

# Accéléromètre et Sismomètre

La notion de filtrage se retrouve dans divers domaines de la physique, notamment en électricité, en mécanique... Les sismomètres, les amortisseurs, les accéléromètres sont des filtres mécaniques. Le récent essor des appareils grand public utilisant des accéléromètres intégrés (manettes de jeu vidéo, smartphone, consoles inertielles...) nous amène à examiner le cas d'un composant actuel.

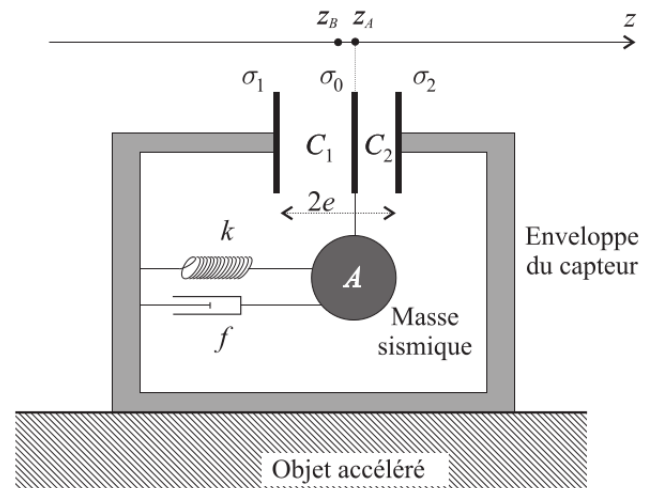
Pour les calculs, la lecture de ce document sera associée à la recherche des exercices sur le sismographe et sur l'accélérographe dans la feuille d'exercices S6.

## I. Accéléromètre

On présente ici le principe d'un accéléromètre capacitif 1D de la famille des MEMS (Micro Electro Mechanical Systems), fixé sur une puce de quelques millimètres de côtés. La dimension typique du capteur lui même est de l'ordre du millimètre ou inférieure. Le reste de la puce est occupé par l'électronique associée. Le modèle mécanique simplifié de l'accéléromètre 1D est représenté sur la figure ci-dessous, associé au système de transduction mécanique-électrique.

Une masse  $m$ , dite masse sismique, assimilable à un point matériel  $A$  est reliée à l'enveloppe du capteur par des micro poutres élastiques de coefficient de raideur  $k$ . Elles contraignent le mouvement de  $A$  dans une direction fixe  $Oz$  par rapport au boîtier. Un amortissement à frottement visqueux proportionnel à la vitesse de  $A$  par rapport au boîtier et de coefficient  $f$  est assuré par un gaz comprimé dans le boîtier étanche.

Deux condensateurs plans  $C_1$  et  $C_2$  sont formés par deux armatures fixes  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  liées au boîtier et par l'armature mobile  $\sigma_0$  liée à  $A$ . Ce dispositif à capacité variable permet de traduire le mouvement par un signal électrique. La distance entre les deux armatures fixes sera notée  $2e$  et la surface de chacune des armatures est  $S$ . Au repos l'armature  $\sigma_0$  est à égale distance de  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ .



### I.1. Equation mécanique

On note  $z_A$  la position de  $A$  et  $z_B$  la position d'un point de référence du boîtier du capteur rigidement fixé au système dont on veut mesurer l'accélération. On prendra  $z_A = z_B$  au repos et on notera  $z = z_A - z_B$ . L'application du principe fondamental de la dynamique dans le référentiel galiléen du laboratoire, noté  $\mathcal{R}$  montre que  $z$  satisfait **l'équation caractéristique des oscillateurs amortis** avec second membre, c'est-à-dire en régime forcé :

$$\ddot{z} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{z} + \omega_0^2 z = -\ddot{z}_B \quad \text{avec} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{et} \quad Q = \frac{m\omega_0}{f} = \frac{\sqrt{mk}}{f}.$$

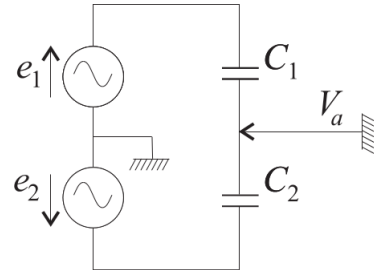
On remarque que c'est l'accélération du support qui intervient au second membre en tant que forçage, car le mouvement est ici observé dans le référentiel de la puce, noté  $\mathcal{R}'$ , qui est accéléré et donc non galiléen. Etant donné que nous sommes dans le cas d'un mouvement de translation, cela peut se comprendre par une simple relation de Chasles<sup>1</sup>. Dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen, l'accélération de la masse sismique est  $\ddot{z}_A = \ddot{z}_B + \ddot{z}$ . Quant à la force de frottement fluide, elle fait intervenir le mouvement relatif (c'est-à-dire dans  $\mathcal{R}'$ ) et non absolu (dans  $\mathcal{R}$ ) car les éléments source de frottement au sein de la puce sont en mouvement avec la puce (ex : l'air emprisonné dans la puce).

