

# ÉLECTROCINÉTIQUE - RSF et FILTRAGE

## CALCULATRICES AUTORISÉES

### I. Impédance d'entrée d'un oscilloscope

On applique une tension  $u(t)$  à l'entrée d'un oscilloscope et l'on cherche à étudier l'influence du couplage *AC* ou *DC* sur le signal affiché à l'écran.

#### Couplages *DC* et *AC* de l'oscilloscope

Le couplage *DC* (*Direct Current*) correspond à l'application directe de  $u$  (après une amplification propre à la sensibilité choisie) sur les plaques de déviation verticale. Celles-ci se comportent physiquement comme un condensateur de capacité très faible  $C_0 = 63 \text{ pF}$  en dérivation avec une grande résistance  $R_0 = 1,0 \text{ M}\Omega$  (voir figure 1, il est d'usage courant de négliger  $C_0$ ).

Le couplage *AC* se différencie du couplage *DC* par l'ajout d'un condensateur de capacité  $C_D$  en série en amont des plaques de déviation verticale.

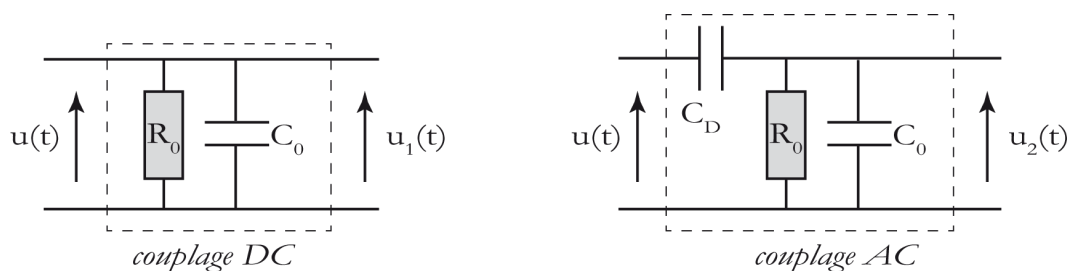


FIGURE 1 – Modélisation des couplages *DC* et *AC* de l'oscilloscope.

1. Relier  $u_1$  à  $u$  dans le cas du couplage *DC*. Quel est alors la fonction de transfert  $\underline{H}_{DC}$  correspondant au couplage *DC* ?
2. Couplage *AC*.
  - a) Établir la fonction de transfert  $\underline{H}_{AC} = \frac{u_2}{u}$  correspondant au couplage *AC*.  
Simplifier la fonction de transfert en considérant  $C_D \gg C_0$  et la mettre sous forme canonique en définissant une pulsation réduite  $x$ . Quelle est la nature du filtre ?
  - b) Déterminer l'expression du gain  $G_{AC} = |\underline{H}_{AC}|$  ainsi que le gain maximal  $G_{AC,max}$  en couplage *AC*.  
Exprimer la fréquence de coupure  $f_{c,AC}$  correspondante.
3. Dans le but de déterminer expérimentalement la fréquence de coupure du filtre constitué par le couplage *AC*, on réalise maintenant la manipulation suivante : on applique la même tension sinusoïdale  $u(t)$  sur l'entrée 1 (couplage *DC*) et sur l'entrée 2 (couplage *AC*) de l'oscilloscope. On fait varier la fréquence de  $u(t)$  jusqu'à obtention de l'oscillogramme de la figure 2.
  - a) Déterminer la fréquence de coupure  $f_{c,AC}$  en mesurant le rapport des amplitudes  $\frac{U_2}{U_1}$ .
  - b) Retrouver ce résultat en mesurant le déphasage  $\varphi$  de  $u_2$  par rapport à  $u_1$ .
  - c) En déduire la valeur de  $C_D$  et vérifier l'hypothèse  $C_D \gg C_0$ .
4. Le choix du couplage d'entrée *AC* peut donc perturber l'observation des signaux basse fréquence. L'oscillogramme de la figure 3 a été obtenu avec un signal carré envoyé sur la voie 1 (couplage *DC*) et simultanément sur la voie 2 (couplage *AC*).  
Expliquer comment on peut interpréter la déformation observée avec le couplage *AC*.

