

Dynamique du point

Introduction

La dynamique va nous permettre non pas d'étudier le mouvement, mais les causes de sa modification. Ce qui signe la différence avec la cinématique est l'apparition de la notion de **masse**. Nous serons ainsi amenés à définir la masse *inerte* m_i , et la masse *grève* m_g , qui seront simplement identifiées à la masse m par la suite.

Grandeurs cinétiques :

La notion d'inertie se manifeste par des comportements différents de corps ayant initialement des mouvements identiques¹. On construit alors des grandeurs dites *cinétiques* pour rendre compte de cela, en mélangeant masse et vitesse. Pour un point matériel M de masse m , on définira :

Quantité de mouvement² (de M dans \mathcal{R}) :

$$\vec{p}_{M/\mathcal{R}} = m \vec{v}_{M/\mathcal{R}}$$

Moment cinétique en A (de M dans \mathcal{R}) :

$$\vec{\sigma}_{M/\mathcal{R}}(A) = \overrightarrow{AM} \wedge \vec{p}_{M/\mathcal{R}}$$

Naturellement, ces grandeurs dépendent du référentiel choisi pour le mouvement.

Forces :

Les forces sont des vecteurs modélisant l'interactions entre les corps. Il en existe deux types : les forces d'interaction à distance dites **interactions fondamentales**, et les forces usuelles modélisant de façon pratique et souvent empirique les actions de **contact** au niveau macroscopique ou mésoscopique.

1. On peut comparer par exemple l'effet d'une balle de tennis à celle d'une boule de pétanque sur la raquette du tennisman, si ces deux boules sont lancées à la même vitesse...

2. Si le point M représente en fait le *centre d'inertie* d'un système non ponctuel, \vec{p} est alors aussi appelé *résultante cinétique* du système.

I. Lois de Newton

I.1. Le principe d'inertie

1^{ère} LOI DE NEWTON :

Il existe au moins un référentiel \mathcal{R} , dit **galiléen**, dans lequel le mouvement de tout point matériel isolé (cad ne subissant aucune interaction) est rectiligne uniforme : sa vitesse $\vec{v}_{M/\mathcal{R}}$ est constante.

REMARQUES :

- Nous admettons donc à ce stade que ce référentiel existe. Toutefois **un système n'est jamais complètement isolé**, donc on ne peut vérifier ce principe expérimentalement. C'est la seconde loi de Newton qui se prètera à une évaluation expérimentale du caractère galiléen.
- En fait il existe une infinité de référentiels galiléens. Nous montrerons³ qu'il s'agit de référentiels en **translation rectiligne uniforme** les uns par rapport aux autres.
- Si le mobile est initialement immobile (*au repos*), il le reste. **Les forces ne sont pas nécessaires pour créer le mouvement, mais pour le modifier.**

Non-équivalence des référentiels :

On considère deux expériences différentes en présence d'un piéton et d'une voiture, observées depuis le référentiel \mathcal{R} lié à la route. Dans la première, le piéton est immobile, la voiture roule à la vitesse \vec{v} par rapport à \mathcal{R} puis s'arrête brutalement. On constate un échauffement des pneus de la voiture (et l'utilité de la ceinture de sécurité...). Dans la seconde, la voiture est immobile, et le piéton court à la vitesse $-\vec{v}$ puis s'arrête brutalement. On constate un échauffement des semelles du piéton, ainsi que de ses muscles et articulations. Dans les deux expériences, le mouvement relatif de la voiture par rapport au piéton est le même, **la cinématique ne fait pas de différence entre les deux situations**. Pourtant nous voyons que \mathcal{R} n'est pas équivalent aux référentiels liés à la voiture et au piéton, notés respectivement \mathcal{R}_v et \mathcal{R}_p , lorsque ceux-ci sont en **mouvement accéléré** par rapport à \mathcal{R} : **les effets du freinage ne sont pas ressentis dans \mathcal{R}** , mais selon le cas dans \mathcal{R}_v ou dans \mathcal{R}_p .

3. Chap. Changements de référentiels, référentiels non galiléens, prog. de SPE.

I.2. Le Principe Fondamental de la Dynamique (PFD)

Ce principe concerne l'effet sur le mouvement d'un point matériel des interactions entre ce point et des corps extérieurs.

