ÉLECTROCINÉTIQUE

Soignez la présentation et la rédaction, qui doit être complète et concise. Tout résultat doit être justifié, et mis en valeur. Les résultats doivent d'abord être écrits sous forme littérale et doivent être homogènes. Les résultats numériques doivent avoir un nombre de chiffres significatifs vraisemblable. Les schémas doivent être clairs, suffisamment grands et lisibles. Si vous n'arrivez pas à montrer un résultat, admettez-le clairement et poursuivez.

CALCULATRICES AUTORISÉES

I. Photodiode

I.1. Caractéristique

Une photodiode est dipôle électro-optique dont la caractéristique électrique dépend de la puissance lumineuse moyenne qu'elle reçoit au niveau de sa surface sensible. Une photodiode, représentée sur la figure 1, a une loi de fonctionnement donnée par

$$i(u) = I_0\left(e^{u/V_0} - 1\right) - I_p$$

où I_0 et V_0 sont des constantes strictement positives, et où l'intensité I_p, nommée « photocourant », est proportionnelle à la puissance lumineuse $\mathcal{P}_\ell$ reçue, selon la loi

$$I_p = k\mathcal{P}_\ell$$

avec k une constante strictement positive.

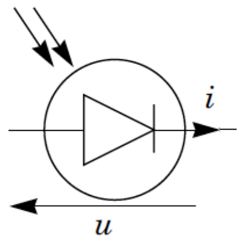

FIGURE 1 – Schéma électrique d'une photodiode

1. Rappeler les unités SI d'une intensité et d'une puissance, et leur correspondance en unités fondamentales. En déduire l'unité SI de k.
2. Déterminer la tension u_{CO} de la diode en circuit ouvert, en fonction de V_0, I_p et I_0.
3. Déterminer l'intensité i_{CC} de court-circuit de la diode.
4. Représenter graphiquement l'allure de la caractéristique de la diode $i(u)$. On y placera, entre autres, les grandeurs u_{CO} et i_{CC}.
5. Dans quel domaine de la caractéristique la photodiode fournit-elle une puissance positive au circuit dans lequel elle se trouve ?
6. On considère une photodiode recevant une puissance lumineuse $\mathcal{P}_\ell = 1,0\,\text{mW}$. Calculer u_{CO} et i_{CC}, en prenant $I_0 = 10\,\mu A$, $V_0 = 26\,\text{mV}$ et $k = 0,50\,\text{uSI}$.

Afin de simplifier l'analyse, dans toute la suite on représentera désormais la caractéristique $i(u)$ de façon approchée, par deux segments de droite (cf. figure 2) :

— pour $u < u_{CO}$, $i = -I_p - I_0$;

— pour $i > -I_p - I_0$, $u = u_{CO}$.

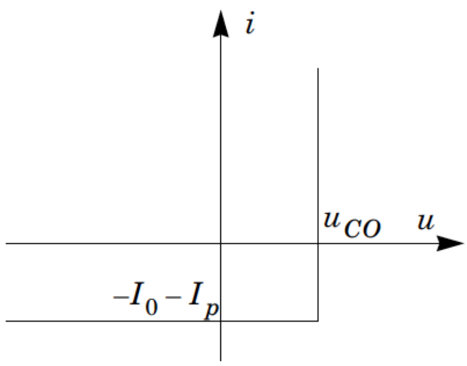

FIGURE 2 – Caractéristique courant-tension simplifiée.

I.2. Utilisation en cellule photovoltaïque

On branche un résistor de résistance R_c aux bornes de la photodiode.

7. **a)** Déterminer la tension u et l'intensité i du courant en fonction de R_c, I_p, et I_0 et u_{CO}. On pourra raisonner graphiquement et on sera amené à distinguer 2 cas selon la valeur de R_c. On introduira la résistance $R_0 = \frac{u_{CO}}{I_0+I_p}$.

b) Déterminer la puissance $\mathcal{P}$ fournie par la photodiode en fonction de R_c, u_{CO}, I_0 et I_p.

c) Représenter l'allure de la courbe $\mathcal{P}(R_c)$.

d) Déterminer la puissance maximale, notée $\mathcal{P}_{\max}$ et calculer sa valeur pour $\mathcal{P}_\ell = 1,0\,\text{mW}$. On donnera l'expression et la valeur de la résistance R_c réalisant ce maximum, qu'on notera R_{opt}.

