THERMODYNAMIQUE

I. Étude d'une pompe à chaleur pédagogique *(d'après Centrale TSI 2016)*

I.1. Étude thermodynamique du système fermé

a. Modèle de Carnot

1. a) Premier principe au fluide R134a sur un cycle : $\boxed{\Delta U = 0 = W + Q_c + Q_f}$.
L'écriture **ne dépend pas du caractère réversible** des évolutions.

b) Deuxième principe au fluide R134a sur un cycle réversible : $\boxed{\Delta S = 0 = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} + 0}$.

L'écriture **dépend caractère réversible** des évolutions : dans le cas d'un cycle non-réversible, il y a de l'entropie créée ($S_c > 0$) et le bilan entropique sur le cycle s'écrit $0 = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} + S_c$.

2. a) Le bilan entropique donne $\boxed{Q_c = -Q_f \frac{T_c}{T_f} < 0}$. Le Premier Principe donne alors : $W = -(Q_c+Q_f) = Qf.\left(\frac{T_c}{T_f} - 1\right)$, donc $\boxed{W > 0}$. Le fonctionnement est globalement récepteur du point de vue du travail.

b) En valeurs absolues on obtient $|Q_c| = |Q_f| \frac{T_c}{T_f}$ donc $\boxed{|Q_c| > |Q_f|}$.
Il y a donc **plus d'énergie thermique fournie à la source chaude qu'il n'en a été prélevé à la source froide**, grâce au travail fourni par le compresseur.

3. a) $\eta_{fc} = \left|\frac{Q_f}{W}\right| = \frac{Q_f}{W} = -\frac{Q_f}{Q_f+Q_c} = -\frac{1}{1+\frac{Q_c}{Q_f}} = -\frac{1}{1-\frac{T_c}{T_f}} \Rightarrow \boxed{\eta_{fc} = \frac{T_f}{T_c - T_f}}$.

b) $\boxed{\eta_{fc} = 10,5}$.

c) L'efficacité d'un réfrigérateur actuel est **plutôt de l'ordre de 3 ou 4**, ce qui est bien moindre, car le cycle réel n'est pas réversible.

4. a) $\eta_{cc} = \left|\frac{Q_c}{W}\right| = -\frac{Q_c}{W} = \frac{Q_c}{Q_f+Q_c} = \frac{1}{1+\frac{Q_f}{Q_c}} = \frac{1}{1-\frac{T_f}{T_c}} \Rightarrow \boxed{\eta_{cc} = \frac{T_c}{T_c - T_f}}$.

b) $\boxed{\eta_{fc} = 11,5}$. L'efficacité de Carnot du dispositif de chauffage est **supérieure** à celle du réfrigérateur.

b. Modèle des pseudo-sources

5. a) $\boxed{0 = \delta W + \delta Q_f + \delta Q_c}$.

b) $\boxed{0 = \frac{\delta Q_f}{T_f} + \frac{\delta Q_c}{T_c}}$

6. a) Premier principe appliqué à la source froide supposée incompressible donc de volume constant (masse m_e d'eau) :

$$dU_f = -\delta Q_f \Longrightarrow \boxed{\delta Q_f = -m_e c_e dT_f}$$

b) De même, le premier principe appliqué à la source chaude incompressible (masse m_e d'eau) donne :

$$dU_c = -\delta Q_c \Longrightarrow \boxed{\delta Q_c = -m_e c_e dT_c}$$

PCSI 1 - Stanislas *DM de PHYSIQUE N°9 - 13/05/20 - CORRIGÉ* A. MARTIN

c) La relation obtenue au **5.b)** donne alors directement $\boxed{\frac{dT_f}{T_f} + \frac{dT_c}{T_c} = 0}$.

7. a) — On voit sur le graphique que T_c **augmente** au cours du temps et T_f **diminue, dans une moindre mesure**. Ceci est cohérent avec le fait que $\delta Q_c < 0$, c'est-à-dire que la source chaude reçoit le transfert thermique de la part du fluide R134a, et donc s'échauffe, alors que $\delta Q_f > 0$ la source froide en cède au R134a, et donc se refroidit. De plus, $|\delta Q_f| < |\delta Q_c|$, ce qui fait que l'échauffement de T_c est plus grand que le refroidissement de T_f.

