

**THERMODYNAMIQUE****CALCULATRICES AUTORISÉES****I. Autour du mercure****Données**

- *Données générales :*  
 $R = 8,31 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$  : constante du gaz parfait  
 $M(\text{Hg}) = 200.10^{-3} \text{ kg.mol}^{-1}$  : masse molaire du mercure
- *Données relatives à la vapeur sèche du mercure :*  
 Ce fluide sera considéré comme un gaz parfait, de coefficient adiabatique  $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{5}{3}$ .
- *Données relatives à l'équilibre diphasé liquide-vapeur du mercure :*  
 Température triple :  $T_{\text{III}} = 273 \text{ K}$   
 Température critique :  $T_C = 1750 \text{ K}$

$T$	$P_{\text{sat}}(\text{bar})$	$\ell_{\text{vap}} (\text{kJ.kg}^{-1})$	$v_V (\text{m}^3.\text{kg}^{-1})$
$T_1 = 573 \text{ K}$	0,330	297,0	0,700
$T_2 = 673 \text{ K}$	2,10	293,7	0,128

où  $P_{\text{sat}}$  désigne la pression de vapeur saturante,  $\ell_{\text{vap}}$  la chaleur latente massique de vaporisation (ou enthalpie de vaporisation) et  $v_V$  le volume massique de la vapeur saturante.

- *Données relatives au mercure liquide :*  
 Le mercure liquide est considéré incompressible.  
 $v_L = 7,70.10^{-5} \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}$  : volume massique du mercure liquide.  
 $c = 0,135 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$  : capacité thermique du mercure liquide (constante sur la gamme de température envisagée, y compris le long de la courbe de saturation).

**Partie A : Vapeur sèche de mercure**

Un récipient, de volume invariable  $V_0 = 1,00 \text{ m}^3$ , contient du mercure à la température  $T_1 = 573 \text{ K}$  et à la pression  $P_1 = 0,3000 \text{ bar}$ . Le mercure est porté rapidement à la température  $T_2 = 673 \text{ K}$  et à la pression  $P_2$  grâce à une source de température constante  $T_3 = 800 \text{ K}$ . On suppose que l'équilibre diphasé liquide-vapeur du mercure n'intervient pas dans cette transformation.

1. Rappeler succinctement pourquoi  $\gamma = \frac{5}{3}$ .
2. Établir l'expression des capacités massiques à volume constant  $c_v$  et à pression constante  $c_p$  de la vapeur de mercure, en fonction de  $\gamma$  notamment. Calculer les valeurs numériques.
3. Tracer, dans un diagramme pression-température ( $P, T$ ) les zones de stabilité des phases solide, liquide et gaz. Placer sur le diagramme l'état 1 initial du mercure ( $P_1, T_1$ ) et justifier que le mercure y est sous forme gazeuse.
4. Déterminer l'expression et la valeur numérique de  $P_2$ . Avait-on raison de supposer que la phase liquide n'est pas apparue ? Pourquoi ?
5. Calculer la masse  $m_0$  de mercure contenue dans le récipient.

6. En appliquant le premier principe de la thermodynamique au mercure, faire le bilan énergétique de la transformation. Exprimer tous les termes en fonction des données puis calculer leur valeur numérique.
7. Que vaut la variation d'enthalpie  $\Delta H$  pour le mercure au cours de cette transformation ?
8. Établir l'expression de la variation d'entropie du mercure au cours de la transformation. En déduire l'entropie créée  $S_c$  au cours de cette transformation. Est-elle réversible ? Pourquoi ?

### Partie B : équilibre liquide-vapeur du mercure

Le même récipient, de volume  $V_0 = 1,00 \text{ m}^3$  constant, contient maintenant initialement une masse  $m'_0 = 8,00 \text{ kg}$  de mercure à la température  $T_1 = 573 \text{ K}$ . Les parois sont parfaitement calorifugées mais un résistor, parcouru par un courant électrique, permet un apport d'énergie par transfert thermique. La capacité thermique du récipient ainsi que celle du résistor seront négligées. Le résistor chauffant sera considéré comme une source thermique à la température  $T_3 = 800 \text{ K}$ . Cette source est capable d'apporter une puissance thermique constante  $\mathcal{P}_0 = 10,0 \text{ kW}$  pendant la durée  $\Delta t$  de chauffage nécessaire au passage du corps pur de la température  $T_1$  à la température  $T_2 = 673 \text{ K}$ .