2^{de} LOI DE NEWTON :

- Tout point matériel est caractérisé par sa *masse inerte* $m_i > 0$, qu'on notera par la suite m .
- Le mouvement du point matériel dans un référentiel \mathcal{R} **galiléen**, soumis aux forces $\vec{F}_{i \rightarrow M}$, est affecté selon la relation :

$$\left. \frac{d\vec{p}}{dt} \right|_{\mathcal{R}} = \sum_i \vec{F}_{i \rightarrow M} \quad \text{avec} \quad \vec{p} = \vec{p}_{M/\mathcal{R}} = m \vec{v}_{M/\mathcal{R}}$$

REMARQUES :

- Le PFD s'exprime donc comme une **loi de conservation de la quantité de mouvement**. C'est une démarche fondamentale en physique que de rechercher des **lois de conservation**. Toute la physique est construite sur de telles lois (cf cours de Thermodynamique).
- En particulier, un point matériel est dit *pseudo-isolé* si $\sum_i \vec{F}_{i \rightarrow M} = \vec{0}$. Sa quantité de mouvement est conservée : $\vec{p} = \vec{c}t\vec{e}$. Son mouvement est donc rectiligne uniforme. Toutefois il est incorrect de dire que cela est dû à la 1^{ère} loi de Newton... c'est la 2^{de} !...⁴
- **Postulats de la mécanique classique relatifs à la masse inerte**⁵ :
 - La masse inerte est une grandeur proportionnelle à la quantité de matière⁶, donc *additive* (la masse de deux points matériels est la somme de leurs masses respectives).
 - La masse inerte se conserve au cours du temps.
 - La masse inerte est invariante par changement de référentiel.

Si ces propriétés sont intuitives, il convient de retenir toutefois qu'elles sont invalidées en relativité où la masse et l'énergie ont le même statut : l'une peut être transformée en l'autre via $E = mc^2$.

4. Mais vous ne serez pas pénalisé car c'est un usage courant...
 5. valables aussi pour la masse *grave*
 6. On la dira *extensive* en thermodynamique.

- Si la masse du système considéré est constante⁷, on écrit alternativement

$$m \vec{a} = m \left. \frac{d\vec{v}}{dt} \right|_{\mathcal{R}} = \sum_i \vec{F}_{i \rightarrow M} \quad \text{avec} \quad \vec{v} = \vec{v}_{M/\mathcal{R}} \quad \text{et} \quad \vec{a} = \vec{a}_{M/\mathcal{R}}$$

- Pour une force de norme donnée $\|\sum_i \vec{F}_i\|$, le changement de vitesse $\|\frac{d\vec{v}}{dt}\|$ est d'autant plus petit que la masse est grande (cf la balle de tennis et la boule de pétanque). La masse représente donc bien l'**inertie**, c'est-à-dire la résistance au changement (de mouvement).
- Les forces sont des grandeurs mesurables via le PFD, par l'étude du mouvement et à condition de connaître la masse. Inversement, le PFD est un moyen de vérifier quantitativement le caractère galiléen d'un référentiel, à condition de connaître l'expression des forces.
- L'unité de masse⁸ est le *kilogramme* (kg). C'est la seule unité SI à reposer encore sur l'existence d'un étalon (Platine iridiée, Bureau International des Poids et Mesures, Sèvres).
- Les forces sont censées ne dépendre que de la distance entre les corps interagissant, et de leur vitesse relative, le tout à l'instant considéré⁹. Ainsi, **les forces doivent être invariantes par changement de référentiel**. L'unité de force est le *Newton* (N) : $1 \text{ N} = 1 \text{ kg.m.s}^{-2}$.

PRINCIPE DE RELATIVITÉ (GALILÉENNE) :

Les lois physiques sont invariantes par changement de référentiel galiléen.

Ce principe fut d'abord proposé par Galilée pour le mouvement, puis généralisé par Einstein pour toutes les lois physiques. Nous reviendrons sur ce point lorsque nous étudierons les changements de référentiels (SPE).