— Quant à $\sqrt{T_c T_f}$, elle **reste constante** au cours du temps. Cela signifie que $\ln\left(\sqrt{T_c T_f}\right) = \frac{1}{2}\left(\ln T_c + \ln T_f\right) = cte$, c'est-à-dire que sa différentielle est nulle, comme obtenu à la question **6.c)** :

$$\frac{dT_f}{T_f} + \frac{dT_c}{T_c} = 0$$

b) Pour $t > 1500\,\mathrm{s}$, l'eau de la source froide se **solidifie**. Le changement d'état (à pression constante) se fait donc à température constante. Toute l'énergie thermique échangée le fluide R134a et la source froide correspond alors à l'énergie libérée par la solidification de l'eau du seau.
En posant $\ell_{sol}(T_{sol}) < 0$ la chaleur latente massique de solidification de l'eau à la température $\theta_{sol} = 0°\mathrm{C}$ du changement d'état sous la pression atmosphérique, on a, pour $t > 1500\,\mathrm{s}$:

$$\boxed{\delta Q_f = -\delta x \times m_e \ell_{sol}(T_{sol})} > 0$$

où δx est la variation du titre massique en solide au cours d'un cycle infinitésimal.

8. a) Si l'on s'intéresse à la pompe à chaleur en tant que **dispositif de chauffage**, alors l'énergie **utile** correspond à δQ_c, et celle **coûteuse** est de toute façon δW. D'où la relation proposée pour η_t.

b) Les transformations étant supposées réversibles, on retrouve l'efficacité de Carnot

$$\boxed{\eta_t = \frac{T_c}{T_c - T_f}}$$

En effet, en reprenant les expressions de δQ_c et de $\delta W = -\delta Q_f - \delta Q_c$, on retrouve bien

$$\eta_t = -\frac{\delta Q_c}{\delta W} = \frac{1}{1+\frac{\delta Q_f}{\delta Q_c}} = \frac{1}{1-\frac{T_f}{T_c}} = \frac{T_c}{T_c - T_f}$$

c) En multipliant numérateur et dénominateur par T_c, on obtient bien $\boxed{\eta_t = \frac{T_c^2}{T_c^2 - T_0^2}}$ avec $T_0^2 = T_f T_c$, c'est-à-dire $\boxed{T_0 = \sqrt{T_f T_c}}$ qui est bien une grandeur **constante**, comme vu à la question **7.a)**, et correspond donc bien à la **température initiale des deux seaux**.

d) — On voit que plus ΔT est faible, plus l'efficacité théorique η_t de la machine est importante. Cela est cohérent avec le fait que cela coûte d'autant moins de faire fonctionner la pompe à chaleur que le différentiel de température entre source froide et source chaude est faible.
D'autre part, on voit dans l'expression proposée que η_t est supérieure à 1 : on récupère au niveau de la source chaude au minimum la quantité d'énergie injectée au niveau du compresseur.

— L'évolution de «e théorique» proposée sur le graphe est totalement en accord avec l'expression proposée : avec une efficacité extrêmement importante pour $\Delta T \simeq 0$, qui diminue au cours du temps, c'est-à-dire au fur et à mesure que ΔT augmente, et qui tend vers une valeur strictement positive.

I.2. Étude thermodynamique de l'écoulement stationnaire

a. *Écoulements stationnaires à travers les différents composants*

9. L'échelle de température indique la **température du changement d'état du fluide R134a** pour la pression considérée. Ainsi, avec une **simple mesure indépendante de température**, on peut **connaître l'état** (liquide ou gazeux) du R134a.

10. Question de cours.
On travaille sur un système fermé de fluide qui s'écoule dans la machine, entre deux instants t_1 et t_2. On applique le premier principe à ce système. Par conservation de la masse, la masse sortante est égale à la masse entrante. Il faut exprimer la variation d'énergie interne, et d'énergie cinétique, le travail des forces de pression (à regrouper avec la variation d'énergie interne pour former l'enthalpie), le travail du poids (réécrit dans sa version énergie potentielle). On a alors

$$\Delta h + \Delta e_c + \Delta(gz) = w_i + q_e$$

11. **a)** La transformation $4 \rightarrow 5$ peut être considérée adiabatique si la conduite du détendeur est **calorifugée**, ou si la **transformation est suffisamment rapide** devant le temps caractéristique des transferts thermiques.

b) En appliquant le bilan énergétique pour les systèmes en écoulement (question **11.**), pour la transformation $4 \rightarrow 5$, adiabatique ($q_e = 0$) et sans partie mobile (travail indiqué nul $w_i = 0$) :

$$\Delta h = h_5 - h_4 = 0 + 0 \Rightarrow \boxed{h_5 = h_4}$$

Ainsi, l'enthalpie massique se conserve au cours de cette transformation.

