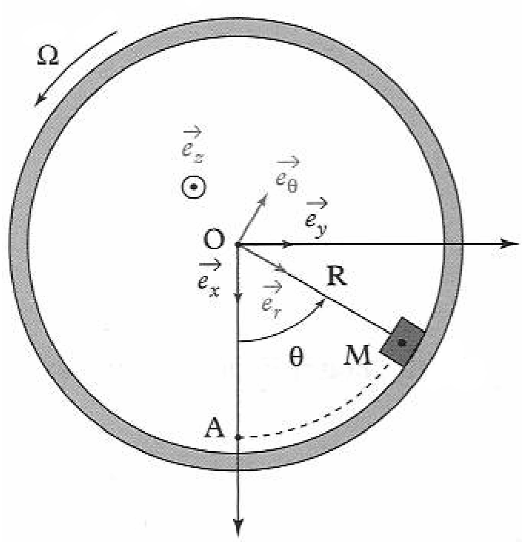
MÉCANIQUE - OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE - ÉLECTRICITÉ

Soignez la présentation et la rédaction, qui doit être complète et concise. Tout résultat doit être justifié, et mis en valeur. Les résultats doivent d'abord être écrits sous forme littérale et doivent être homogènes. Les résultats numériques doivent avoir un nombre de chiffres significatifs vraisemblable. Les schémas doivent être clairs, suffisamment grands et lisibles. Si vous n'arrivez pas à montrer un résultat, admettez-le clairement et poursuivez.

CALCULATRICES AUTORISÉES

I. Mouvement d'un palet dans un tambour

Un palet de masse m localisé par son centre d'inertie M est inséré en A dans un tambour tournant à la vitesse angulaire constante $\Omega = 70\,\text{tr.min}^{-1}$. En contact avec le cylindre, son mouvement est circulaire de rayon $R = 0,35\,\text{m}$, repéré par l'angle θ. En A, le palet est supposé animé d'une vitesse $\vec{v} = R\Omega\,\vec{e}_\theta$, de sorte qu'il ne glisse pas sur le cylindre. Le coefficient de frottement entre le palet et le tambour est noté f. On s'intéresse ici à son influence sur certains mouvements. Le référentiel du laboratoire $\mathcal{R} = (O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ est supposé galiléen. On note $\vec{g} = g\vec{e}_x$ le champ de pesanteur, avec $g = 9,8\,\text{m.s}^{-2}$.



1. Faire le bilan des forces appliquées au palet et établir les relations scalaires issues du théorème de la résultante cinétique.
2. En supposant un mouvement sans glissement, établir la condition sur Ω pour que le palet effectue un tour complet. D'après les valeurs proposées, est-elle vérifiée ici ?
3. On suppose que le palet se met à glisser sur le tambour. Déterminer le coefficient de frottement f_0 qui correspondrait à une stabilisation du palet M à la position $\theta = \theta_0$.
   Représenter graphiquement la dépendance de f_0 en fonction de θ_0 pour $\theta_0 \in [0, \frac{\pi}{2}[$. Que se passe-t-il pour $\theta_0 \geq \frac{\pi}{2}$?
4. Déterminer le coefficient de frottement f_1 qui correspondrait à un début de glissement à la position $\theta = \theta_1$ (quand M s'éloigne de A).
   Représenter graphiquement la dépendance de f_1 en fonction de θ_1 pour $\theta_1 \in [0, \pi[$.
5. En déduire le coefficient de frottement minimal $f = f_{\text{min}}$ qui permet au palet de faire un tour sans qu'il y ait glissement.

II. Étude simplifiée de l'œil humain

L'œil humain a approximativement la forme d'une sphère limitée par une membrane (la sclérotique) qui est transparente à l'avant de l'œil et forme la cornée (figure 1 ci-dessous).

