$) est divisée en 12 demi-tons. On passe d'une note à la suivante en multipliant la fréquence par $\sqrt[12]{2}$.

2. Quelles sont les notes correspondant aux harmoniques d'ordre n allant de 2 à 7 ? Dans le cas $n = 3$ par exemple, on utilise $3 = \frac{3}{2}2$ afin d'identifier la note une octave plus bas.

3. L'accord majeur (Do, Mi, Sol) est harmonieux. Lequel des harmoniques de la question précédente doit-on chercher à supprimer ? Où vaut-il alors mieux gratter la corde de guitare ?

Une guitare électrique comporte 6 corde en acier, de masse volumique $\rho = 7800\,\text{kg.m}^{-3}$. Le tableau ci-dessous fournit pour chaque corde la valeur de sa fréquence fondamentale lorsque la guitare est accordée, ainsi que son diamètre.

Corde N°	1	2	3	4	5	6
Fréquence du fondamental (Hz)	82,5	110	147	196	247	330
Diamètre d (mm)	1,12	0,89	0,70	0,55	0,35	0,25

4. Exprimer la tension de la corde T en fonction des données utiles, sachant que la célérité vérifie $c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ avec μ la masse linéïque de la corde.

5. Compléter le tableau en calculant numériquement les tensions nécessaires pour que la guitare soit accordée. Comparer à la tension usuelle d'un cordage de raquette de tennis, qui est dit de « 25 kg ».

PB 1 – Mesure du diamètre d'un cheveu

On souhaite mesurer le diamètre d'un cheveu en utilisant un laser de longueur d'onde $\lambda = 633\,\text{nm}$, un écran, un double décimètre gradué et un mètre ruban de 2 m. Comment procéder ? Quel est l'intervalle de diamètres mesurables ? Quelle précision maximale peut-on espérer ?