Nous verrons que le PFD est en effet invariant par la *transformation de Galilée*, qui consiste à changer de référentiel galiléen (à une translation rectiligne uniforme près), car alors $\vec{a}_{M/\mathcal{R}} = \vec{a}_{M/\mathcal{R}'}$. Par contre, les lois de l'électromagnétisme (équations de Maxwell) ne sont pas invariantes par cette transformation. Einstein proposa pour cela ainsi de remplacer la transformation de Galilée par la *transformation de Lorentz*, qui nécessite d'abandonner l'universalité du temps. Il fonda ainsi la relativité restreinte, modifiant l'écriture des lois de la mécanique pour satisfaire au principe de relativité. La mécanique classique reste valable pour les vitesses faibles devant c .

7. L'étude des systèmes ouverts est abordée en SPE.

8. De façon courante, la mesure d'une masse se fait via la mesure de son poids, qui est la force $\vec{P} = m\vec{g}$. Ceci nécessite donc au préalable la mesure du champ de pesanteur \vec{g} , ce qui peut se faire via un mouvement de chute libre (BIPM).

9. Notons qu'en relativité, on doit prendre en compte la propagation des interactions, qui se fait à la vitesse de la lumière c , qui est finie. Donc les forces à l'instant t dépendent du passé.

I.3. Principe des actions réciproques

3^{ème} LOI DE NEWTON :

Lorsque deux points matériels M_1 et M_2 interagissent entre eux, la force appliquée par l'un sur l'autre est l'opposé de la force appliquée par l'autre sur l'un :

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} + \vec{F}_{2 \rightarrow 1} = \vec{0}$$

REMARQUES :

- On parle ainsi indistinctement de *force d'interaction* entre M_1 et M_2 .
- La plupart du temps, la force d'interaction entre deux points matériels est dite *radiale*, c'est-à-dire portée par la droite $M_1 M_2$ (les forces sont dites deux à deux *coaxiales*). Ceci n'est pas vrai en présence d'un champ magnétique (cf force de Laplace et cours d'électromagnétisme). Ceci n'est en outre valable que pour des points matériels, mais pas en général pour des systèmes de points. En particulier il ne suffit pas de réduire les systèmes en interaction à leur centre d'inertie pour pouvoir dire que la force est radiale. Il peut subsister des effets dipolaires, ou d'ordre supérieur (ex : dipôle électrostatique, effets de non sphéricité dans le champ gravitationnel...).
- Ce principe est **faux en physique relativiste** car les interactions se propagent à vitesse finie, et le temps dépend du référentiel. Les problèmes de la dynamique newtonienne en présence d'un champ électromagnétique s'expliquent aussi par cela : il n'est de théorie de l'électromagnétisme satisfaisante que relativiste.

II. Forces d'interaction à distance élémentaires

On présente ici les quatre lois d'interaction sensées rendre compte de façon exhaustive de toutes les interactions existant entre les particules élémentaires constituant la matière. Ces interactions sont donc réputées exactes et suffisantes dans un cadre microscopique, pour rendre compte de tous les phénomènes naturels. On remonte alors à des échelles spatiales supérieures par des raisonnements statistiques (*physique statistique*). Toutefois, de par leur nature, les interactions gravitationnelle et électromagnétique peuvent être étendues et appliquées directement à l'échelle macroscopique. Nous verrons sous quelles hypothèses. Par ailleurs, ce sont les seules qui nous intéresseront en CPGE, dans la mesure où la physique nucléaire n'est pas au programme.

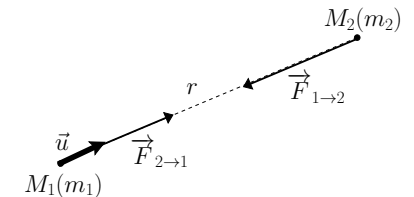
II.1. Interaction gravitationnelle

LOI DE LA GRAVITATION UNIVERSELLE (NEWTON) :

Deux points matériels M_1 et M_2 de masses respectives m_1 et m_2 **s'attirent** proportionnellement à leurs masses et à l'inverse du carré de la distance qui les sépare :

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -\mathcal{G} \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{u} \quad \text{avec} \quad \vec{u} = \frac{M_1 M_2}{M_1 M_2}$$

$$\text{ou} \quad \vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -\mathcal{G} m_1 m_2 \frac{\overrightarrow{M_1 M_2}}{M_1 M_2^3}$$



et $\mathcal{G} = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} =$ constante de gravitation universelle (ou de Cavendish)^a.

a. On retiendra $\mathcal{G} \sim 10^{-10}$ (SI).

