# Dynamique du point

## EX 1 – Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme et constant

Une particule chargée $M$ de charge $q$ et de masse $m$ évolue dans un espace vide où règne un champ électrique $\vec{E} = -E.\vec{u}_x$ uniforme et constant. Elle est envoyé vers le haut et la droite depuis l'origine $O$ avec une vitesse initiale de norme $v_0$ et faisant un angle $\alpha$ avec l'horizontale.
Déterminer les équations horaires du mouvement de la particule $M$. Tracer dans les différents cas possibles l'allure de sa trajectoire.

## EX 2 – Frottements solides

Un bloc de métal, assimilé à un point matériel $M$ de masse $m$, est lancé vers le bas à la vitesse $v_0 = 5\,\mathrm{km.h^{-1}}$ le long d'un plan incliné faisant un angle $\theta$ avec l'horizontale. On fait varier $\theta$ et l'on s'aperçoit que pour un angle $\theta = \alpha$ l'objet glisse à vitesse constante le long du plan.

**1.** Déterminer le coefficient de frottement $f$. A.N. : Calculer $f$ pour $\alpha = 15°$.

**2.** On lance maintenant le bloc à la vitesse $\vec{v}_0$ vers le haut. Déterminer la distance parcourue vers la droite par le bloc $M$ (littéralement puis numériquement). Que se passe-t-il ensuite selon la valeur de $\theta$ ?

## EX 3 – Chute libre avec frottements fluides

On étudie le mouvement d'un boulet de canon lancé depuis la surface de la Terre (altitude nulle), au dessus d'une fosse, avec une vitesse de norme $v_0$ formant un angle $\alpha$ avec l'horizontale. On assimile le boulet à un point matériel. Celui-ci est lancé à l'instant $t = 0$ et est soumis aux frottements de l'air, subissant alors une force $\vec{F} = -\lambda\vec{v}$, où $\lambda$ est une constante et $\vec{v}$ la vitesse du boulet dans le référentiel terrestre.

**1.** Déterminer l'expression du vecteur vitesse du boulet au cours du temps.

**2.** Représenter l'évolution des composantes horizontales et verticales de $\vec{v}$ en fonction du temps. Décrire qualitativement l'allure de la trajectoire du boulet de canon.

**3.** **a)** Exprimer la portée du boulet en fonction des données du problème.

**b)** Déterminer la hauteur maximale atteinte par le boulet au cours du tir.

## EX 4 – Masse accrochée à un ressort

On considère un système constitué d'une masse $m$ suspendue à un ressort vertical de masse négligeable, de raideur $k$ et de longueur à vide $\ell_0$. L'extrémité supérieure du ressort est fixe, attachée en 0, origine de l'axe $(Oz)$ descendant. La masse est repérée par sa cote $z$. Elle est soumise au champ de pesanteur $g\,\vec{u}_z$.

**1.** Exprimer la position $z_e$ de la masse à l'équilibre, en fonction de $m$, $g$, et $\ell_0$.

**2.** Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $z$ lorsque la masse est en mouvement.

**3.** À l'instant $t = 0$, la masse $m$ est dans une position telle que la longueur du ressort est égale à $z_e$. On lui communique alors une vitesse $v_0$ verticale et dirigée vers le bas.

**a)** Déterminer l'expression de $z(t)$ en fonction des données du problème.

**b)** Exprimer la période $T$ des oscillations.

## EX 5 – Mesure de masse en apesanteur

En apesanteur, les dispositifs usuels de mesure de masse ne sont pas fonctionnels suite à l'absence de gravité. Il est toutefois possible d'utiliser un système alternatif constitué d'une chaise attachée à l'extrémité d'un ressort accroché à un point fixe du vaisseau. La constante de raideur du ressort est $k = 606\,\mathrm{N.m^{-1}}$.

**1.** Quand la capsule est arrimée dans sa base de lancement, la chaise vide oscille avec la période $T = 1,28\,\mathrm{s}$. Calculer la masse $m_0$ de la chaise.

**2.** Quand la capsule est en orbite autour de la Terre, l'astronaute s'assoit sur la chaise et mesure la période $T' = 2,33\,\mathrm{s}$. Quelle est sa masse $m$ ?

## EX 6 – Période des oscillations d'un pendule simple

On considère un point matériel $M$ de masse $m$, attaché à l'extrémité d'un fil inextensible de longueur $l = 1\mathrm{m}$, dont l'autre extrémité est fixée en un point $O$. La masse fait un angle $\theta$ avec la verticale. On lâche le pendule à l'instant $t = 0$ avec un angle $\theta_0$, sans vitesse initiale. On néglige les frottements.

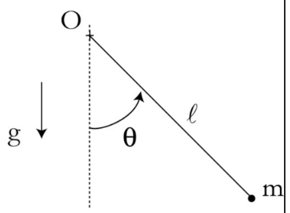
**1.** Peut-on résoudre analytiquement l'équation différentielle du mouvement, donnée par le Principe Fondamental de la Dynamique (PFD) ? Le mouvement dépend-il de la masse $m$ ?

