

**CB 1 de PHYSIQUE PCSI 1, 2 et 3**

\*\*\*\*\*DATE\*\*\*\*\* (durée : 4 h)

**CALCULATRICES AUTORISÉES****I Objectif photographique bifocal***Dans tout le problème, les conditions de l'approximation de Gauss sont supposées vérifiées.***QUESTIONS PRÉLIMINAIRES**

1. À partir d'une construction géométrique, déterminer la relation de conjugaison axiale et la relation de conjugaison transverse (ou grandissement transverse), avec origine au centre, d'une lentille mince de centre optique O et de foyers objet F et image F'.
2. On considère deux lentilles minces de distances focales images respectives  $f'_1$  et  $f'_2$  de même axe optique principal et dont les centres optiques  $O_1$  et  $O_2$  sont distants de  $d=O_1O_2$ . On supposera  $O_1$  situé avant  $O_2$  dans le sens de propagation de la lumière.
  - (a) Déterminer, en fonction de  $d$ ,  $f'_1$  et  $f'_2$ , la position par rapport à  $O_2$ , de l'image A' d'un point lumineux réel A situé à l'infini sur l'axe optique principal.
  - (b) Dans le cas particulier d'un objet réel à l'infini, en déduire que deux lentilles minces accolées ( $d=0$ ) peuvent être remplacées par une lentille mince unique de centre optique confondu avec les centres optiques communs des deux lentilles, dont la distance focale image  $f'_{12}$  est telle que :

$$\frac{1}{f'_{12}} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2}$$

- (c) Montrer que ce dernier résultat reste valable pour tout objet.

**ÉTUDE SIMPLIFIÉE D'UN OBJECTIF PHOTOGRAPHIQUE BIFOCAL**

On étudie, de manière simplifiée le principe d'un objectif photographique présentant deux distances focales images possibles.

3. On considère un système optique comprenant, sur un même axe optique principal, trois lentilles minces  $L_1$ ,  $L_2$  et  $L_3$ , de centre optique respectif  $O_1$ ,  $O_2$ ,  $O_3$  et de foyer principal image respectif  $F'_1$ ,  $F'_2$  et  $F'_3$ .  
 $L_1$  et  $L_3$  sont des lentilles identiques, divergentes, de distance focale image  $f'_1=-60$  mm.  
 $L_2$  est une lentille convergente de distance focale image  $f'_2=35$  mm.  
 Dans la première position (position 1), les lentilles  $L_1$  et  $L_2$  sont accolées ( $O_1O_2 = 0$ ).
  - (a) Déterminer, en fonction de  $f'_1$  et de  $f'_2$ , la position, par rapport à  $O_1$ , du foyer image  $F'_{12}$  de la lentille mince  $L_{12}$  équivalente à l'ensemble des deux lentilles  $L_1$  et  $L_2$ .  
 Application numérique : calculer  $\overline{O_1F'_{12}}$ .  
 $L_{12}$  est-elle convergente ou divergente ?
  - (b) En déduire, en fonction de  $f'_1$  et de  $f'_2$  la distance  $e=\overline{O_1O_3}$ , entre les lentilles  $L_1$  et  $L_3$  pour qu'un rayon incident parallèle à l'axe optique principal ressorte du système parallèle à cet axe (le système sera dit afocal).  
 Application numérique : calculer  $e$ .
  - (c) Déterminer, en fonction de  $f'_1$  et de  $f'_2$ , le rapport  $\gamma_1=\frac{D'}{D}$ , (appelé grandissement), entre le diamètre  $D'$  du faisceau émergent et le diamètre  $D$  d'un faisceau incident cylindrique parallèle à l'axe optique principal.  
 Application numérique : calculer  $\gamma_1$ .