REMARQUES :

- Cette interaction s'applique à toutes les particules de masse non nulle.
- **Masse grave et masse inerte :**
La masse en question s'appelle la *masse grave* ou *masse pesante* (m_p). L'identité de la masse inerte et de la masse grave est un fait expérimental établi jusqu'à présent avec une très grande précision. On observe que l'accélération acquise par tout corps en chute libre est indépendante de sa masse. Or

$$m_i \vec{a} = -\mathcal{G} \frac{m_p m_2}{r^2} \vec{u} \quad \text{donc} \quad m_i = m_p.$$

- **Cas de la gravitation terrestre :**

On peut montrer, sous l'hypothèse d'une Terre à symétrie sphérique¹⁰ de centre O , que la résultante de l'interaction gravitationnelle entre la Terre et un point matériel M (m) extérieur à la Terre s'écrit sous la forme :

$$\vec{F}_{\text{Terre} \rightarrow M} = -\mathcal{G} m M_T \frac{\overrightarrow{OM}}{OM^3}$$

- Cas particulier des **mouvements terrestres d'amplitude faible** par rapport aux dimensions de la Terre :

$$\vec{F}_{\text{Terre} \rightarrow M} = m \vec{g}_0 \approx -m g_0 \vec{u}_z \quad \text{où} \quad g_0 = \mathcal{G} \frac{M_T}{R_T^2} \approx 9,8 \text{ ms}^{-2}$$

10. Un corps matériel est à symétrie sphérique si sa masse volumique est une fonction du rayon seulement, en coordonnées sphériques : $\rho = \rho(r)$.

est le *champ de gravitation terrestre à la surface*¹¹. On néglige alors :

- les variations d'altitude au cours du mouvement,
- les hétérogénéités du champ gravitationnel dues aux irrégularités du sous-sol (non-symétrie sphérique),
- le rôle de la latitude via la force centrifuge due à la rotation propre de la Terre (cf note sur le *champ de pesanteur*).

II.2. Interaction électromagnétique

a. Notion de charge électrique

DÉFINITION : La charge électrique (q) est une grandeur fondamentale additive (ou extensive) et invariante, comme la masse, qui complète la caractérisation des particules élémentaires (cf cours Electromagn. SPE). Elle peut être **positive ou négative**. Elle est **quantifiée** : toute particule porte une charge qui est un multiple entier de la *charge élémentaire* : $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$.

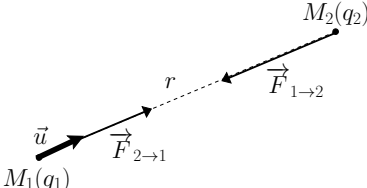
Exemples : électrons : $q = -e$; protons : $q = +e$.

REMARQUE (contre-exemple) : Les quarks (constituants des nucléons) portent des charges $\pm \frac{e}{3}$ ou $\pm \frac{2e}{3}$, mais ne sont pas isolables en dehors du monde subnucléaire.

b. Cas statique : loi de Coulomb

LOI DE COULOMB - interaction électrostatique

Deux particules chargées $M_1(q_1)$ et $M_2(q_2)$ **immobiles** l'une par rapport à l'autre ou ayant **un mouvement relatif suffisamment lent, s'attirent ou se repoussent** proportionnellement à leurs charges et à l'inverse du carré de la distance qui les sépare :

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u} \quad \text{avec} \quad \vec{u} = \frac{\overrightarrow{M_1 M_2}}{M_1 M_2} \quad (\text{cas attractif : } q_1 q_2 < 0)$$


$$\text{ou} \quad \vec{F}_{1 \rightarrow 2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\overrightarrow{M_1 M_2}}{M_1 M_2^3}$$

et $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ Fm}^{-1}$ = permittivité diélectrique du vide^a.

a. On retiendra : $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \times 10^9 \sim 10^{10} \text{ (SI)}$.