L'intérieur du globe oculaire est divisé en deux parties séparées par le cristallin qui est une lentille convergente. Cette lentille est élastique et ses rayons de courbure varient lorsque l'œil accommode, c'est-à-dire quand il passe de la vision de loin à la vision de près. La partie antérieure entre la cornée et le cristallin est remplie d'un liquide appelé humeur aqueuse. L'iris permet à l'œil de diaphragmer et définit la pupille. La partie postérieure du cristallin est formée du corps vitré. La rétine qui sert de détecteur est tapissée de cellules de deux types différents, les cônes et les bâtonnets qui transforment l'excitation lumineuse en influx nerveux. La fovéa, partie de la rétine située sur l'axe optique de l'œil, est la partie la plus sensible de la rétine.

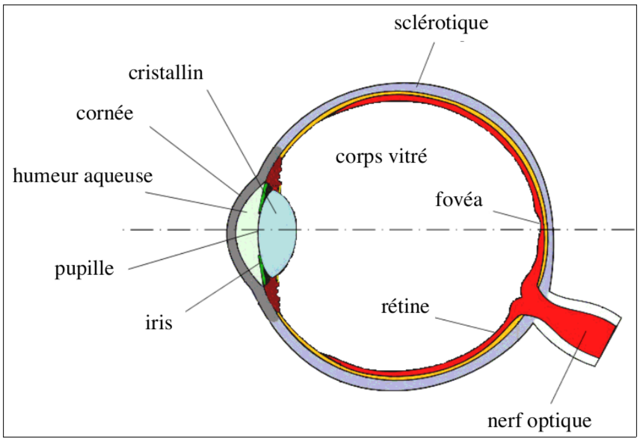


Figure 1 : Coupe de l'œil humain

Les sous-parties I.A et I.B peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

II.1. Modèle simplifié de l'œil pour la vision de loin

Pour simplifier l'étude de l'œil, on peut assimiler celui-ci à une lentille (L) plan-convexe d'indice n plongée dans l'air. La lentille (L) possède une face d'entrée plane et une face de sortie sphérique.
On se place dans le cas de la vision de loin quand l'œil n'accommode pas. Un rayon parallèle à l'axe optique, situé à la distance h de celui-ci, est issu d'un point objet A_∞ à l'infini sur l'axe optique (figure 2 ci-dessous). Il pénètre par la face d'entrée plane de la lentille pour arriver au point I de la face concave où il se réfracte en passant du milieu d'indice $n = 1,33$ à l'air, d'indice 1. Le rayon émergent intercepte l'axe optique au point image A_i.

C est le centre de courbure de la face de sortie de la lentille et R_C son rayon de courbure. On note i l'angle d'incidence et r l'angle de réfraction par rapport à la normale (CI). Dans un premier temps, les rayons ne seront pas considérés paraxiaux.

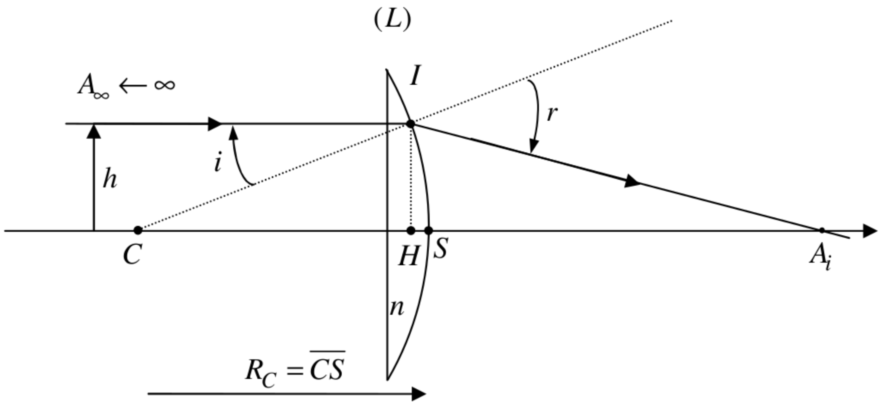


Figure 2 : Modèle simplifié de l'œil pour la vision de loin.

