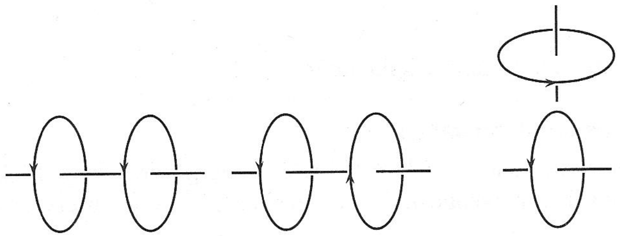
Induction dans un circuit fixe

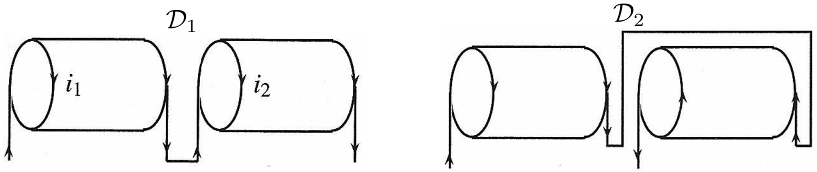
EX 1 – Association de bobines en série

1. Deux spires orientées sont placées suivant trois dispositions (a), (b) et (c). Les spires sont coaxiales dans les cas (a) et (b) et d'axes orthogonaux dans le cas (c). Indiquer le signe de l'inductance mutuelle M dans chaque cas.



(a) (b) (c)

2. On dispose maintenant de deux bobines circulaires identiques $\mathcal{B}_1$ et $\mathcal{B}_2$ d'inductance propre L, parcourues respectivement par les courants i_1 et i_2. Elles sont placées sur le même axe Δ et sont branchées en série afin de constituer deux nouveaux dipôles $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$. On note M leur inductance mutuelle dans le cas du dipôle $\mathcal{D}_1$.



Les bobines étant très proches, on émet l'hypothèse $\mathcal{H}$: les champs magnétiques créés par chaque bobine sont tous portés par l'axe Δ et leur norme est constante sur toute section droite.

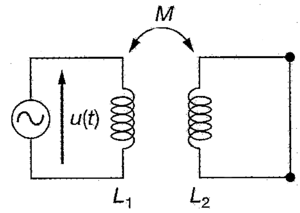
a) Rappeler l'expression des flux Φ_1 et Φ_2 à travers $\mathcal{B}_1$ et $\mathcal{B}_2$.

b) Calculer le flux total à travers $\mathcal{D}_1$ et en déduire son inductance propre L_1. De même trouver L_2 pour $\mathcal{D}_2$.

c) Discuter l'hypothèse $\mathcal{H}$.

EX 2 – Impédance équivalente

1. On considère le dipôle représenté ci-contre, constitué d'un circuit primaire purement inductif d'inductance propre L_1, couplé par inductance mutuelle M avec un circuit secondaire purement inductif d'inductance propre L_2 en court-circuit.
Etablir l'expression de l'inductance équivalente L_e du dipôle.



2. On modifie le dipôle ci-dessus en remplaçant le court-circuit par un dipôle d'impédance complexe $\underline{Z}$ en sortie de l'inductance L_2. Etablir l'expression de l'impédance équivalente $\underline{Z}_e$ du dipôle.

3. On remplace maintenant dans le dipôle précédent les deux inductances couplées par un transformateur idéal de rapport m. Etablir l'expression de l'impédance équivalente $\underline{Z}'_e$ du dipôle en fonction de $\underline{Z}$ et m.
Faire le lien avec le résultat précédent.

EX 3 – Mesure d'une inductance mutuelle

On considère deux bobines plates identiques d'inductance propre L, formées de N spires circulaires de rayon a, placées de façon coaxiale et avec le même sens d'enroulement. On souhaite mesurer l'inductance mutuelle M entre ces bobines en fonction de la distance d qui les sépare. Pour ce faire, on place en série un GBF, une résistance $R = 100\,\Omega$ et la $1^{\text{ère}}$ bobine, dont on néglige la résistance devant R. Le GBF fournit une tension e triangulaire de fréquence $f = 1\,\text{kHz}$ et d'amplitude $E = 0,7\,\text{V}$. On observe à l'oscilloscope la tension v induite aux bornes de la seconde bobine.

1. Représenter un schéma électrique correspondant au montage.

2. Etablir les équations électriques de chacun des circuits.

3. Sachant que $a = 6\,\text{cm}$ et $N = 100$, comment peut-on approximer l'équation gouvernant le circuit primaire (avec GBF) ? En déduire l'allure du signal $v(t)$, ainsi que son amplitude V_m en fonction de M et des autres données.