**2.** On se place dans le régime des petits angles, ce qui permet d'assimiler $\sin\theta$ à $\theta$. Établir alors l'équation horaire du mouvement, en tenant compte des conditions initiales.

**3.** De quel type de mouvement s'agit-il ? Préciser la valeur de la période $T_0$ du mouvement. $T_0$ dépend-elle de $\theta_0$ ?

## EX 7 – Mouvement de révolution d'un pendule

Un point matériel $M$ de masse $m$ est accroché à un fil de masse négligeable et de longueur $l$ dont l'autre extrémité est attachée en un point fixe $O$. On repère la position du pendule par l'angle $\theta$ qu'il fait avec la verticale. On néglige tout frottement. $M$ est écarté de sa position d'équilibre stable d'un angle $\alpha$ et on le lance vers le haut avec une vitesse orthoradiale (perpendiculaire au fil) $\vec{v}_1$.




**1.** A l'aide du PFD, établir l'équation scalaire du mouvement.

**2.** Multiplier l'équation différentielle du mouvement par $\dot{\theta}$ et l'intégrer.

**3.** En déduire le domaine $[-\theta_m, \theta_m]$ de valeurs possibles de $\theta$ au cours du mouvement.

**4.** Détermination de la tension du fil :

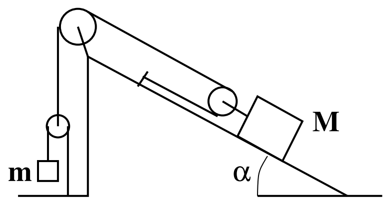
- **a)** A l'aide du PFD, donner une équation de la tension $T$ du fil en fonction de $\theta$ et de ses dérivées temporelles.
- **b)** En déduire $T(\theta)$.

**5.** Quelle doit être la valeur minimale du module de la vitesse initiale pour que la masse puisse effectuer un tour complet ?

**6.** Décrire les autres cas possibles.

## EX 8 – Mouvements avec poulies

On considère le système ci-contre, où les fils sont supposés inextensibles et sans masse, et les poulies sont supposées sans masse et sans frottements. La masse $M$ glisse elle aussi sans frottement sur le plan incliné.




**1.** Quelle est la condition portant sur les masses $m$, $M$ et l'angle $\alpha$ pour que $m$ descende ?

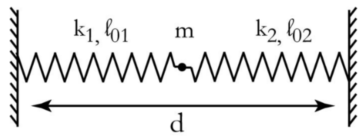
**2.** Cette condition étant réalisée, calculer le temps au bout duquel $m$ atteint le sol, étant parti sans vitesse initiale d'une hauteur $h = 10\,\mathrm{m}$. On donne $m = 4\,\mathrm{kg}$, $M = 10\,\mathrm{kg}$, et $\alpha = 30°$.

## EX 9 – Oscillateur masse-ressort avec frottement solide *

Un mobile $M$ de masse $m$ est accroché à l'extrémité d'un ressort de raideur $k$, dont l'autre extrémité est fixe. La masse est contrainte à se déplacer selon l'axe $(O_x)$ horizontal, mais subit un frottement solide qui obéït à la loi de Coulomb. En prenant une vitesse nulle à l'instant initial, montrer que le mouvement est sinusoïdal amorti, et que l'amortissement est linéaire en fonction du temps.

## EX 10 – Association de ressorts à deux extrémités fixes

Deux ressorts linéaires horizontaux sont reliés à une masse $m = 100$ g, leur autre extrémité restant fixée sur un support vertical (cf schéma). La masse est susceptible d'osciller horizontalement, sans frottement.



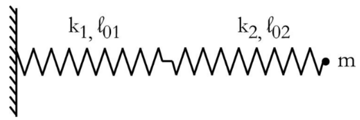

*Données :* $k_1 = 3$ N.m$^{-1}$, $\ell_{01} = 10$ cm, $k_2 = 10$ N.m$^{-1}$, $\ell_{02} = 20$ cm, et $d = 1$ m.

**1.** Rechercher la position d'équilibre de la masse.

**2.** Déterminer l'équation différentielle vérifiée par son abscisse $x(t)$. Montrer que ce dispositif est équivalent à un ressort unique dont on déterminera la raideur équivalente et la longueur à vide. Indiquer la période d'oscillation de la masse $m$.

## EX 11 – Association de ressorts à une extrémité fixe *

On dispose bout à bout deux ressorts linéaires, à l'extrémité desquels on fixe une masse $m$ (cf schéma). $k_2$ leurs raideurs respectives.




**1.** Montrer que ce dispositif est équivalent à un ressort unique dont on déterminera la raideur équivalente.

**2.** En déduire la période d'oscillation de la masse $m$.