1. Rappeler ce que signifient « les conditions de Gauss ».
   Expliquer qualitativement pourquoi la vision est moins nette quand l'éclairement est faible, et pourquoi on a alors le réflexe de plisser les yeux pour voir plus net au loin.
2. Rappeler les lois de Descartes à partir d'un schéma.
   Exprimer la relation entre les angles i et r dans le cas de la figure 2.
3. Soit H, le projeté de I sur l'axe optique. Reproduire le schéma approximativement, représenter les angles orientés $(\overrightarrow{CH};\overrightarrow{CI})$ et $(\overrightarrow{A_iH};\overrightarrow{A_iI})$ et les exprimer en fonction de i et r.
   En déduire l'expression de la distance algébrique $\overline{CA_i}$ en fonction de i, r et R_C.
4. L'œil regarde un objet en plein soleil de sorte que sa pupille est fermée. Dans ce cas, $h = HI$ est très inférieur à R_C et les rayons lumineux peuvent être considérés paraxiaux.

a) Montrer, dans ces conditions, que la position du point A_i peut être considérée indépendante de i à l'ordre 1, et donc indépendante de h.
On rappelle qu'à l'ordre 1 en $\epsilon \ll 1$, *on a* $\sin\epsilon \approx \tan\epsilon \approx \epsilon$ *et* $\cos\epsilon \approx 1$.

b) Dans ces conditions, H est confondu avec S (voir figure 2) et A_i est le foyer image F' de la lentille. On appelle $f' = \overline{SF'}$ sa distance focale image. Déterminer f' en fonction de n et R_C. Commenter ce résultat.

c) La vergence de l'œil normal, quand il n'accommode pas, est $V = 60\,\delta$. Calculer f' et R_C.

5. L'œil regarde toujours un objet à l'infini, mais cette fois-ci, à la nuit tombante, de sorte que sa pupille est grande ouverte. Les rayons lumineux ne peuvent plus être considérés paraxiaux.

a) Exprimer l'étalement $\eta = \overline{CA_i}(h \to 0) - \overline{CA_i}(h)$ du point de focalisation d'un rayon issu de l'infini, en fonction de n, R_C et h.

b) Calculer η en considérant que pour l'œil, le diamètre maximal d'ouverture de la pupille est de l'ordre de grandeur du rayon de courbure R_C. Commenter.

II.2. Modèle simplifié de l'œil pour la vision de près

Pour la vision de près, on peut assimiler l'œil à une lentille mince (L) biconvexe, convergente, plongée dans l'air d'indice 1. Tous les rayons lumineux seront considérés paraxiaux. S est le centre optique de la lentille, F son foyer principal objet, F' son foyer principal image, V sa vergence et f' sa distance focale image. La rétine, centrée au point R, est située à une distance du cristallin anatomiquement invariable : la distance $SR = 16,7\,\text{mm}$ reste fixe quelle que soit l'accommodation.
L'œil normal (emmétrope) permet de voir des objets situés devant lui depuis la distance $d_{\min} = 25\,\text{cm}$ (distance minimale de vision distincte) jusqu'à la distance $d_{\max}$ infinie (distance maximale de vision distincte). Pour cela, l'œil accommode, c'est-à-dire que les rayons de courbure de la lentille biconvexe se modifient sous l'effet des muscles ciliaires. On se place dans le cas de la vision de près quand l'œil accommode au maximum. Si l'image se forme sur la rétine au niveau de la fovéa, l'œil peut distinguer deux points proches suffisamment contrastés si leur distance angulaire est supérieure à $\varepsilon = 4 \times 10^{-4}\,\text{rad}$. Cette limite de résolution augmente fortement en vision périphérique.