On appelle  $x$  la fraction massique de la vapeur dans le récipient.

9. Tracer la courbe de saturation dans un diagramme de Clapeyron et y placer les domaines de la phase liquide, de la phase vapeur et de l'équilibre liquide-vapeur.  
Dessiner sur le diagramme l'allure des isothermes aux températures  $T_1$  et  $T_2$ .  
Placer points  $L_1, L_2, V_1$  et  $V_2$  correspondants aux liquides et vapeurs saturants aux températures  $T_1$  et  $T_2$  et dont les volumes massiques ont été indiqués en début d'énoncé.
10. En supposant la vapeur saturante comme un gaz parfait, retrouver les valeurs du volume massique  $v_V$  proposées dans le tableau ci-dessus pour les températures  $T_1$  et  $T_2$ . Commenter.  
*En cas de différence, dans la suite on continuera avec les valeurs du tableau.*
11. Calculer le volume massique  $v_0$  du mercure dans l'état initial. Comment évolue le volume massique du mercure au cours de la transformation envisagée ?  
Justifier que le mercure est alors sous forme diphasée, aussi bien dans l'état 1 que dans l'état 2.
12. Calculer le titre massique en vapeur initial  $x_1$  ainsi que le titre massique en vapeur final  $x_2$ .
13. Représenter la transformation du mercure, de l'état initial 1 jusqu'à l'état final 2, dans le diagramme de Clapeyron.
14. Même question dans le diagramme pression-température  $P = f(T)$ .
15. Calculer la variation d'enthalpie  $\Delta H'$  lors de la transformation.
16. En déduire la variation d'énergie interne  $\Delta U'$  au cours de la transformation, puis le transfert thermique  $Q'$  reçu par le mercure.
17. Calculer la durée  $\Delta t$  de fonctionnement de la source (résistance).
18. Calculer la variation d'entropie  $\Delta S'$  du mercure au cours de la transformation.  
En déduire l'entropie créée  $S'_c$ .

## II. Large Hadron Collider du CERN

Le Grand Collisionneur de Hadrons (Large Hadron Collider ; LHC) est entré en fonctionnement en 2008. Il est situé dans un anneau de 27 kilomètres de circonférence et enterré à 100 m sous terre à la frontière franco-suisse, près de Genève. Le LHC est désormais le plus puissant des accélérateurs de particules au monde.

Dans les accélérateurs de particules, des protons (ou des ions) de très haute énergie circulant dans deux faisceaux tournant à contre-sens se choquent les uns contre les autres, dans le but de rechercher des indices de la supersymétrie, de la matière noire et de l'origine de la masse des particules élémentaires. Les faisceaux se composent de paquets contenant des centaines de milliards de protons chacun. Voyageant quasiment à la vitesse de la lumière, ils sont injectés, accélérés, et maintenus en circulation pendant des heures, guidés par des milliers d'aimants supraconducteurs puissants. L'énergie des protons est transformée au moment du choc en une myriade de particules exotiques, que les détecteurs observent avec attention. Le 04 juillet 2012, les chercheurs ont annoncé l'observation du boson de Higgs dont l'existence était prédite par le modèle standard.

### Constantes physiques :

Masse du proton	$m_p \simeq 1,6 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Masse de l'électron	$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Charge électrique élémentaire	$e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Célérité de la lumière dans le vide	$c \simeq 3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$
Constante d'Avogadro	$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Permittivité diélectrique du vide	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$
Constante des gaz parfaits	$R = 8,31 \text{ J.K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$
Constante de Planck	$h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J.s}$

Données relatives au cuivre :

- Température de fusion :  $T_f = 1084^\circ\text{C}$ .
- Capacité thermique massique du cuivre solide :  $c = 400 \text{ J.K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ .
- Enthalpie massique de fusion du cuivre :  $\ell_f = 200 \text{ kJ.kg}^{-1}$ .