11. Il faut en toute rigueur distinguer \vec{g}_0 du *champ de pesanteur terrestre* $\vec{g} = -g\vec{u}_z$, qui prend en compte la force centrifuge due à la rotation propre de la Terre, et sur lequel repose la définition de la verticale \vec{u}_z (fil à plomb). cf cours de SPE sur les changements de référentiels.

REMARQUES :

- Si $q_1 q_2 > 0$ la force est répulsive (toujours vérifier à l'écriture de la formule vectorielle).
- La force électrostatique est beaucoup plus intense que la force gravitationnelle. Comparons par exemple les interactions entre deux électrons ($m_e \approx 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg} \sim 10^{-30} \text{ kg}$, et $q = -e$) :

$$\mathcal{G}m_p^2 \sim 10^{-70} \text{ (SI)} \ll \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \sim 10^{-28} \text{ (SI)}$$

De même pour deux protons ($m_p \approx 1,6 \times 10^{-27} \text{ kg} \sim 2000 m_e$). **Ainsi, lorsqu'on étudie le mouvement de particules chargées en présence, on néglige la plupart du temps les interactions gravitationnelles.**

DÉFINITION : Champ électrostatique

Soit une particule située en O de charge q_0 . D'après la loi de Coulomb de l'électrostatique, on peut définir un champ électrostatique $\vec{E}(M)$ tel que toute particule située en M de charge q subit de la part de $O(q_0)$ une force^a :

$$\vec{F} = q \overrightarrow{E(M)} \quad \text{où} \quad \overrightarrow{E(M)} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \frac{\overrightarrow{OM}}{OM^3}$$

est le champ électrostatique créé par la charge q_0 au point M .

a. toujours sous l'hypothèse d'un mouvement relatif lent.

REMARQUE : Ce champ de vecteurs permet de caractériser l'action de q_0 sur n'importe quelle autre charge située à n'importe quel endroit.

PROPRIÉTÉ : **Additivité du champ électrique** (Principe de superposition)

Une charge q située au point M en présence d'une distribution \mathcal{D} de plusieurs charges $\{q_1, q_2, \dots, q_n\}$ situées aux points (P_1, P_2, \dots, P_n) est soumise à une force

$$\vec{F}_{\mathcal{D} \rightarrow M} = q \vec{E}(M) \quad \text{où} \quad \vec{E}(M) = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i(M) = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0} \frac{\overrightarrow{P_i M}}{P_i M^3}$$

est le champ électrostatique global créé par \mathcal{D} , obtenu par superposition des champs créés par chaque charge individuelle.

c. Cas général : loi de Lorentz

Dans le cas général où les charges sont en mouvement relatif, le champ électrostatique doit être remplacé par un *champ électromagnétique* (\vec{E}, \vec{B}) , constitué d'un *champ électrique* \vec{E} et d'un *champ magnétique* \vec{B} .

LOI DE LORENTZ :

Une particule de charge q située au point M en présence d'un champ électromagnétique $(\vec{E}(M), \vec{B}(M))$, et en mouvement à la vitesse $\vec{v}_{M/\mathcal{R}}$ dans le référentiel \mathcal{R} , subit la *force de Lorentz*

$$\vec{F} = q \left(\vec{E}(M) + \vec{v}_{M/\mathcal{R}} \wedge \vec{B}(M) \right)$$

REMARQUES :

- La partie magnétique de cette force est parfois appelée *force de Laplace*.
- La vitesse $\vec{v}_{M/\mathcal{R}}$ n'est pas a priori constante (rarement) et c'est en général une inconnue du problème.
- La force \vec{F} doit être invariante par changement de référentiel, donc comme $\vec{v}_{M/\mathcal{R}}$ dépend du référentiel, les champs $\vec{E}(M)$ et $\vec{B}(M)$ en dépendent aussi (cf cours sur l'induction).