6. On note $\overrightarrow{A_0B_0}$ un objet transverse avec A_0 situé sur l'axe optique, et dont l'image $\overrightarrow{A_1B_1}$ par (L) est située sur la rétine.

a) Réaliser une construction de l'image $\overrightarrow{A_1B_1}$ en la justifiant.

b) En s'appuyant sur cette construction, établir la relation de conjugaison de Descartes, c'est-à-dire avec origine au centre S.

c) Calculer la valeur $V_{\max}$ de V quand l'œil emmétrope regarde un objet situé à la distance minimale de vision distincte $d_{\min}$.

d) Calculer la valeur $V_{\min}$ de V dans le cas où ce même œil emmétrope regarde un objet placé cette fois à la distance maximale de vision distincte $d_{\max}$.

e) La variation de la vergence de l'œil $A = V_{\max} - V_{\min}$ est appelée l'*amplitude d'accommodation*. Calculer A dans le cas de l'œil emmétrope.

7. Avec l'âge, l'amplitude d'accommodation se réduit. Cette diminution physiologique porte le nom de *presbytie*. En pratique, un individu devient presbyte quand il doit éloigner son journal de plus de 35 cm de son œil pour lire. Dans ce cas, la distance minimale de vision distincte augmente ($d_{\min} = 35\,\text{cm}$) et $d_{\max}$ reste inchangée.

a) Déterminer l'amplitude d'accommodation de l'œil emmétrope d'un individu devenu presbyte.

b) Quelle est la taille minimale $\ell_{\min}$ des caractères du journal placé à $d_{\min}$ que peut lire cet individu devenu presbyte ?

c) Quelle serait la taille minimale $\ell'_{\min}$ des caractères si la presbytie de l'individu augmentait de telle façon qu'il doive placer le journal à 1,0 m de son œil ? Conclure.

8. Une personne presbyte voit nettement un point à l'infini sans accommoder mais ne peut voir un point situé à moins de 1,0 m en accommodant au maximum. Pour pouvoir lire confortablement un journal placé à 25 cm devant lui, il porte des lunettes dont chaque verre (assimilé à une lentille mince convergente (L_L) de vergence V_L et de centre optique S_L est placé $2,0\,\text{cm}$ devant le centre optique de l'œil (figure 3 ci-dessous). Dans ces conditions, il n'accommode pas.

a) Calculer la vergence V_L de chacun des verres des lunettes.

b) En reproduisant le schéma de la figure 3, construire la marche de deux rayons issus de B_0 qui atteignent la rétine. Les échelles peuvent ne pas être respectées mais vous justifierez votre construction géométrique.

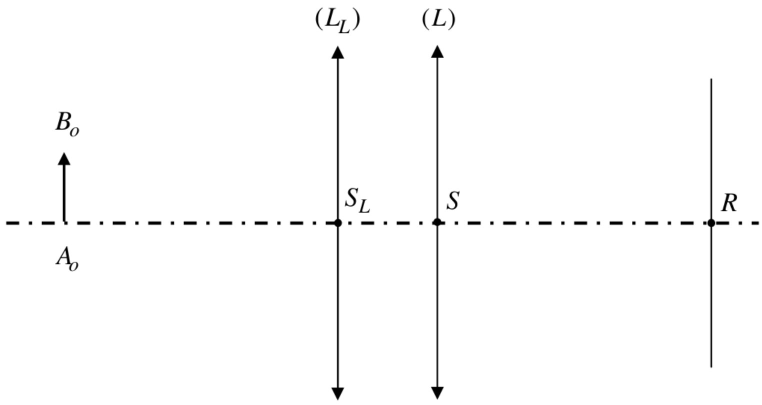


Figure 3 : Lentille correctrice placée devant l'œil pour la vision de près.

c) En conservant ses lunettes, l'individu presbyte peut-il voir des objets situés à moins de 25 cm de ses yeux ? Si oui, jusqu'à quelle distance de ses yeux ?

d) L'individu presbyte peut-il regarder de loin avec ses lunettes ? Pourquoi ? Quelles solutions s'offrent à lui ?

* * * Fin de l'épreuve * * *