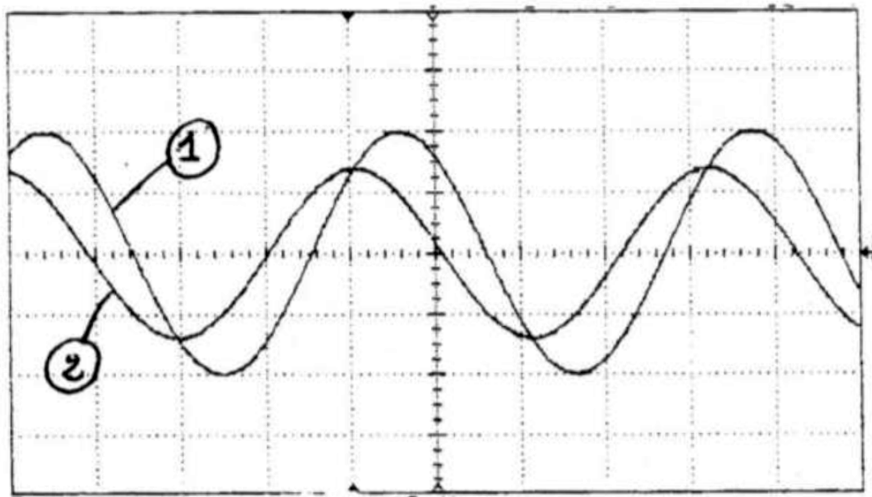


FIGURE 2 – Oscillogrammes de la même tension sinusoïdale  $u(t)$  observée en couplage  $DC$  (voie 1) et en couplage  $AC$  (voie 2). Les sensibilités verticales sont de  $1,0\text{ V/division}$ . La base de temps est de  $20\text{ ms/division}$ .

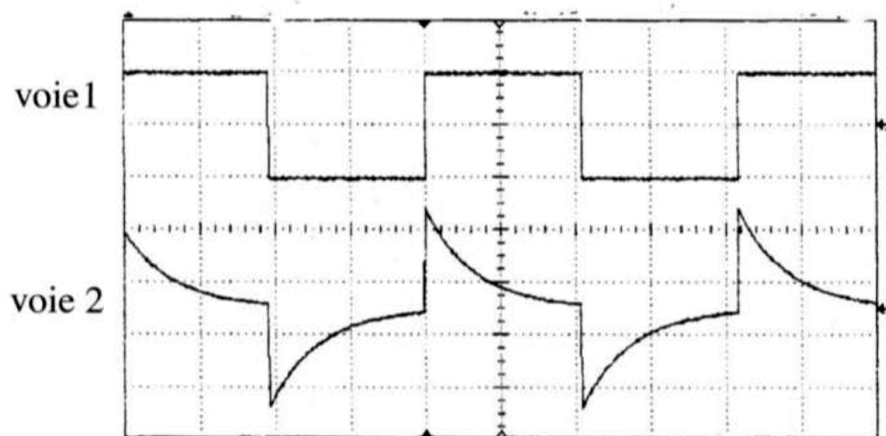


FIGURE 3 – Oscillogrammes de la même tension créneau observée en couplage  $DC$  (voie 1) et en couplage  $AC$  (voie 2). Les sensibilités verticales sont de  $2,0\text{ V/division}$ . La base de temps est de  $100\text{ ms/division}$ . Les marques à droite de l'oscillogramme indiquent les zéros des voies.

### Influence de l'impédance d'entrée en couplage $DC$

On considère le filtre  $RC$  de la figure 4. Ce filtre est alimenté par un générateur idéal de tension sinusoïdal délivrant la tension d'entrée  $u_e(t) = E \cos(\omega t)$  d'amplitude  $E > 0$  constante et de pulsation  $\omega$ . On mesure la tension de sortie  $u_s(t)$  aux bornes du condensateur, en régime sinusoïdal forcé.

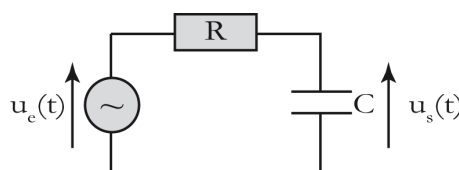


FIGURE 4 – Filtre  $RC$ .

**Étude théorique du filtre.**

5. Déterminer la fonction de transfert à vide du filtre de la figure 4,  $\underline{H}(j\omega) = \frac{u_s}{u_e}$ . La mettre sous forme canonique.
6. Établir puis tracer les diagrammes de Bode asymptotiques du filtre. On précisera les équations des asymptotes basse et haute fréquence, ainsi que la valeur maximale du gain en décibel,  $G_{dB,max}$ .
7. Déterminer l'expression littérale de la fréquence de coupure  $f_c$  du filtre.  
Calculer numériquement sa valeur pour (a)  $R = 4,7\text{ k}\Omega$  et  $C = 6,8\text{ nF}$ , puis pour (b)  $R = 680\text{ k}\Omega$  et  $C = 47\text{ pF}$ .

**Étude expérimentale.**

Les tensions d'entrée  $u_e(t)$  et de sortie  $u_s(t)$  sont appliquées aux bornes d'un oscilloscope en couplage *DC*. L'analyse des signaux à l'oscilloscope donne des résultats très voisins de la théorie dans le cas (a), alors que  $G_{dB,max}$  et  $f_c$  sont différents des prédictions théoriques dans le cas (b).

Pour expliquer l'écart constaté, on est amené à prendre en compte l'impédance d'entrée de l'oscilloscope en couplage *DC*. Le schéma électrique équivalent est représenté figure 5.