Données relatives à l'ammoniac :

- Coefficient adiabatique :  $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,3$ .
- Masse molaire :  $M = 17,0 \text{ g.mol}^{-1}$ .
- Enthalpie massique de vaporisation à la température  $T_1 = 263 \text{ K}$  :  $\ell_v = 1450 \text{ kJ.kg}^{-1}$ .

### II.1. Principe du système de refroidissement

Afin d'éviter une perte d'énergie par effet Joule trop importante, le choix a été fait au LHC d'utiliser des matériaux supraconducteurs, notamment pour les bobines générant un champ électromagnétique. Il est nécessaire de refroidir ces matériaux en faisant circuler de l'hélium liquide à la température extrêmement basse de 1,9 K. Le refroidissement de l'hélium liquide utilisé se déroule en plusieurs phases ; une de ces phases utilise des turbines de réfrigérateurs afin de liquéfier l'hélium à la température de 4,2 K. Le but de cette partie est d'étudier le fonctionnement d'un réfrigérateur.

### a. Caractéristique d'un réfrigérateur ditherme réversible

Un fluide réfrigérant décrit un cycle ditherme réversible entre une source chaude de température  $T_c$  et une source froide de température  $T_f$ . On note  $Q_c < 0$  et  $Q_f > 0$  les transferts thermiques reçus par le fluide, pendant un cycle, respectivement de la part des sources chaude et froide, et  $W$  le travail reçu par le fluide pendant un cycle.

1. Dans le cas d'une machine frigorifique, quel milieu (extérieur ou intérieur du réfrigérateur) constitue la source chaude ? La source froide ?
2. Justifier que pour une telle machine  $Q_c < 0$  et  $Q_f > 0$ . Quel est le signe de  $W$  ? Justifier.
3. Définir l'efficacité  $\eta$  de la machine frigorifique puis l'exprimer en fonction de  $Q_c$  et  $Q_f$ . L'exprimer ensuite en fonction de  $T_f$  et  $T_c$  uniquement. Calculer  $\eta$  pour  $T_c = 300$  K et  $T_f = 280$  K.

### b. Étude d'un réfrigérateur réel

Le schéma de la figure 1 décrit le fonctionnement d'une machine frigorifique réelle. Elle comporte quatre éléments : un compresseur, un condenseur, un détendeur et un évaporateur.

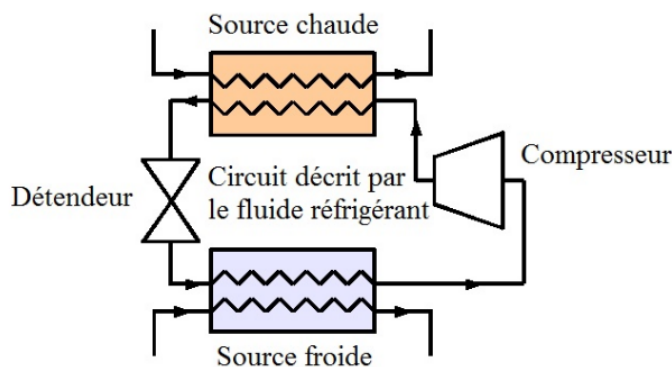


FIGURE 1 – Description du circuit réfrigérant.

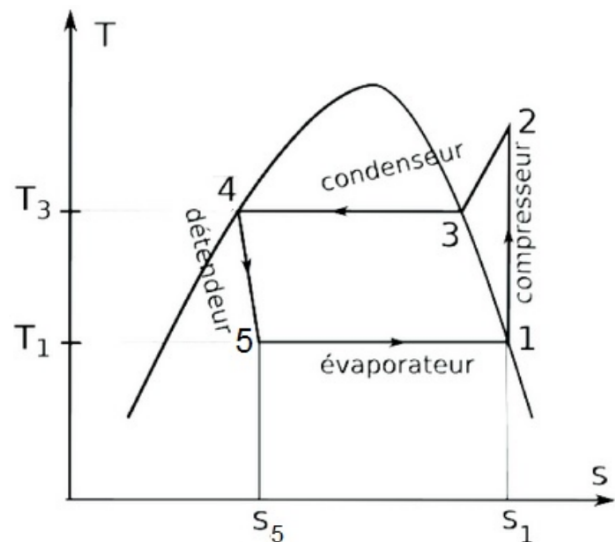


FIGURE 2 – Description du circuit réfrigérant.