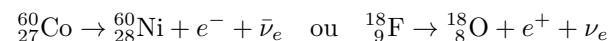
II.3. Interaction forte

Il s'agit de la plus puissante de toutes les interactions connues. Elle est responsable de la cohésion de tous les hadrons (particules composées de quarks). En particulier, elle est donc indirectement responsable de la cohésion des noyaux atomiques.

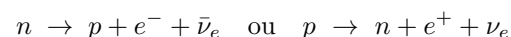
II.4. Interaction faible

Il s'agit d'une interaction à très courte portée qui entre en jeu dans le phénomène de radioactivité bêta, et la fusion nucléaire dans les étoiles (*nucléosynthèse*).

La radioactivité bêta est à l'origine un type de désintégration radioactive dans laquelle une *particule* β (un électron, β^- , ou un positron, β^+) est émise :



La désintégration β se généralise à toutes les réactions nucléaires impliquant les *neutrinos* ou *anti-neutrinos* se résumant par la relation suivante :



II.5. Synthèse et unification

On peut comparer l'intensité des quatre interactions fondamentales dans le cas des nucléons (cf tableau ci-dessous). Toutefois cette comparaison n'a de sens que pour les niveaux d'énergie communément observés dans l'univers actuel. La physique classique posait les interactions gravitationnelle et électromagnétique comme des axiomes. Aujourd'hui la *théorie quantique des champs* interprète toutes ces interactions entre particules de matière (les fermions) par l'existence d'autres particules jouant le rôle de **médiateurs**, des *bosons virtuels* (ou *bosons de jauge*), qui véhiculent l'interaction à la vitesse de la lumière (ou une vitesse proche). Dans ce cadre :

- l'interaction forte est portée par les *gluons* (masse nulle) ;
- l'interaction électromagnétique est portée par les *photons* (masse nulle) ;
- l'interaction faible est portée par les *bosons lourds* W^+ , W^- et Z^0 (masse non nulle) ;
- l'interaction gravitationnelle serait portée par les *gravitons* (masse nulle), toujours non observés et dont l'existence est hypothétique.

Interaction	Théorie	Intensité	Portée	Modèle
FORTE	Chromodynamique Quantique (QCD)	1	$< 10^{-15}$ m	cte ou $e^{-\frac{r}{r_0}}$
EMAG	Electrodynamique Quantique (QED)	10^{-2}	illimitée (hors écrantage)	$\frac{1}{r^2}$
FAIBLE	Théorie Electro-faible (EWT)	10^{-13}	$< 10^{-18}$ m	$\frac{1}{r} e^{-\frac{r}{r_0}}$
GRAVITA TIONNELLE	Relativité Générale	10^{-40}	illimitée	$\frac{1}{r^2}$

Dans une recherche de simplification et d'unification, les physiciens ont cherché à comprendre l'existence de plusieurs forces d'intensités différentes. Il fut postulé que les quatre interactions émanaient d'une seule interaction fondamentale qui était à l'œuvre pendant les premiers instant de l'univers après le big bang, alors que la matière était à des niveaux d'énergie extrêmement élevés. L'expansion entraînant une baisse du niveau d'énergie ambiant, des *brisures de symétrie* successives seraient à l'origine de la différenciation des interactions. Aujourd'hui trois des quatre interactions ont été unifiées dans le cadre d'une

théorie appelée *modèle standard*, avec des validations expérimentales dans les accélérateurs de particules. Cela signifie que ces interactions fusionnent entre elles lorsqu'on atteint des niveaux d'énergie cinétique suffisants. Toutefois l'unification avec la gravitation n'a pas encore été réalisée, ni sur le plan théorique (théorie des cordes, gravitation quantique à boucles), ni sur le plan expérimental où elle nécessite d'atteindre des énergies supérieures à 10^{18} GeV.

III. Théorème de la résultante cinétique - du centre d'inertie (TRC/TCI)

IV. Forces de contact entre systèmes matériels

IV.1. Réaction d'un support et frottement solide

IV.2. Force de frottement fluide

IV.3. Forces de tension : fils et poulies

IV.4. Force de tension élastique : loi de Hooke

V. Méthode de résolution d'un problème de mécanique

La mécanique a la particularité d'être une discipline qui peut être abordée de façon très logique et déductive. En cela elle est à la fois rassurante et formatrice. On peut établir un algorithme de résolution qui permet de venir à bout de tout problème sans surprise, modulo quelques limitations mathématiques.