1. cf programme de SPE sur les changements de référentiels et référentiels non galiléens.

Dans le cas d'un mouvement sinusoïdal du support (vibrations), on montre en passant en notation complexe que cet **oscillateur mécanique se comporte comme un filtre passe-haut vis-à-vis des vibrations de la puce représentées par  $z_B(t)$** .

## I.2. Transduction mécanique-électrique et traitement du signal

Le premier élément de l'électronique du capteur peut être modélisé par le schéma électrique équivalent représenté ci-contre. Les générateurs idéaux de tension sont tels que  $e_1(t) = E \sin(\omega_1 t)$  et  $e_2(t) = -E \sin(\omega_1 t)$ . On rappelle que la capacité d'un condensateur plan dont les armatures de surface  $S$  sont séparées d'une distance  $d$  est  $C = \frac{\epsilon S}{d}$  où  $\epsilon$  est la permittivité du milieu. Le courant circulant dans les deux condensateurs s'écrit



$$C_1 \frac{d(V_a - e_1)}{dt} = C_2 \frac{d(V_a - e_2)}{dt} \quad \text{avec} \quad C_1 = \frac{\epsilon S}{e + z} \quad \text{et} \quad C_2 = \frac{\epsilon S}{e - z}.$$

Ceci conduit à

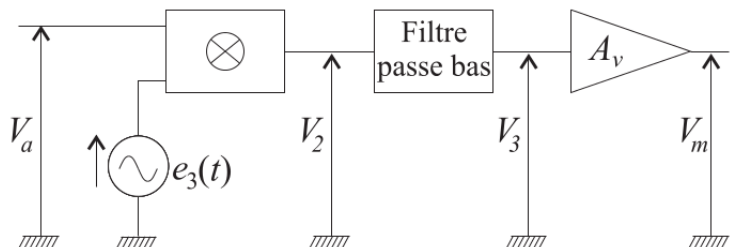
$$\frac{dV_a}{dt} = -\frac{E\omega_1}{e} z(t) \cos(\omega_1 t)$$

Prenons l'exemple d'un mouvement sinusoïdal du support de la puce de pulsation  $\omega \ll \omega_1$ , alors

$$z(t) = Z_m \cos(\omega t + \varphi) \quad \text{et} \quad V_a(t) \approx -\frac{E}{e} z(t) \sin(\omega_1 t) + V_{a0} \quad \text{avec} \quad V_{a0} = \text{cte}.$$

Il s'agit d'un signal modulé par le mouvement de la puce. Cette relation sera vraie plus généralement pour un mouvement quelconque s'il est lent par rapport à la période caractéristique  $\frac{2\pi}{\omega_1}$ .

La seconde partie de l'électronique du capteur permet d'accéder à  $z(t)$  par *démodulation synchrone*. On construit le signal de mesure  $V_m(t)$  à partir de  $V_a(t)$  selon le schéma de la figure ci-contre. Le signal de modulation  $e_3(t) = E \sin(\omega_1 t)$  est combiné par le premier étage avec  $V_a$  pour obtenir  $V_2(t) = \frac{1}{E} V_a(t) \times e_3(t)$ . Le filtre passe-bas possède une pulsation de coupure inférieure  $\omega_1$ , et un gain noté  $G(\omega)$ . On termine par un étage d'amplification de gain  $A_v$ .



En reprenant l'exemple ci-dessus de sollicitation sinusoïdale de pulsation  $\omega$ , on obtient finalement

$$V_m(t) \approx -\frac{A_v G(\omega) E}{2e} z(t).$$

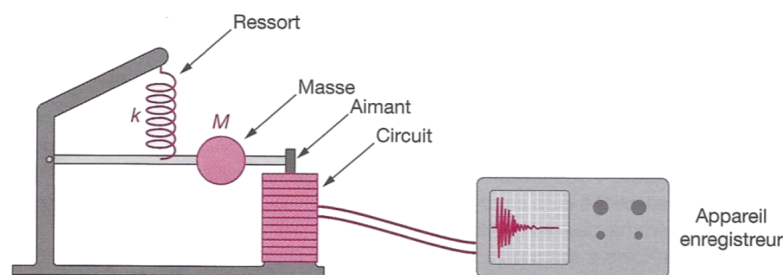
## II. Sismographe et sismomètre

La surveillance des mouvements du sol dus à la sismicité sont importants, dans la mesure où ils permettent de détecter l'apparition de phénomènes dont les conséquences peuvent être tragiques (tremblements de terre, tsunamis...). La détection est parfois trop tardive pour permettre une alerte efficace, les enregistrements sont alors utilisés à posteriori pour mieux comprendre la nature de l'événement et tenter d'anticiper les prochains.

### Principe

Un *sismographe* est un instrument de mesure équipé d'un capteur des mouvements du sol, le *sismomètre*, capable de les enregistrer sur un support visuel, le *sismogramme*.

