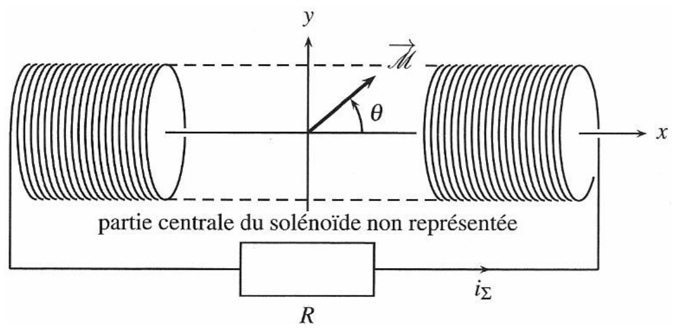
Convertisseurs électromécaniques rotatifs

EX 1 – Alternateur

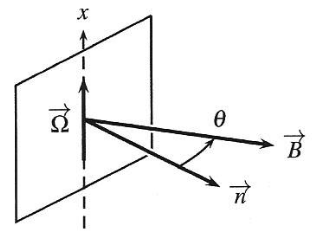
Un aimant de moment magnétique $\overrightarrow{\mathcal{M}} = \mathcal{M}\,\vec{n}$, contenu dans le plan Oxy, tourne sans frottement autour de l'axe Oz à la vitesse angulaire constante $\vec{\omega} = \omega_0\,\vec{u}_z$. On note J le moment d'inertie de l'aimant par rapport à l'axe Oz. Un opérateur extérieur applique à l'aimant un couple de moment $\vec{\Gamma}_{\rm op}$. L'aimant et son axe de rotation sont placés dans un solénoïde Σ d'axe Ox, de résistance r, d'inductance propre L, et contenant n spires par unité de longueur. Σ est fermé sur une résistance R très supérieure à r. L'ensemble modélise par exemple un alternateur de biyclette qui débite dans une ampoule. L'opérateur est alors le cycliste.



1. Pourquoi l'opérateur doit-il appliquer un couple $\vec{\Gamma}_{\rm op}$ pour maintenir une vitesse angulaire constante ?
2. L'aimant peut être assimilé à une spire fictive de vecteur surface $\vec{S} = S\,\vec{n}$ parcourue par un courant fictif i_s. Etablir le flux du champ créé par Σ à travers la spire de l'aimant. En déduire le coefficient d'induction mutuelle M entre les deux enroulements.
3. En déduire le flux du champ de créé par l'aimant dans Σ en fonction notamment de $\mathcal{M}$, puis la f.e.m qui y est induite.
4. Etablir l'équation différentielle satisfaite par le courant i_Σ circulant dans Σ. En déduire l'expression de $i_\Sigma(t)$. On posera $\tau = \frac{L}{R}$.
5. Calculer le moment du couple exercé sur l'aimant. En déduire l'expression du moment moyen $< \vec{\Gamma}_{\rm op} >$ que doit exercer l'opérateur pour maintenir constante la vitesse angulaire de l'aimant.
   Rappel : $\cos(\arctan x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
6. Faire un bilan énergétique complet. Interpréter : à quoi sert la puissance apportée par l'opérateur ? L'opérateur cesse son action à $t = 0$. Expliquer ce qui se passe par un raisonnement énergétique.

EX 2 – Moteur asynchrone

Un cadre supportant un enroulement plat de N spires de résistance R et d'inductance L tourne à vitesse angulaire Ω constante autour de l'axe Ox. On note $\vec{n}$ la normale à la spire. Le cadre est plongé dans un champ magnétique uniforme, parallèle au plan Oyz, et tournant à la vitesse angulaire ω constante. Le dispositif est utilisé en moteur électrique : le champ entraîne la bobine.



1. Proposer un dispositif permettant de créer un tel champ tournant.
2. Expliquer sans calcul pourquoi la spire tourne. Les deux vitesses ω et Ω peuvent-elles être identiques ?
3. Etablir l'équation électrique régissant l'évolution du courant dans la bobine. En déduire l'expression de ce courant en régime sinusoïdal forcé.
4. En déduire l'expression du moment moyen $< \Gamma_L >$ du couple de Laplace appliqué à la bobine. Tracer son évolution en fonction de Ω.
5. Le moteur peut-il démarrer seul ? Etudier les différents points de fonctionnement et leur stabilité en fonction du moment résistant moyen Γ_r imposé par la charge (donc les frottements).

EX 3 – Réponse indicielle d'une MCC en présence d'une charge

On considère une MCC caractérisée par sa constante électro-mécanique K, sa résistance d'enroulement R (bobinage du rotor), et le moment d'inertie du rotor J. On néglige l'inductance propre du bobinage. Le moteur entraîne une charge qui subit un couple de forces de frottements visqueux, ce qui génère un moment résistant $C_r = -\alpha\omega$. La machine est arrêtée à l'instant initial, et mise en route par l'imposition d'un échelon de tension U aux bornes de l'enroulement.

1. Etablir l'équation différentielle régissant l'évolution de la vitesse angulaire ω et la résoudre.
2. Comment le temps caractéristique du régime transitoire est-il affecté par la présence de frottements ?
3. Exprimer les valeurs atteintes en régime permanent par la vitesse angulaire et par le courant.
   A.N. : $U = 50\,\text{V}$, $K = 5\,\text{Wb}$, $J = 5\,\text{kg.m}^2$, $\alpha = 5\,\text{N.m.s.rad}^{-1}$ et $R = 1\,\Omega$.