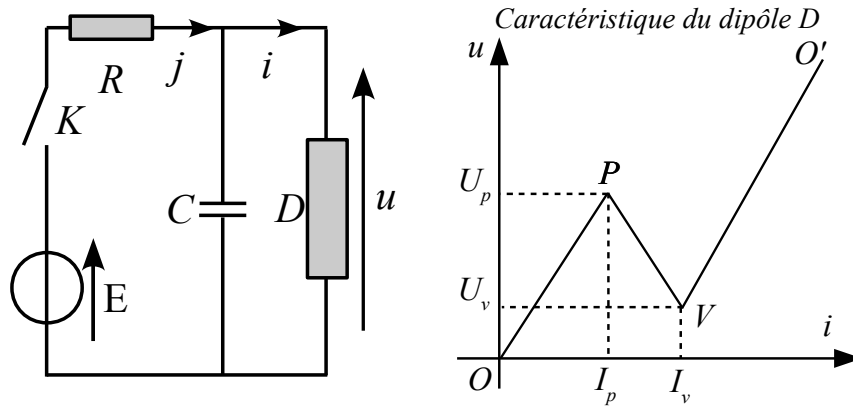
- (d) En déduire le grandissement transverse de l'objectif photographique pour tout objet AB placé à distance finie.
4. Dans la deuxième position (position 2), les lentilles  $L_2$  et  $L_3$  sont accolées ( $O_2O_3=0$ )
- (a) Montrer sans calcul que si l'on déplace, suivant la direction de l'axe optique, la lentille  $L_2$  jusqu'à la lentille  $L_3$ , ( $L_1$  et  $L_3$  restant fixes) on obtient aussi un système afocal (position 2, c'est-à-dire  $O_2O_3=0$ ).
- (b) En déduire dans ce cas ( $O_2O_3=0$ ), en fonction de  $f'_1$  et de  $f'_2$ , le rapport  $\gamma_2$  entre les diamètres du faisceau de sortie et du faisceau d'entrée.  
Application numérique : calculer  $\gamma_2$ .
5. (a) Construire la marche d'un faisceau lumineux à travers le système, le faisceau incident étant cylindrique, incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'axe optique principal du système dans la première configuration. On notera  $\alpha'$  l'angle du faisceau émergent par rapport à l'axe optique principal.
- (b) En déduire, en fonction de  $f'_1$  et de  $f'_2$ , la valeur du rapport  $G_1=\frac{\alpha'}{\alpha}$  entre l'angle de sortie et d'entrée du faisceau ( $G$  est le grossissement du système afocal). Application numérique : calculer  $G_1$ .
- (c) Quelle est la relation entre  $G_1$  et  $\gamma_1$  ?
- (d) En déduire la valeur, en fonction de  $f'_1$  et de  $f'_2$ , du grossissement  $G_2$  du système dans la position 2.  
Application numérique : calculer  $G_2$ .
6. On dispose alors, derrière  $L_3$ , une lentille mince convergente  $L_4$  de distance focale image  $f'_4=\overline{O_4F'_4}=50$  mm.
- (a) Où doit-on placer le film photographique pour obtenir une image nette d'un objet à l'infini. La distance entre  $L_3$  et  $L_4$  a-t-elle de l'importance ? Justifier.
- (b) Où doit-on placer la lentille  $L_4$  pour que l'encombrement du système lentilles-film soit le plus faible possible ? Quelle est alors la distance entre  $L_1$  et le film photographique ?
- (c) Quelle est la dimension de l'image  $\overline{A'B'}$ , sur le film d'un objet  $\overline{AB}$  à l'infini, caractérisé par son diamètre apparent  $\alpha$  (angle sous lequel est vu AB), lorsque :
- $L_2$  est confondue avec  $L_1$ ,
  - $L_2$  est confondue avec  $L_3$ .
- Application numérique : calculer la taille de l'image  $\overline{A'B'}$ , pour les positions 1 et 2, avec  $\alpha = 5^\circ$ .
- (d) On appelle distance focale  $f'$  de l'objectif, composé des lentilles  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$ , et  $L_4$ , la longueur égale au rapport entre la taille de l'image  $\overline{A'B'}$  et l'angle  $\alpha$  :  $f'=\frac{\overline{A'B'}}{\alpha}$ .  
Déterminer les valeurs numériques de cette distance focale dans les positions 1 et 2.