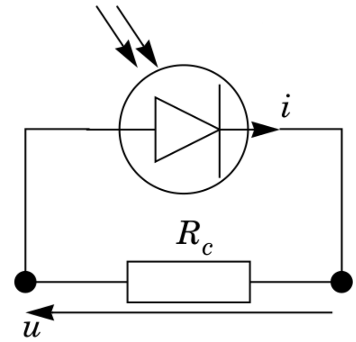

FIGURE 3 – Cellule photovoltaïque

8. On définit le rendement de conversion de la photodiode par $\eta = \mathcal{P}_{\max}/\mathcal{P}_\ell$.

a) Exprimer η en fonction de V_0, k et de la quantité $x = k\mathcal{P}_\ell/I_0$. Calculer la valeur de η pour $\mathcal{P}_\ell = 1,0\,\text{mW}$.

b) Dans la limite $x \to \infty$, que pensez-vous du modèle utilisé pour décrire la caractéristique de la diode ?

c) De manière générale, justifier que le modèle simplifié de la figure 2 surévalue le facteur η.

9. On associe en série un nombre N de photodiodes identiques, chacune recevant la même puissance lumineuse $\mathcal{P}_\ell$.

a) Procéder comme à la section **I.1.** pour modéliser le dipôle constitué des N photodiodes par une caractéristique formé de deux demi-droites analogue à celle de la figure 2. On précisera les expressions du courant i_{CC_N} et de la tension u_{CO_N} correspondant.

b) Déterminer la puissance maximale $\mathcal{P}_{N\,\max}$ et préciser la valeur notée $R_{N\,\text{opt}}$ de la résistance qu'on doit brancher aux bornes de cette association série pour récupérer la puissance $\mathcal{P}_{N\,\max}$.

10. Reprendre les questions précédentes pour une association parallèle de N photodiodes. On précisera en particulier la nouvelle valeur notée $R_{N||\text{opt}}$ permettant de récupérer la nouvelle puissance maximale, notée $\mathcal{P}_{N||\max}$ dont on donnera également l'expression.

11. On souhaite alimenter une résistance $R_c = 1,0\,\text{k}\Omega$ par un ensemble de photodiodes associées soit en série, soit en parallèle, chacune étant soumise à la même puissance lumineuse $\mathcal{P}_\ell = 1,0\,\text{mW}$. Déterminer le nombre de photodiodes et la manière de les connecter (soit en série, soit en parallèle) permettant de récupérer un maximum de puissance dans R_c. Quelle est alors la valeur du rendement de conversion η ?

I.3. Utilisation en détecteur

On utilise désormais la photodiode comme détecteur de lumière, afin de mesurer la puissance lumineuse $\mathcal{P}_\ell$. On utilise pour cela le montage de la figure 4 dans lequel la source de tension idéale fournit une tension E négative.

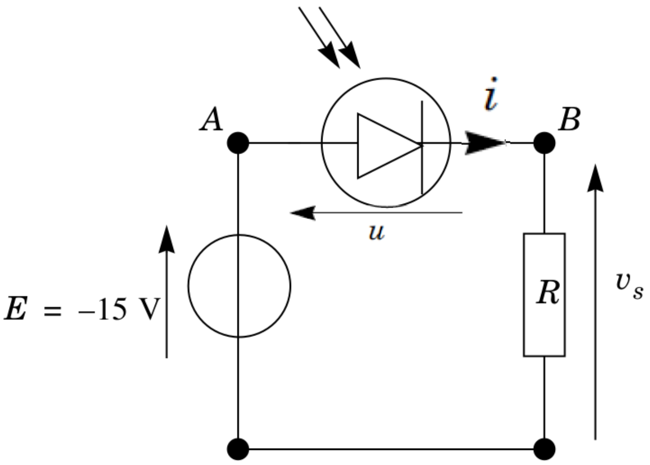

FIGURE 4 – Utilisation de la photodiode en récepteur. La tension E est négative.