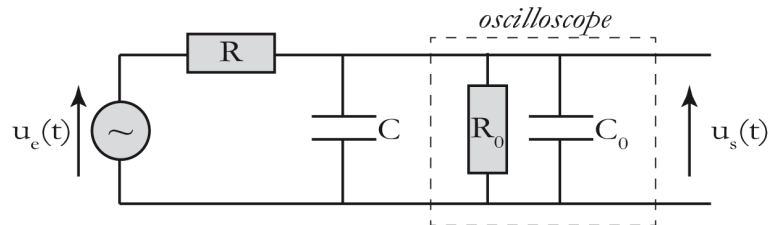


FIGURE 5 – Filtre *RC* branché aux bornes de l'oscilloscope en couplage *DC*.

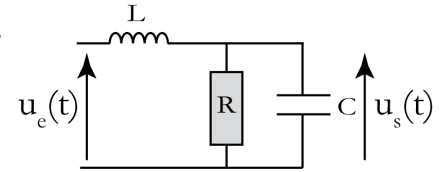
8. Déterminer la nouvelle fonction de transfert  $\underline{H}'(j\omega)$  du filtre *RC* branché aux bornes de l'oscilloscope en couplage *DC*. La nature du filtre a-t-elle changé ?  
Donner sa forme canonique en définissant les paramètres nécessaires.
9. Préciser les nouvelles expressions du gain maximal en décibel et de la fréquence de coupure.  
Faire les applications numériques pour les cas (a) et (b). Conclure.

## II. Obtention d'une tension constante réglable

### Analyse fréquentielle du circuit

On commence par analyser le circuit ci-dessus en l'alimentant pour cela par une tension  $u_e(t)$  sinusoïdale d'amplitude  $E$  et de pulsation  $\omega$  :

$$u_e(t) = E \cos(\omega t)$$



On suppose le régime sinusoïdal forcé atteint et l'on s'intéresse à la réponse en tension  $u_s(t) = U_s \cos(\omega t + \varphi)$  aux bornes de l'ensemble  $R//C$ . On note  $\underline{u}_s(t) = \underline{U}_s e^{j\omega t}$  le complexe associé à  $u_s(t)$ .

1. À l'aide de schémas équivalents du circuit, prévoir sans calcul ce que vaut la tension  $u_s$  à très basse fréquence ( $\omega \rightarrow 0$ ) ainsi qu'à très haute fréquence ( $\omega \rightarrow \infty$ ).
2. Montrer que, pour une pulsation  $\omega$  quelconque :

$$\underline{U}_s = \frac{E}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j \frac{\omega}{\omega_0 Q}}$$

Donner les expressions de  $\omega_0$  et  $Q$  en fonction de  $R$ ,  $L$  et  $C$ .

3. Déterminer l'expression mathématique de l'amplitude  $U_s$  de  $u_s(t)$ .
4. Déterminer la phase à l'origine  $\varphi$  de  $u_s(t)$ .

### Fabrication de la tension continue

Le but de cette partie est de déterminer la réponse en tension  $s(t)$ , toujours aux bornes du groupement  $R//C$ , mais pour une tension d'entrée  $e(t)$  de forme créneau périodique de période  $T$ . Son expression temporelle sur sa première période est :

$$e(t) = \begin{cases} E & \text{si } 0 < t < \alpha T \\ 0 & \text{si } \alpha T < t < T \end{cases}$$

avec  $0 < \alpha < 1$  une constante ajustable.

5. Tracer, sur deux périodes, la représentation de  $e$  en fonction du temps  $t$ .
6. Calculer la valeur moyenne de  $e(t)$ .

On donne la décomposition en série de Fourier de  $e(t)$ , à partir de ses harmoniques  $a_n(t)$  :

$$e(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega t + \psi_n)$$

où les coefficients  $A_n$  et  $\psi_n$  sont supposés connus.

7. Donner l'expression de la réponse en tension  $s_n(t)$ , aux bornes du groupe  $R//C$ , correspondant à une tension d'entrée harmonique  $a_n(t) = A_n \cos(n\omega t + \psi_n)$ .
8. Donner alors l'expression complète de la tension  $s(t)$  aux bornes du groupe  $R//C$  dans le cas où la tension d'entrée est le créneau  $e(t)$ .
9. On suppose que  $\omega \approx 10\omega_0$ . Justifier que  $s(t)$  peut être considérée comme constante et déterminer son expression approchée.
10. Évaluer le *taux d'ondulation*, c'est-à-dire le rapport entre l'amplitude du premier terme variable du développement en série de Fourier et le terme constant  $s_0$ . On prendra le cas  $\alpha = \frac{1}{2}$  où  $A_1 = \frac{4E}{\pi}$ , et  $Q = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

\* \* \* FIN DE L'ÉPREUVE \* \* \*