## II Multivibrateur à dipôle en N

*Les deux parties du problème sont indépendantes.*

On considère le circuit ci-dessous. Le générateur E est considéré comme idéal et le dipôle D possède la caractéristique représentée ci après.

**On admet que la caractéristique dynamique du dipôle D est assimilable à sa caractéristique statique pour ce problème.**



## II.1 Analyse qualitative graphique du circuit

A  $t = 0^+$  on ferme  $K$ , le condensateur étant déchargé.

1. Soit  $u = f(i)$  l'équation de la caractéristique du dipôle  $D$ . Écrire deux autres équations électriques valables pour  $t > 0$ , reliant  $u$ ,  $E$ ,  $j(t)$ ,  $i(t)$  et  $u'(t)$  dérivée de  $u(t)$ .
2. Préciser les conditions initiales  $i(0^+)$ ,  $j(0^+)$  et  $u'(0^+)$ . La tension  $u(t)$  va-t-elle augmenter ou diminuer à  $t = 0^+$  ?

On veut étudier le point de fonctionnement du dipôle  $D$ , qui peut se trouver sur les segments  $OP$ ,  $PV$ , ou  $VO'$ .

On supposera à chaque fois que la droite  $u = E - Rj$  et la caractéristique du dipôle  $D$  n'ont qu'un seul point d'intersection.

3. On commence par étudier le cas où le point de fonctionnement du dipôle  $D$  en régime permanent est sur  $OP$ . On le note alors  $F_1$ .
  - (a) Déterminer graphiquement la position de  $F_1$ . On tracera sur le même graphique  $u = f(i)$  et  $u = E - Rj$ , l'axe des intensités représentant simultanément  $i$  ou  $j$  selon les besoins.
  - (b) Représenter sur le graphique la grandeur  $j - i$  par une flèche à un instant  $t$  ( $t > 0$ ).
  - (c) Décrire, sans calcul mais en le justifiant, le mouvement du point de fonctionnement à partir de  $t = 0$ .
4. On étudie maintenant le cas où le point de fonctionnement du dipôle  $D$  en régime permanent est sur  $VO'$ . On le note alors  $F_2$ . Par ailleurs on appelle  $P'$  le point d'ordonnée  $U_P$  appartenant à  $VO'$ .
  - (a) Déterminer graphiquement la position de  $F_2$ . On tracera sur le même graphique  $u = f(i)$  et  $u = E - Rj$ , l'axe des intensités représentant simultanément  $i$  ou  $j$  selon les besoins.
  - (b) Décrire alors sans calcul mais en le justifiant, le mouvement du point de fonctionnement à partir de  $t = 0$  avec les mêmes conditions initiales que dans la question 2. On précisera ce qui se passe lorsque le point de fonctionnement atteint  $P$ .
5. On étudie enfin le cas où le point de fonctionnement du dipôle  $D$  en régime permanent est sur  $PV$ . On le note alors  $F_3$ . Par ailleurs on appelle  $V'$  le point d'ordonnée  $U_V$  et appartenant à  $OP$ .
  - (a) Déterminer graphiquement la position de  $F_3$ . On tracera sur le même graphique  $u = f(i)$  et  $u = E - Rj$ , l'axe des intensités représentant simultanément  $i$  ou  $j$  selon les besoins.
  - (b) Montrer, sans calcul mais en le justifiant, que ce point de fonctionnement est instable (i.e. : quand on éloigne un peu le point de fonctionnement initial de  $F_3$ , il ne revient pas vers  $F_3$ ).
  - (c) Décrire, sans calcul mais en le justifiant, le mouvement du point de fonctionnement à partir de  $t = 0$  (mêmes conditions initiales que dans la question 2). Le régime permanent  $F_3$  peut-il être atteint ?
6. Établir une condition nécessaire et suffisante sur  $R$  pour que le dipôle oscille, qu'on exprimera sous la forme d'une double inégalité en fonction de  $E$ ,  $U_V$ ,  $U_P$ ,  $I_V$ ,  $I_P$ .