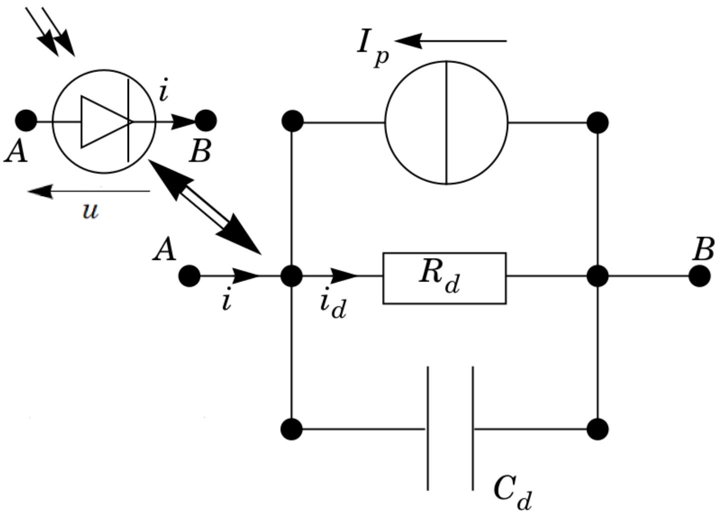

FIGURE 5 – Modélisation d'une diode soumise à une tension u négative.

On admet que quand la tension u à laquelle est soumise la photodiode est strictement inférieure à u_{CO}, on peut la modéliser par le dipôle de la figure 5 dans lequel le photocourant I_p est celui défini à la section **I.1.** (I_0 est supposé négligeable). On prendra $R_d = 10\,\mathrm{M}\Omega$, $C_d = 2,0\,\mathrm{pF}$, $R = 10\,\mathrm{k}\Omega$ et $E = -15\,\mathrm{V}$.

Réponse statique

On se place ici en régime stationnaire, de sorte que l'*on peut négliger la présence de la capacité C_d dans le modéle.*

12. Comment doit-on modifier la caractéristique simplifiée de la figure 2 pour tenir compte de la résistance R_d ? On représentera l'allure correspondante.

13. **a)** Quel est le point de fonctionnement dans l'hypothèse où $u < u_{CO}$? On exprimera i et u en fonction de E, I_p, R et R_d.
On supposera la condition $u < u_{CO}$ vérifiée dans toute la suite.

b) On note α le coefficient de proportionnalité (positif) donnant les variations de $|v_s| = -v_s$ en fonction de celles de $\mathcal{P}_\ell$. Donner l'expression de α et sa valeur numérique.

14. Déterminer en fonction de u_{CO}, de E et des paramètres nécessaires la puissance lumineuse maximale $\mathcal{P}_{\ell\,\mathrm{max}}$ pour laquelle on a $u < u_{CO}$. Calculer sa valeur numérique.

15. Déterminer de même le *seuil de détection*, ie la puissance lumineuse minimale notée $\mathcal{P}_{\ell\,\mathrm{min}}$ pour laquelle la tension v_s est minimale en valeur absolue : $|v_s|_{\mathrm{min}} = 20\,\mathrm{mV}$.

Réponse à une impulsion lumineuse

On s'intéresse maintenant à la réponse du détecteur lorsqu'il est exposé à une impulsion lumineuse de durée Δt telle que

$$\mathcal{P}_\ell(t) = P_0 \quad \text{si} \quad t \in [0, \Delta t] \quad \text{et} \quad \mathcal{P}_\ell(t) = 0 \quad \text{si} \quad t \notin [0, \Delta t]\,.$$

Cette réponse n'est pas instantanée à cause de la capacité C_d (cf figure 5).

16. Montrer que la tension $v_s(t)$ évolue de façon continue.

17. On suppose qu'avant l'impulsion lumineuse, le circuit était en régime stationnaire (la photodiode étant donc dans l'obscurité). Donner l'expression de $v_s(t=0)$ dans ces conditions, valeur qu'on notera par la suite $v_{S\,0}$.

