

Introduction à la physique quantique

Données :

- Constante de Planck : $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J.s.
- Masse de l'électron : $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg.
- Charge élémentaire : $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ C.
- Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,0 \cdot 10^8$ m.s⁻¹.
- Constante de Boltzmann de valeur $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J.K.
- Unité de masse atomique : 1 u.m.a. = $1,60 \cdot 10^{-27}$ kg

EX 1 – Flux de photons

1. Le flux solaire au niveau du sol terrestre vaut, par beau temps, environ $0,50 \text{ kWm}^{-2}$. En prenant pour les photons solaires une longueur d'onde moyenne $0,50 \mu\text{m}$, trouver l'ordre de grandeur du nombre de photons reçus par un capteur solaire de surface 1 m^2 pendant $\Delta t = 0,10 \text{ s}$.
2. Il est possible de voir à l'oeil nu une étoile de magnitude 6,5. La magnitude m est reliée au flux d'énergie provenant de l'étoile par la relation $m - m_0 = 2,5 \log(\varphi_0/\varphi)$, où m_0 et φ_0 correspondent à une étoile de référence. La magnitude du Soleil est égale à $-26,8$. Trouver l'ordre de grandeur du nombre de photons provenant d'une étoile de magnitude 6,5 entrant pendant $0,10 \text{ s}$ dans un oeil dont la pupille, ouverte au maximum, a un diamètre de $7,0 \text{ mm}$ (pour une perception continue de la lumière, les cellules de l'oeil doivent être excitées environ toutes les $0,1 \text{ s}$). On prendra pour longueur d'onde moyenne des photons de l'étoile la même valeur que pour les photons solaires (hypothèse valide si la température de l'étoile est proche de celle du Soleil).

EX 2 – Etude d'une cellule photoélectrique au potassium

La cathode d'une cellule photoélectrique au potassium est éclairée par deux radiations lumineuses monochromatiques différentes de longueurs d'ondes respectives $\lambda_1 = 490 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 660 \text{ nm}$. La puissance $\mathcal{P} = 9,00 \cdot 10^{-7} \text{ W}$ de ces deux sources de rayonnement est la même. Le travail d'extraction d'un électron du potassium est $W_0 = 2,25 \text{ eV}$.

1. Les deux radiations permettent-elles l'émission d'électrons ?
2. Déterminer l'expression de la vitesse des électrons émis par la cathode et calculer sa valeur numérique.

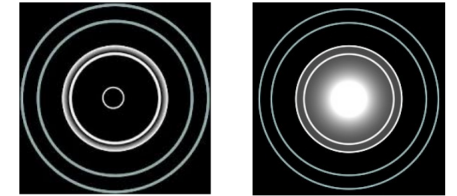
3. On observe que l'intensité du courant de saturation est $I_S = 4,00 \cdot 10^{-8} \text{ A}$. Déterminer le rendement quantique de la cellule, c'est-à-dire le rapport du nombre d'électrons émis au nombre de photons reçus. On supposera que tous les électrons émis participent au courant de saturation.

EX 3 – Expérience de G. P. Thomson

Avec des électrons accélérés par une différence de potentiel (tension) de l'ordre du kilovolt (kV), Thomson obtient sur une plaque photographique placée derrière la cible (mince feuille de métal) une figure de diffraction identique à celle observée avec des rayons X de même énergie.

La figure ci-contre représente les anneaux concentriques obtenus par diffraction sur un mince feuillet métallique :

- de rayons X (à gauche) ;
- d'électrons (à droite).



(Les deux figures ne sont pas à la même échelle)

1. En quoi cette expérience confirma-t-elle la nature ondulatoire des électrons ?
2. Donner l'ordre de grandeur de la longueur d'onde des rayons X. L'utilisation de ces derniers vous semble-t-elle adaptée pour mener une étude cristallographique par diffraction ?
3. Des électrons initialement immobiles sont soumis à une différence de potentiel $U > 0$. Etablir la relation approchée (non relativiste) entre la longueur d'onde de De Broglie λ et U . En déduire la longueur d'onde des électrons utilisés par Thomson pour $U = 600 \text{ V}$. Commenter.

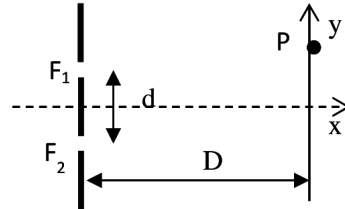
EX 4 – Microscopie électronique

1. Un microscope optique ne peut révéler des détails plus petits que l'ordre de grandeur de la longueur d'onde de la lumière visible. Expliquer pourquoi et donner une valeur numérique typique.
2. La longueur d'onde de de Broglie pour des électrons accélérés sous une tension de 100 V , donc ayant acquis une énergie cinétique de 100 eV , est beaucoup plus courte. Quelle est sa valeur ?
3. Dans certains appareils, l'énergie cinétique atteint 100 keV et la longueur d'onde obtenue est alors de l'ordre de $1 \text{ pm} = 10^{-12} \text{ m}$. Pour évaluer cette longueur d'onde, montrer que l'on doit avoir recours aux formules de mécanique relativiste. L'énergie cinétique s'écrit alors $E_c = (\gamma - 1)mc^2$, où

$\gamma = 1/\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$. Calculer la longueur d'onde λ des électrons, sachant que la quantité de mouvement s'écrit $p = \gamma mv$ pour le cas relativiste.