## II.2 Recherche de la période d'oscillation

Les conditions sont telles que le point de fonctionnement en régime permanent est instable (condition exprimée à la question 6 du paragraphe précédent). Il n'est cependant pas nécessaire d'avoir répondu à cette question pour faire cette partie.

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par  $u(t)$  sur OP. En déduire  $u(t)$  pour  $t > 0$  et calculer le temps  $t_0$  mis pour atteindre P à partir de O.

On posera  $\tau_0 = \frac{RR_P C}{R+R_P}$  et  $E_0 = \frac{ER_P}{R+R_P}$  avec  $R_P = \frac{U_P}{I_P}$  l'inverse de la pente de la droite OP.

On appelle  $P'$  le point de fonctionnement d'ordonnée  $U_{P'}$  et qui appartient à la demi-droite  $VO'$ . On suppose que le passage de  $P$  à  $P'$  s'effectue instantanément.

2. Établir l'équation différentielle vérifiée par  $u(t)$  sur  $P'V$ . En déduire  $u(t)$  pour  $t > t_0$  et calculer le temps  $t_1$  mis par le point de fonctionnement pour atteindre V à partir de  $P'$ .

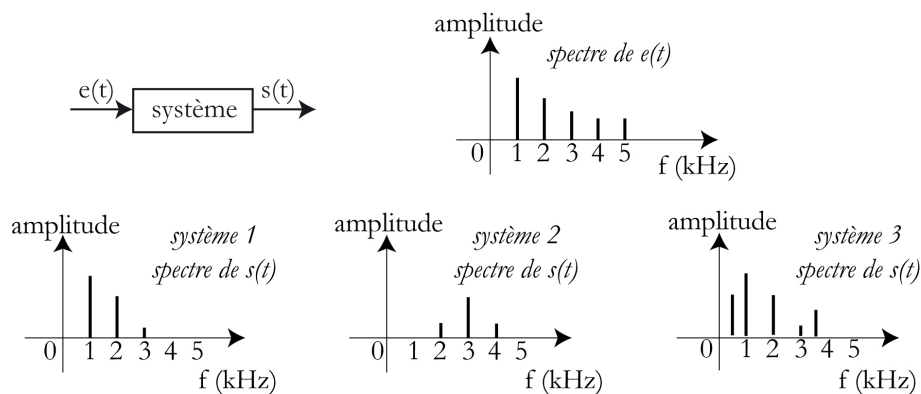
On posera  $\tau_1 = \frac{RR_V C}{R+R_V}$  et  $E_1 = \frac{ER_V + R(U_{V'} - R_V I_V)}{R+R_V}$  avec  $R_V$  l'inverse de la pente de la droite  $VO'$ . (Attention :  $R_V \neq U_{V'}/I_V$ ).

3. On appelle  $V'$  le point de fonctionnement d'ordonnée  $U_{V'}$  et qui appartient à la demi-droite  $OP$ . On suppose aussi que le passage de  $V$  à  $V'$  s'effectue instantanément. Montrer la période  $T$  des oscillations de  $u(t)$  est :  $T = \tau_0 \ln \frac{E_0 - U_{V'}}{E_0 - U_P} + \tau_1 \ln \frac{U_P - E_1}{U_{V'} - E_1}$ .

## III Analyseur de spectre

### III.1 Quelques généralités

1. Soit un système physique qui, à une grandeur d'entrée fonction du temps  $e(t)$ , fait correspondre une grandeur de sortie fonction du temps  $s(t)$ . À quelle condition ce système peut-il être dit linéaire ?
2. On étudie expérimentalement le transfert de plusieurs systèmes (systèmes 1, 2 et 3) à l'aide d'un analyseur de spectre numérique. Pour cela, on applique à leur entrée le même signal  $e(t)$ . On donne ci-dessous les spectres de Fourier du signal  $e(t)$  et ceux des signaux obtenus en sortie des trois systèmes.