18. En raisonnant sur un circuit asymptotique en régime stationnaire, établir l'expression du régime permanent $v_{S\,\infty}$ vers lequel $v_s(t)$ convergerait pour $t \to \infty$ si l'impulsion était de durée infinie.

19. On cherche maintenant à établir l'équation différentielle vérifiée par $v_S(t)$ en présence d'une puissance lumineuse $\mathcal{P}_\ell(t)$ variable.

a) En appliquant la loi des nœuds en A, exprimer le courant i_d qui traverse R_d de A vers B en fonction de I_p, de i et de la dérivée de la tension u (et des paramètres nécessaires).

b) En déduire l'équation différentielle entre $v_S(t)$ et $\mathcal{P}_\ell(t)$ dans le cas général. On introduira la constante de temps τ du circuit en fonction des paramètres nécessaires.

20. Déterminer la tension $v_S(t)$ observée pour $t \in [0, \Delta t]$. Représenter graphiquement l'allure de $v_S(t)$. On précisera les valeurs remarquables sur le graphe. On pourra supposer que $\Delta t > \tau$ pour ce graphe.

21. Déterminer ensuite la tension $v_S(t)$ observée pour pour $t > \Delta t$. Représenter son allure en prolongeant le graphe précédent, en ajoutant aussi les valeurs remarquables.

Le montage détecteur de la figure 4 est utilisé dans un système de communications optiques dans lequel l'information est transmise sous forme binaire, par le biais d'impulsions de durée Δt ajustable. On appelle « bande passante » B du système de détection le nombre maximal d'impulsions pouvant être détectées par unité de temps.
En aval du détecteur, l'algorithme de traitement numérique ne valide une impulsion que si $v_S(t)$ dépasse (en valeur absolue) la valeur $v_{S\,2} = \frac{v_{S\,0}}{2} + \frac{v_{S\,\infty}}{2}$ après être d'abord descendu au moins sous (en valeur absolue) la valeur $v_{S\,1} = \frac{3v_{S\,0}}{2} + \frac{v_{S\,\infty}}{4}$.

22. Établir l'expression de la durée minimale Δt_m entre les commencements de deux impulsions successives, en fonction de τ. En déduire l'expression de la bande passante B en fonction de τ, puis sa valeur numérique pour $P_0 = 1\,\text{mW}$.

II. Etincelle de rupture

On place une bobine d'inductance L dans un circuit comprenant un générateur de f.é.m. constante E et un interrupteur K. La résistance totale du circuit est notée R. On prendra $R = 40\,\Omega$; $E = 40\,\text{V}$ et $L = 4,0\,\text{mH}$.
Le régime permanent étant établi, on ouvre brusquement l'interrupteur K à l'instant $t = 0$. L'espace d'air entre les deux cosses de l'interrupteur va se comporter comme l'isolant situé entre les électrodes d'un condensateur, jusqu'au claquage de cet isolant, à une tension de l'ordre de $V_c = 1000\,\text{V}$, où il devient alors conducteur. On assimile donc la coupure ainsi réalisée à un condensateur de capacité $C = 10\,\text{pF}$, avant le claquage.

1. Établir l'équation différentielle de la d.d.p. $u(t)$ aux bornes de la coupure. Donner l'expression de la pulsation propre ω_0 et du facteur de qualité Q.

2. Évaluer numériquement Q. Donner la forme générale de la solution en fonction de deux constantes d'intégration A et B.

3. Montrer que le temps caractéristique d'amortissement τ est très grand devant le temps caractéristique des variations de $u(t)$.

Dans la suite, on profite de ce résultat pour approximer la solution $u(t)$ en négligeant l'amortissement. Ainsi $u(t)$ s'exprime donc comme dans un régime harmonique.

4. Calculer A et B en fonction des conditions initiales. Montrer que l'une de ces constantes croît avec Q.

5. Montrer, compte tenu des valeurs numériques données, que $u(t)$ croît rapidement et que la tension de claquage V_c est donc rapidement atteinte.
Calculer numériquement l'instant t_c auquel se produit l'étincelle.

* * * Fin de l'épreuve * * *