4. Une série de mesures conduit aux valeurs suivantes :

d (cm)	4	5	6	7	8	10	12	16	20
Calibre	0,01 V/div			5 mV/div			2 mV/div		1 mV/div
V_m (div)	4,3	3,3	2,6	4,3	3,4	2,3	4,0	2,1	2,4

Calculer M pour chaque valeur de d.

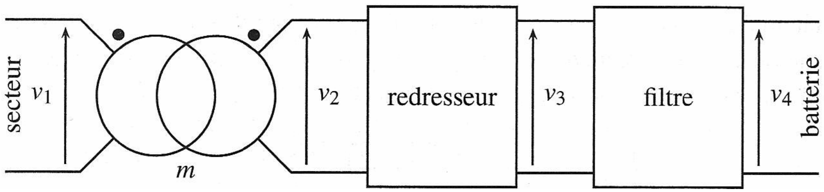
5. Sachant que le champ créé par une spire en un point A de son axe vaut $B = \frac{\mu_0 i}{2a} \sin^3 \alpha$, où α est l'angle sous lequel on voit la spire depuis A, quelle relation peut-on proposer pour expliquer les variations de M avec d ? Vérifier cela par une régression linéaire.

EX 4 – Dimensionnement d'un transformateur

On cherche à dimensionner le transformateur utilisé dans l'adaptateur servant à recharger un téléphone portable. La chaîne d'énergie (cf ci-dessous), logée dans un boîtier placé sur le cordon d'alimentation, se compose successivement :

- de l'alimentation EDF du secteur délivrant la tension $v_1(t) = \sqrt{2}V_0 \sin(2\pi f_0 t)$ avec $f_0 = 50\,\text{Hz}$ et $V_0 = 240\,\text{V}$;
- d'un transformateur supposé idéal dont la sortie est $v_2(t) = \sqrt{2}V_{0\,2} \sin(2\pi f_0 t)$ et dont le rapport de transformation est noté m ;
- d'un redresseur, montage qui délivre la valeur absolue v_3 de la tension v_2 ;
- d'un filtre moyenneur, dont la sortie v_4 est la moyenne de la tension v_3.

La batterie du portable est branchée à la sortie. Elle requiert une tension de charge constante $v_4 = 12\,\text{V}$.



1. Que vaut $V_{0\,2}$ en fonction V_0 ?

2. Tracer le graphe de la tension $v_3(t)$.

3. **a)** Quelle est la nature du filtre utilisé entre v_3 et v_4 ? Proposer une valeur pour sa fréquence de coupure.

b) Proposer un montage simple d'ordre 1 pour le réaliser à base de composants R, L, C. Comment choisir les valeurs des composants ?

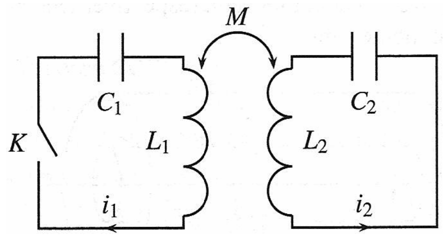
c) Mêmes questions pour un montage d'ordre 2.

4. Etablir l'expression de la tension v_4 en fonction de V_0.

5. En déduire la valeur de m.

EX 5 – Circuits couplés par induction mutuelle

Un circuit LC oscille naturellement à sa pulsation propre. On s'intéresse au couplage par induction mutuelle de deux tels oscillateurs, comme indiqué ci-contre. On les prendra identiques : $C_1 = C_2 = C$ et $L_1 = L_2 = L$.



1. Que signifie pour les lignes de champ magnétique, que les circuits soient couplés par mutuelle induction ?

2. Établir le système différentiel vérifié par les tensions $u_{c\,1}$ et $u_{c\,2}$ une fois l'interrupteur K fermé. On posera $k = \frac{M}{L}$ et $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

3. Établir la forme générale de la solution et en déduire les pulsations ω_1 et ω_2 des modes propres. Décrire chaque mode propre séparément.

4. On s'intéresse au cas où $k \ll 1$. Quelle est l'allure qualitative des signaux $u_{c\,1}$ et $u_{c\,1}$? Expliquer.

5. Montrer comment on peut alors déterminer k en mesurant des durées. On pourra, pour simplifier, développer ω_1 et ω_2 au premier ordre non nul en k.

6. On se place dans le cas particulier où à l'instant initial, seul le condensateur 1 est chargé, avec la charge $q_1(0) = q_0$, et l'intensité dans chaque circuit est nulle. Déterminer exactement l'expression de $u_{c\,1}$ et $u_{c\,1}$. Retrouver les résultats des deux questions précédentes.