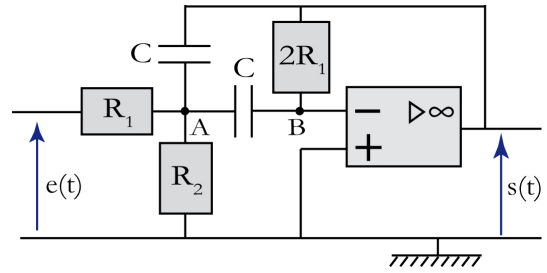
- (a) Qu'appelle-t-on spectre (de Fourier) d'un signal périodique  $s(t)$  ?
- (b) Le système 1 est-il linéaire ? Quel est son rôle ?
- (c) Qu'en est-il des systèmes 2 et 3 ?

### III.2 Filtre sélectif

On étudie le montage ci-contre.

L'amplificateur opérationnel est idéal et fonctionne en régime linéaire.

À chaque grandeur temporelle  $x(t) = X\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi_x)$  on associe le complexe suivant  $\underline{x}(t) = X\sqrt{2}e^{j(\omega t + \varphi_x)}$ , on peut aussi utiliser l'amplitude complexe  $\underline{X} = X\sqrt{2}e^{j\varphi_x}$ .



**1. Fonction de transfert.**

On impose à l'entrée une tension  $e(t)$  sinusoïdale de pulsation  $\omega$ .

- (a) On définit le transfert en tension  $\underline{H}(j\omega) = \frac{s(t)}{e(t)}$ . Pourquoi étudie-t-on le transfert pour une tension sinusoïdale ?
- (b) On pose  $R_e = \frac{2R_1R_2}{R_1+R_2}$ . Montrer que l'on peut mettre  $\underline{H}(j\omega)$  sous la forme

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{-1}{1 + j\left(R_1C\omega - \frac{1}{R_eC\omega}\right)}$$

- (c) Mettre  $\underline{H}(j\omega)$  sous la forme canonique

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{-1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

et identifier  $Q$  et  $\omega_0$  en fonction de  $R_1$ ,  $R_2$  et  $C$ .

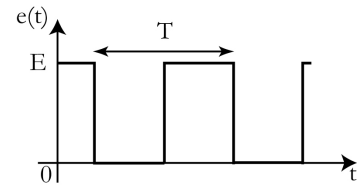
**2. Étude du gain.**

On étudie  $H(\omega) = |\underline{H}(j\omega)|$ . On pourra poser la pulsation réduite  $x = \frac{\omega}{\omega_0}$

- (a) Montrer que  $H(\omega)$  passe par un maximum pour une valeur de  $\omega$  que l'on exprimera.
- (b) Définir, puis calculer les pulsations de coupure en fonction de  $\omega_0$  et  $Q$ .  
En déduire la bande passante  $B_\omega$ .
- (c) Déduire de ce qui précède une interprétation possible du facteur de qualité.
- (d) On note  $G = 20 \log(H(\omega))$  le gain en décibel. Dans le cas où  $R_1 > R_2$ , tracer le diagramme de Bode en gain. On tracera sa forme asymptotique, puis son allure réelle.  
On précisera sur le diagramme les pulsations de coupure ainsi que la bande passante du filtre.

**3. Analyseur de spectre élémentaire.**

On met à l'entrée du filtre sélectif étudié le signal périodique  $e(t)$ , représenté ci-contre pour  $t \geq 0$ . Les caractéristiques sont  $f = \frac{1}{T} = 3,0 \text{ kHz}$  et  $E = 10 \text{ V}$ .



On montre que l'on peut décomposer le signal  $e(t)$  en une combinaison linéaire de sinusoïdes sous la forme :

$$e(t) = \frac{E}{2} + \frac{2E}{\pi} \sin(2\pi.f.t) + \frac{2E}{3\pi} \sin(2\pi.3f.t) + \frac{2E}{5\pi} \sin(2\pi.5f.t) + \dots$$

- (a) Tracer l'allure du signal de sortie  $s(t)$  si le circuit est réglé pour  $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 3,0 \text{ kHz}$  et  $Q = 20$ .
- (b) Comment pourrait-on utiliser le filtre étudié pour déterminer le spectre en fréquence de  $e(t)$  ?

\*\*\* FIN de l'ÉPREUVE \*\*\*