Le fluide réfrigérant est de l'ammoniac, qui sera considéré comme un gaz parfait à l'état gazeux. Il subit un cycle qui est décrit ci-dessous et représenté dans un diagramme  $(T, s)$  (Température, entropie massique) en figure 2. Les données numériques concernant ce cycle sont regroupées dans le tableau ci-dessous.

- L'ammoniac sort de l'évaporateur sous forme de vapeur saturante à l'état 1 (pression  $P_1$ , température  $T_1$ ).
- L'ammoniac gazeux subit ensuite, dans le compresseur, une compression adiabatique et réversible qui l'amène à l'état 2.
- La vapeur subit dans le condenseur une transformation à pression constante : elle est d'abord refroidie jusqu'à la température de l'état 3, notée  $T_3$ , où elle commence à se condenser jusqu'à liquéfaction totale (état 4).
- L'ammoniac liquide passe ensuite dans le détendeur où il subit une détente isenthalpique qui le ramène à la pression initiale  $P_5 = P_1$  et à la température  $T_5$  (état 5).
- La vaporisation du liquide restant se termine dans l'évaporateur pour un retour à l'état 1.

Etat	1	2	3	4	5
T en K	$T_1 = 263$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_5$
P en bar	$P_1 = 3,0$	$P_2 = 10$	$P_3 = 10$	$P_4 = 10$	$P_5 = 3,0$
$x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$s$ en $\text{kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$	$s_1 = 5,8$	$s_2 = 5,8$	$s_3 = 5,3$	$s_4 = 1,4$	$s_5 = 1,45$
$h$ en $\text{kJ.kg}^{-1}$	$h_1 = 1450$	$h_2 = 1620$	$h_3 = 1490$	$h_4 = 320$	$h_5 = 320$

Dans toute la suite on note  $x$  le titre massique en vapeur.

- Donner les valeurs numériques de la fraction massique de la vapeur dans les états 1, 3 puis 4 (respectivement  $x_1$ ,  $x_3$  et  $x_4$ ).
- Représenter l'allure de ce cycle dans un diagramme de Clapeyron (Pression  $P$ , volume massique  $v$ ), en justifiant cette allure.

### **Calcul des températures $T_2$ et $T_3$**

- Pourquoi l'entropie massique ne varie-t-elle pas entre les états 1 et 2 ?
- En déduire l'expression de  $T_2$  en fonction de  $T_1$ ,  $P_1$ ,  $P_2$  et  $\gamma$ .
- Calculer  $T_2$ .
- Exprimer la capacité thermique massique à pression constante  $C_p$  de l'ammoniac gazeux en fonction de  $\gamma$ ,  $R$  et de la masse molaire  $M$  de l'ammoniac.
- Exprimer la variation d'enthalpie massique  $\Delta h_{23}$  entre les états 2 et 3 en fonction de  $T_2$ ,  $T_3$ ,  $M$ ,  $R$  et  $\gamma$ .
- Calculer  $T_3$ .

### **Calcul de $x_5$ et de $q_f$**

- Exprimer puis calculer  $x_5$  en utilisant les données du tableau et celles de l'ammoniac.
- À quel niveau du cycle le transfert thermique massique  $q_f$  est-il reçu par le fluide de la source froide ?
- Exprimer puis calculer  $q_f$  en utilisant les données du tableau.

### **Calcul de l'efficacité $\eta_r$ du réfrigérateur**

- Exprimer le travail massique total  $w$  pour le cycle entier en fonction des enthalpies massiques nécessaires.
- Exprimer puis calculer l'efficacité  $\eta_r$  du réfrigérateur réel.
- Comparer à l'efficacité calculée à la question 3. et commenter.

## **II.2. Énergie d'un faisceau de protons**

- Dans le « guide du LHC » fourni par le CERN, on lit : « L'énergie totale de chaque faisceau est d'environ 340 MJ, ce qui correspond à l'énergie d'un train de 680 tonnes lancé à pleine vitesse. Une telle énergie suffit à faire fondre environ 500 kg de cuivre... »  
Quel type d'énergie concernant le train est évoquée dans le texte ? Calculer la vitesse du train associée à cette énergie. Commenter.
- Une énergie de 340 MJ est-elle suffisante pour faire fondre 500 kg de cuivre initialement à la température de 20°C ?