EX 5 – Expériences des fentes d'Young avec des particules

1. Une cathode chauffée émet des électrons supposés sans vitesse initiale, qui sont accélérés par une différence de potentiel $U = 3,00 \text{ kV}$ puis introduits dans l'interféromètre. La distance entre les fentes est prise égale à $d = 1,00 \mu\text{m}$ et l'écran est situé à $D = 1,00 \text{ m}$. Retrouver l'expression et la valeur de l'interfrange dans le cas où $d \ll D$ et $y \ll D$.
2. On utilise maintenant des atomes de néon ultra-froids (masse atomique de $20,0 \text{ u.m.a.}$). La distance des fentes à la platine où sont détectés les atomes est maintenant située à $D = 113 \text{ mm}$ et $d = 6,00 \mu\text{m}$. Les atomes ont une vitesse moyenne $\langle v \rangle = 1,25 \text{ m.s}^{-1}$ au niveau des fentes. Déterminer l'expression et la valeur de l'interfrange.
3. Quelle serait la longueur d'onde λ_{Ne} associée à des atomes de néon à la température ambiante $T = 300 \text{ K}$? Commenter.
4. À quelle température doit-on refroidir les atomes pour que leur vitesse thermique soit inférieure à la vitesse moyenne $\langle v \rangle = 1,25 \text{ m.s}^{-1}$ intentionnellement donnée aux atomes au niveau des fentes ?



EX 6 – Cyanines

Les cyanines sont une classe de molécules correspondant à des colorants organiques. Leur structure générale est présentée ci-dessous.

Elles sont formées d'une chaîne carbonée mettant en jeu des doubles liaisons conjuguées. Des fonctions amines sont présentes aux extrémités de cette chaîne. Divers substituants peuvent être envisagés sur les atomes d'azote.



Nous examinerons ici le cas de substituants méthyle CH_3^- . Dans un modèle simple, on peut montrer que leur couleur est directement liée à leur longueur. En effet, Cette structure particulière, par des phénomènes de mésomérie, permet d'obtenir une délocalisation des électrons participant aux liaisons Π . La molécule peut alors être modélisée pour ces électrons comme un fil conducteur de longueur L dans lequel ils seront cantonnés.

1. Etablir l'expression des longueurs d'onde possibles pour la fonction d'onde associée à un électron piégé dans un puits représenté par une boîte de longueur L . Dédurre la quantité de mouvement de cet électron et obtenir alors les valeurs associées E_n pour les énergies quantifiées accessibles à l'électron.
2. On considère le cas d'une cyanine possédant 9 atomes de carbones sur sa chaîne ($p = 3$ sur le schéma). La distance entre deux atomes de carbone ou un atome de carbone et un d'azote est $d \approx 0,14 \text{ nm}$. On considèrera que la délocalisation se fait sur une longueur correspondant à l'ensemble des liaisons impliquées, et qu'elle dépasse d'une demi-longueur de liaison à chaque extrémité. Calculer les niveaux d'énergie correspondant en électron-Volt (eV).
3. Combien d'électrons sont-ils impliqués dans cette délocalisation ? Le principe d'exclusion de Pauli implique que l'on ne peut placer que deux électrons (de spins opposés) par niveau (on n'oubliera pas le doublet libre sur l'atome d'azote situé à droite sur le schéma, non représenté). Tracer le diagramme de remplissage dans l'état d'énergie le plus bas.
4. Quelle est la transition pour l'excitation de plus basse énergie ? Calculer la longueur d'onde associée et expliquer la coloration de la molécule. Quelle est la couleur observée pour cette molécule ?
5. Quelles sont les longueurs d'onde et couleurs pour des cyanines à 7 ou à 11 atomes de carbone ?

EX 7 – Absorption de photons par un puits quantique

1. En utilisant une analogie avec les modes propres d'une corde vibrante, déterminer l'expression des énergies totales E_n ($n \in \mathbb{N}$) d'une particule libre de masse m confinée dans un puits quantique de largeur L .
2. Ce puits quantique peut émettre ou absorber un photon de fréquence ν_{nk} si l'écart $E_n - E_k$ entre deux niveaux d'énergie du puits vérifie la relation $E_n - E_k = h\nu_{nk}$ ($n > k$).
 - a) Quelle est l'interprétation physique de la relation précédente ?
 - b) Déterminer les fréquences ν_{10} et ν_{20} , ainsi que les λ_{10} et λ_{20} correspondantes pour un puits à semi-conducteurs à base d'arséniure de gallium (AsGa), d'épaisseur $L = 60 \text{ \AA}$, et tel que $m = 0,067m_e$.
 - c) A quel domaine du spectre appartiennent les longueurs d'onde des photons obtenues dans la question précédente ? Proposer des applications pratiques de tels puits quantiques.