La situation se présente souvent sous la forme d'un système matériel dont on doit prévoir le mouvement (vers le futur ou le passé), connaissant au moins partiellement les forces et les contraintes. Mais on peut aussi inverser le problème en cherchant à déterminer les forces pour un mouvement connu.

1. Définir le **système**^a.
2. Choisir un **référentiel** de travail, a priori galiléen, ou non galiléen (SPE).
3. Faire le bilan des **forces / actions** subies par le système^{b c}.
Certaines forces ne sont pas connues a priori (au même titre que le mouvement), même si on sait les modéliser (ex : forces de contact d'un support).
4. Enoncer les **principes / théorèmes** de dynamique^d.
5. Choisir un système de **coordonnées** et une **base locale** de projection associée adaptés aux symétries du problème.
6. **Exprimer** la vitesse, l'accélération, et les forces, dans cette base et avec ces coordonnées.
7. **Projeter** les équations dynamiques pour obtenir une ou plusieurs équations différentielles scalaires.
8. **Résoudre** le système différentiel : trouver le mouvement et les éventuelles forces inconnues, en tenant des conditions "initiales" (position et vitesse à un instant donné).

a. Pour être précis, en physique un système correspond à une portion de l'univers définie par l'intérieur d'une surface fermée. En mécanique on exprime souvent les choses sous la forme d'un ensemble de corps matériels.

b. Interactions à distance et forces de contact... il est courant d'oublier la/les force(s) de contact exercées par un support : réaction de la table...

c. En référentiel non galiléen, on doit ajouter les forces d'inertie.

d. En mécanique du point, seul le PFD suffit, mais on peut alternativement utiliser le Théorème du Moment Cinétique (TMC, cf chap. 6). En mécanique des systèmes de points (dont les solides), on doit appliquer le TCI et le TMC.

Les principes de dynamique se traduisent par des équations différentielles d'ordre 2. Par exemple le PFD conduit à des équations du type

$$\ddot{x} = \frac{1}{m} F_x(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}),$$

où F_x représente la composante selon \vec{e}_x de la résultante des forces. Si l'on se donne les conditions initiales en position et vitesse, $\vec{r}(0)$ et $\vec{v}(0)$, le théorème de Cauchy-Lipschitz assure qu'il est théoriquement possible de déterminer une solution unique sous la forme d'une loi horaire : $\vec{r}(t)$. En cela la mécanique classique est une science **déterministe** (cf le déterministe laplacien).

Toutefois, contrairement à ce que pensait Laplace, cela ne signifie pas que l'on soit toujours à même de connaître le mouvement du système avec une précision aussi grande que l'on souhaite. Il existe plusieurs limites fondamentales à cela :

- i) Une équation différentielle ne peut pas toujours être résolue **analytiquement** (en explicitant la solution par des fonctions usuelles, ou analytiques). En fait la plupart des équations différentielles ne peuvent être résolues que de façon approchée par le **calcul numérique** à l'aide d'un ordinateur.
- ii) Les systèmes obéissant à une dynamique non-linéaire (la plupart des systèmes dans la nature) peuvent avoir des comportements chaotiques qui les rendent **sensibles aux conditions initiales**. Toute approximation même si petite soit-elle conduit alors à des erreurs qui s'amplifient irrémédiablement¹² et **limitent le pouvoir prédictif** du modèle, même avec les meilleurs calculateurs (problème newtonien à trois corps, fluides, météorologie, systèmes économiques...).
- iii) Pour l'étude du mouvement des particules au niveau microscopique, le recours à la **mécanique quantique** est indispensable. A cette échelle **la notion de trajectoire perd son sens** et la mécanique classique doit être abandonnée. A la place, on s'intéresse à la *fonction d'onde*, qui permet d'accéder à la *densité de probabilité de présence* de la particule. L'*équation de Shrodinger* permet de prévoir l'évolution de la fonction d'onde de façon exacte. Elle est toujours déterministe.

12. cf le paradigme de l'*effet papillon*...