### III. Chauffe-eau électrique

Toute contribution à la résolution, même inaboutie, sera prise en compte.

On travaillera dans tout l'exercice sur le modèle de volume 150 L. On cherche à vérifier ou à exploiter certaines indications fournies sur la notice d'un chauffe-eau électrique destiné à alimenter une installation sanitaire en eau chaude (document N°1). On utilisera pour cela certaines données des documents fournis ci-dessous.

#### 1. Temps de chauffe réel

Il s'agit du temps nécessaire pour chauffer la totalité de l'eau du ballon initialement froide après installation ou une longue période d'inutilisation. A l'aide d'un modèle très simple que l'on précisera, vérifier l'ordre de grandeur de la valeur fournie du temps de chauffe réel fournie sur le document N°1. Commenter.

#### 2. Consommation d'entretien

La consommation d'entretien d'un chauffe-eau à accumulation est celle qui est observée même en l'absence de soutirage d'eau chaude. Cette énergie est utilisée pour maintenir le stock d'eau à sa température de consigne, et vient compenser les pertes thermiques à travers les parois (pertes thermiques dans le milieu ambiant extérieur).

En supposant que ces pertes thermiques sont données par la loi de Newton, déterminer la résistance thermique des parois de l'appareil.

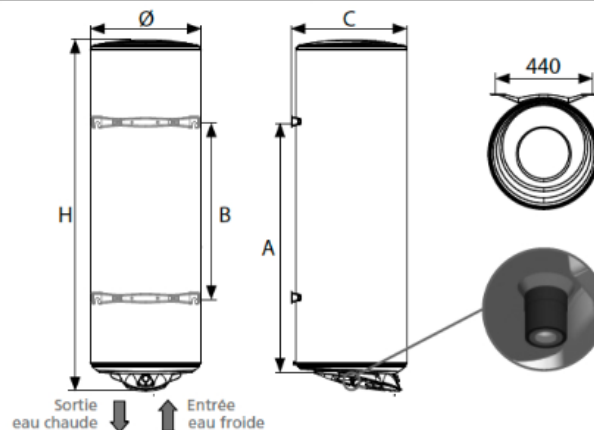
Quelle épaisseur de polystyrène expansé permet-elle d'obtenir le résultat souhaité? Commenter.

**Document N° 1 : extrait de la notice de l'appareil (modèle « PRODIGIO » de la marque « SAUTER »)**

		150 litres	200 litres
Tension (V)		230 V monophasé (transformable en 400 V triphasé avec le kit)	
Résistance		Stéatite	
Puissance (W)		1 800	2 400
Dimensions (mm)	Ø	505	513
	H	1 290	1 610
	A	1 050	1 050
	B	800	800
	C	530	540
Temps de chauffe réel*		5h17	5h16
Qpr (Consommation entretien)**		1,59	1,94
V40 (Quantité d'eau chaude à 40°C)		278	375
Poids à vide (kg)		41	51

\*Temps de chauffe réel pour chauffage de 15 à 65°C

\*\*Consommation d'entretien en kWh pour 24 heures pour de l'eau à 65°C (ambiance 20°C)



**Rappel :** Le kilowatt-heure (kWh) est une unité de mesure d'énergie correspondant à l'énergie consommée par un appareil de 1000 watt (1 kW) de puissance pendant une durée d'une heure.

