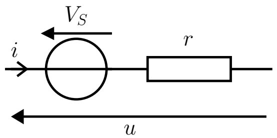
ÉLECTRICITÉ

I. Alimentation d'une diode électroluminescente

1. La relation courant-tension correspondant à la droite du régime « passant » est

$$u = V_S + ri$$

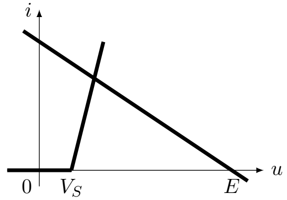
ce qui correspond au schéma ci-contre.



2. a) Le dipôle constitué de la fem E et de la résistance R a pour relation courant tension

$$u = E - Ri \quad \Leftrightarrow \quad i = \frac{E}{R} - \frac{u}{R}.$$

Sa caractéristique est donc une droite de pente négative et d'ordonnée à l'origine positive (cf ci-contre) croisant l'axe des abscisses en $u = E > V_S$. L'intersection avec la caractéristique de la diode est donc nécessairement dans le domaine passant.



b) La loi des mailles s'écrit donc $u = E - Ri = V_s + ri$ ce qui donne $\boxed{i = \dfrac{E - V_S}{R + r}}$. On en déduit $\boxed{R_0 = \dfrac{E - V_S}{i_0} - r} = \underline{2,8 \times 10^2\,\Omega}$.

c) Le courant traversant la source est maintenant $2i_0$, d'où par la loi des mailles

$$E - 2R_0'i_0 = V_S + ri_0 \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{R_0' = \frac{1}{2}\left(\frac{E - V_S}{i_0} - r\right) = \frac{R_0}{2}} = \underline{1,4 \times 10^2\,\Omega}.$$

On voit que $\boxed{R_0 \gg r}$, donc la résistance dynamique de la diode est ici négligeable à mieux qu'1% près.

d) Les puissances reçues par R_0' et par la diode sont respectivement $\boxed{P_R = 4R_0'i_0^2} = \underline{0,13\,\mathrm{W}}$ et $\boxed{P_d = V_S i_0 + r i_0^2} = \underline{0,027\,\mathrm{W}}$.
D'après la loi des mailles précédente, on obtient en multipliant par le courant $2i_0$:

$$P_g = E2i_0 = (V_S + ri_0 + R_0'2i_0).2i_0 \quad \text{d'où} \quad \boxed{P_g = 2P_d + P_R} = \underline{0,18\,\mathrm{W}}.$$

Ainsi **toute la puissance fournie par la source est bien intégralement reçue par tous les autres dipôles.** On constate que **la majeure partie est dissipée dans** R_0'.

3. a) Le dipôle $\{R_1, R_2, E\}$ auquel est associée la branche de la diode peut être converti en un générateur de Thévenin équivalent (de même orientation) de f.e.m $E_{\mathrm{Th}} = E/(1+R_2/R_1)$ et de résistance interne $R_{\mathrm{Th}} = (1/R_1 + 1/R_2)^{-1}$. SCHEMA
On est donc ramené à la situation des questions **2.a)** et **2.b)**. La diode est passante à la condition que

$$E_{\mathrm{Th}} > V_S \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{R_1 > \frac{R_2}{E/V_S - 1}} = \underline{0,43\,\Omega}.$$

Autre méthode : on peut aussi supposer la diode passante, calculer u (ou le courant i qui la traverse) et imposer $u > V_s$ (ou $i > 0$). On peut encore supposer la diode bloquée donc $i = 0$, puis imposer $u < V_s$ et ensuite nier cette condition.

b) Le calcul fait en **2.b)** est adapté en remplaçant E par E_{Th} et R par $R + R_{\mathrm{Th}}$, ce qui donne

$$\boxed{i = \frac{E_{\mathrm{Th}} - V_S}{R + R_{\mathrm{Th}} + r} = \frac{E/(1+R_2/R_1) - V_S}{R + (1/R_1 + 1/R_2)^{-1} + r} = \frac{E - V_S(1 + R_2/R_1)}{R_2 + (R+r)(1+R_2/R_1)}} = \underline{15\,\mathrm{mA}}.$$

On obtient donc **le même niveau d'éclairement que précédemment**.