Le sismomètre est un capteur de type accéléromètre, qui enregistre le mouvement du support sur lequel il se trouve fixé. Constitué comme un oscillateur mécanique amorti, il constitue une illustration d'application pratique de filtrage. On présente ci-dessous un exemple de sismomètre vertical, c'est-à-dire mesurant les mouvements selon l'axe  $Oz$ .



Les mouvements de la partie mobile engendrent, par induction, un courant électrique dans un bobinage. Ceci a deux effets importants :

- amortir les oscillations mécaniques et éviter donc une prolongation excessive du mouvement après une excitation brève ;
- fournir un signal électrique qui peut être aisément amplifié, enregistré et transmis.

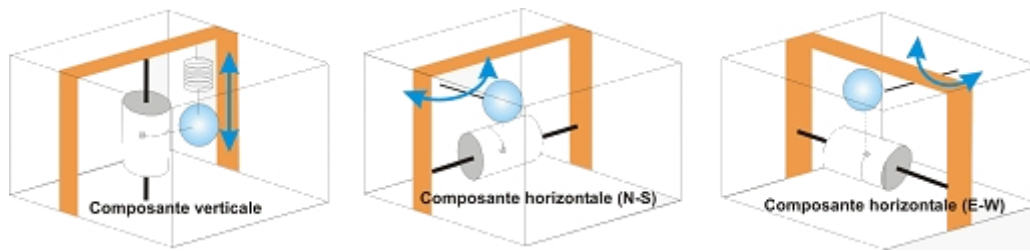
Le déplacement de la masse par rapport à sa position d'équilibre noté  $s(t)$ , est lié au mouvement du sol  $z_{\text{sol}}$ , par **l'équation caractéristique des oscillateurs amortis** :

$$\ddot{s} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{s} + \omega_0^2 s = A \ddot{z}_{\text{sol}}$$

ou  $Q$  est le facteur de qualité du système,  $\omega_0$  est la pulsation propre de l'oscillateur et  $A$  est l'amplification. On constate de nouveau que le *forçage* appliqué au second membre est associé à l'accélération du support. **REMARQUE** : Déplacer le sismomètre à vitesse constante n'engendre aucune détection. Seules les accélérations provoquent une réponse. **Un sismomètre est un accéléromètre.**

Un sismomètre est le plus souvent protégé par un bâti lié au sol, dans lequel la masse du capteur peut osciller en cas de sollicitation sismique. L'appareil doit être autant que possible isolé de l'extérieur, afin que les variations de température ou de pression n'affectent pas la stabilité du système. Lorsque le sol bouge, le bâti qui est solidaire au sol bouge aussi, ce qui provoque un mouvement relatif entre la masse et le bâti qui porte également le système d'enregistrement. Ce mouvement relatif est amplifié, puis enregistré.

Par ailleurs, les ondes sismiques qui génèrent les oscillations du sol peuvent avoir des polarisations, c'est-à-dire des directions de vibrations diverses que l'on peut décomposer suivant les trois dimensions qui définissent notre environnement : on considère donc en général une verticale et deux horizontales. Selon l'orientation des oscillations de la masse, certains sismomètres sont alors sensibles aux mouvements horizontaux et d'autres aux mouvements verticaux. Pour mesurer complètement les mouvements du sol, une station sismologique doit alors contenir trois composantes : un sismomètre vertical et deux horizontaux, afin d'obtenir une bonne restitution des vibrations du sol en trois dimensions. Il existe en réalité également des sismomètres capables d'enregistrer plusieurs composantes à la fois (trois composantes orthogonales).



Un sismomètre ne doit pas privilégier de fréquence : il ne doit pas y avoir de phénomène de résonance. Le choix du sismologue est donc de se rapprocher du niveau amortissement critique pour que l'oscillation repasse par zéro rapidement. Comme la masse revient assez vite vers sa position d'équilibre, elle est prête pour réagir à l'arrivée du train d'onde suivant. Le sismologue doit tenir compte de l'environnement d'où une large gamme de sismomètres dont les caractéristiques varient sensiblement. Diverses causes vont contribuer à mettre en oscillation le sol et vont donc intervenir dans la réponse du sismomètre.

**Exemples :**

- phénomènes de marée (période : demi-journée,  $10^{-5}$  Hz) ;
- perturbations liées à l'activité humaine, qu'il s'agisse de la circulation de véhicules, de travaux de terrassement lors de constructions... ;
- la houle, qui est un train régulier de vagues formées au large, est également un phénomène périodique auquel vont être sensibles les sismomètres verticaux. En effet, bien que n'existant qu'à la surface de l'eau, ces vagues exercent une action sur le fond marin. Les sismomètres ultrasensibles détectent alors une oscillation dont la périodicité va de quelques secondes à quelques dizaines de secondes.

Il existe différents types de sismomètres, de différentes bandes passantes et de différents gains. La fréquence d'enregistrement est usuellement comprise entre 0.01 Hz et quelques dizaines de Hz. La prise en compte de l'environnement permet au sismologue de définir dans quel intervalle spectral se situe l'information utile et il définit la bande passante des sismomètres à utiliser.