**Document N° 2 : données physico-chimiques sur l'eau (source Wikipédia)**

Propriétés physiques	
T° fusion	0 °C
T° ébullition	100 °C à 1,0133 bar <sup>3</sup> , 100,02 °C ± 0.04 <sup>4</sup>
Masse volumique	1 000,00 kg·m <sup>-3</sup> à 4 °C 998,30 kg·m <sup>-3</sup> à 20 °C 958,13 kg·m <sup>-3</sup> à 100 °C (liquide) 726,69 kg·m <sup>-3</sup> à 300 °C - 15,5 MPa <sup>3</sup>
Viscosité dynamique	1,002 10 <sup>-3</sup> Pa·s à 20 °C 0,547 10 <sup>-3</sup> Pa·s à 50 °C 0,2818 10 <sup>-3</sup> Pa·s à 100 °C (liquide) 0,0804 10 <sup>-3</sup> Pa·s à 300 °C - 15 MPa <sup>3</sup>
Point critique	374,15 °C 22,12 MPa <sup>3,4</sup>
Point triple	0,01 °C 611,2 Pa <sup>3,4</sup>
Conductivité thermique	0,604 W·m <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup> à 20 °C
Vitesse du son	1 497 m·s <sup>-1</sup> à 25 °C <sup>5</sup>
Thermochimie	
C <sub>p</sub>	4 185,5 J·kg <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup> à 15 °C et 101,325 kPa

**Document N° 3 : loi de Newton**

La loi de Newton permet de calculer la puissance thermique à travers une paroi en fonction de la différence de température entre ses deux faces. Elle s'écrit :

$$P_{th} = \frac{S}{R} \cdot \Delta T$$

- $P_{th}$  est la puissance thermique à travers la paroi, ici celle du chauffe-eau (transfert thermique par unité de temps) ;
- $S$  est la surface de la paroi, ici celle de l'appareil ;
- $\Delta T$  est la différence de température entre les deux faces de la paroi, ici entre l'eau à l'intérieur du ballon et l'air ambiant à l'extérieur ;
- $R$  est la résistance thermique de la paroi, d'autant plus grande que la paroi est un bon isolant thermique et s'exprime en m<sup>2</sup>·K·W<sup>-1</sup>.

**Document N° 4 : résistances thermiques du polystyrène expansé**

PSE blanc BD $\lambda = 0,038$ W/(m.K)		Conditionnement	Résistance Thermique
BD 20 mm	500 x 1000 mm	Ballot de 15 m <sup>2</sup>	0,50 m <sup>2</sup> .K/W
BD 50 mm	500 x 1000 mm	Ballot de 6 m <sup>2</sup>	1,30 m <sup>2</sup> .K/W
BD 60 mm	500 x 1000 mm	Ballot de 5 m <sup>2</sup>	1,55 m <sup>2</sup> .K/W
BD 70 mm	500 x 1000 mm	Ballot de 4 m <sup>2</sup>	1,80 m <sup>2</sup> .K/W
BD 80 mm	500 x 1000 mm	Ballot de 3,5 m <sup>2</sup>	2,10 m <sup>2</sup> .K/W
BD 90 mm	500 x 1000 mm	Ballot de 3 m <sup>2</sup>	2,35 m <sup>2</sup> .K/W
BD 100 mm	500 x 1000 mm	Ballot de 3 m <sup>2</sup>	2,60 m <sup>2</sup> .K/W
BD 110 mm	500 x 1000 mm	Ballot de 2,5 m <sup>2</sup>	2,85 m <sup>2</sup> .K/W
BD 120 mm	500 x 1000 mm	Ballot de 2,5 m <sup>2</sup>	3,15 m <sup>2</sup> .K/W
BD 130 mm	500 x 1000 mm	Ballot de 2 m <sup>2</sup>	3,40 m <sup>2</sup> .K/W
BD 140 mm	500 x 1000 mm	Ballot de 2 m <sup>2</sup>	3,65 m <sup>2</sup> .K/W
BD 150 mm	500 x 1000 mm	Ballot de 2 m <sup>2</sup>	3,90 m <sup>2</sup> .K/W
BD 160 mm	500 x 1000 mm	Ballot de 1,5 m <sup>2</sup>	4,20 m <sup>2</sup> .K/W
BD 170 mm	500 x 1000 mm	Ballot de 1,5 m <sup>2</sup>	4,45 m <sup>2</sup> .K/W
BD 180 mm	500 x 1000 mm	Ballot de 1,5 m <sup>2</sup>	4,70 m <sup>2</sup> .K/W
BD 190 mm	500 x 1000 mm	Ballot de 1,5 m <sup>2</sup>	5,00 m <sup>2</sup> .K/W
BD 200 mm	500 x 1000 mm	Ballot de 1,5 m <sup>2</sup>	5,25 m <sup>2</sup> .K/W

\* \* \* FIN DE L'ÉPREUVE \* \* \*