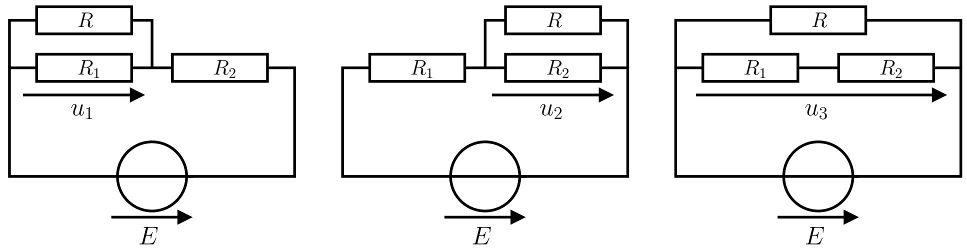
c) On en déduit la puissance consommée par la diode n'a pas changé car le courant est le même : $\boxed{P_d = (V_S + ri)i} = \underline{0,027\,\mathrm{W}}$.
Le générateur est traversé par un courant i_2 (orienté comme E) somme de i et du courant i_1 traversant R_1, à savoir

SCHEMA $$i_1 = \frac{1}{R_1}(V_S + (R+r)i) \quad \text{d'où} \quad \boxed{P_g = Ei_2 = E\left(\frac{V_S}{R_1} + i\left(1 + \frac{R+r}{R}\right)\right)} = \underline{0,13\,\mathrm{W}}.$$

Ce circuit est donc plus économe en énergie, pour un même niveau d'éclairement.

II. $2 + 3 = 6$

Le voltmètre doit nécessairement être considéré comme non idéal, c'est-à-dire de résistance d'entrée finie R, sinon la loi d'additivité des tensions est violée. On note $u_{1\,0}$ et $u_{2\,0}$ les deux tensions réelles aux bornes des résistors, c'est-à-dire celles qui existent en l'absence du voltmètre. Les trois mesures successives $u_1 = 2,0\,\mathrm{V}$, $u_2 = 3,0\,\mathrm{V}$ et $u_3 = 6,0\,\mathrm{V}$ peuvent être modélisées par les schémas correspondant ci-dessous.



Grâce à la loi du pont diviseur de tension, ces trois schémas conduisent aux relations suivantes :

$$u_1 = \frac{E}{1 + R_2(1/R + 1/R_1)} \quad ; \quad u_2 = \frac{E}{1 + R_1(1/R + 1/R_2)} \quad \text{et} \quad u_3 = E.$$

Ainsi $\boxed{E = 6,0\,\mathrm{V}}$. Les tensions réelles ne dépendent que du rapport $x = \frac{R_2}{R_1}$ selon les expressions

$$u_{1\,0} = \frac{E}{1+x} \quad \text{et} \quad u_{2\,0} = \frac{E}{1 + 1/x}.$$

Il faut donc trouver x. Les expressions de u_1 et u_2 ci-dessus permettent de trouver les rapports :

$$\frac{R_2}{R} = \frac{E}{u_1} - x - 1 \quad \text{et} \quad \frac{R_1}{R} = \frac{E}{u_2} - \frac{1}{x} - 1.$$

en divisant ces deux relations on obtient

$$x = \frac{\frac{E}{u_1} - x - 1}{\frac{E}{u_2} - \frac{1}{x} - 1} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{x = \frac{u_2}{u_1}} = \underline{1,5}.$$

On en déduit alors

$$\boxed{u_{1\,0} = \frac{E}{1+x}} = \underline{2,4\,\mathrm{V}} \quad \text{et} \quad \boxed{u_{2\,0} = \frac{E}{1+1/x}} = \underline{3,6\,\mathrm{V}}.$$