12. Bilan énergétique pour les systèmes en écoulement, avec $q_e = 0$:

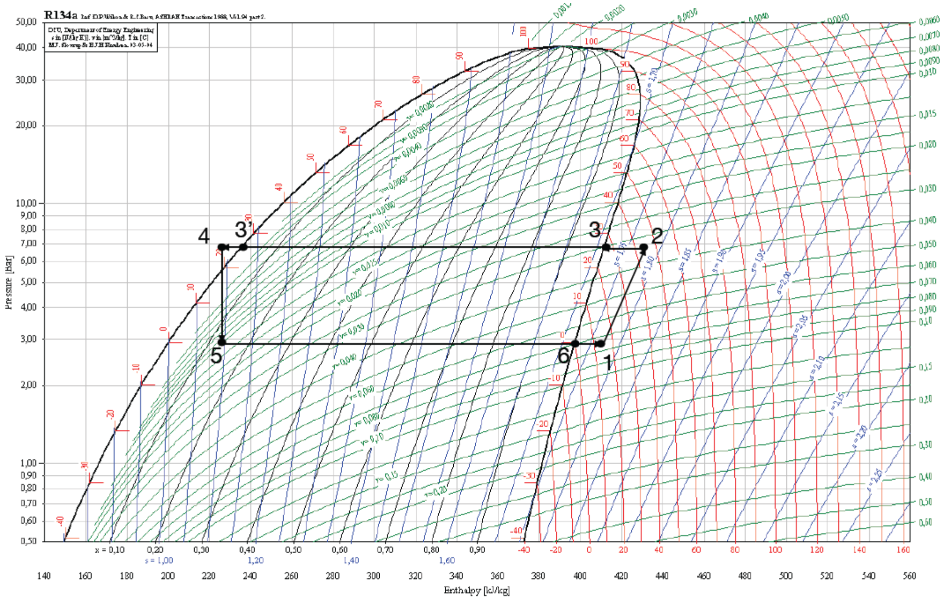
$$\Delta h = w_{i12} + 0 \Rightarrow \boxed{w_{i12} = h_2 - h_1 = 22\,\text{kJ.kg}^{-1}} > 0$$

Calculer le travail massique indiqué w_{i12} est bien positif, car fourni par le compresseur (et reçu par le fluide R134a).

b. *Diagrame enthalpique*

13. Isotherme en **phase liquide** : il s'agit également d'une **isenthalpe** ($\rightarrow$ verticale) car pour une phase condensée $dH = CdT$.
En état **diphasé** : l'isotherme se confond avec l'**isobare** ($\rightarrow$ horizontale) car pour un changement d'état, si T est fixée alors p l'est également.
Sous forme de **vapeur sèche** : l'isotherme va **tendre vers une isenthalpe** ($\rightarrow$ verticale) pour les plus faibles pressions où l'on va retrouver le modèle du **gaz parfait** avec la deuxième loi de Joule $H(T)$.

14.



15. **a)** $\boxed{\Delta s_{AB}(T) = \dfrac{\Delta h_{AB}(T)}{T}}$

b) $T = 299\,\text{K}$ correspond à $\theta = 29°\text{C}$. Le changement d'état se fait entre les points 3 et 3'. On a alors, d'après les valeurs du tableau :

$$\begin{cases} s_3 - s_{3'} = 1,72 - 1,13 = 0,590\,\text{kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1} \\ \frac{h_3 - h_{3'}}{T_3} = 0,599\,\text{kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1} \end{cases}$$

La concordance des deux valeurs est raisonnable.

c) On lit directement sur le diagramme (P, h) la différence d'enthalpie sur le palier de changement d'état à $\theta = 0°\text{C}$: $\boxed{\ell_{vap}(T = 273\,\text{K}) = 396 - 200 = 196\,\text{kJ.kg}^{-1}}$.
Cette valeur est de l'**ordre de grandeur de celle de l'oxygène ou de l'azote**, mais **dix fois plus faible que celle de l'eau**.

16. On peut déterminer x_5 à l'aide de $\ell_{vap}(T = 273\,\text{K})$:

$$h_6 - h_5 = (1 - x_5)\ell_{vap}(T = 273\,\text{K})$$

Or la transformation $4 \rightarrow 5$ est isenthalpique, donc $h_5 = h_4$. Ainsi :

$$\boxed{x_5 = 1 - \frac{h_6 - h_4}{\ell_{vap}(T = 273\,\text{K})} = 0,13}$$

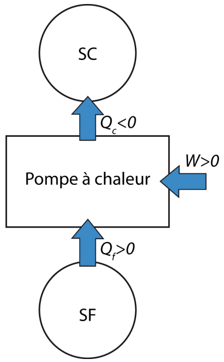
Ce résultat est bien cohérent avec la position du point 5, bien plus proche de la courbe d'ébullition que de la courbe de rosée.
Rq : la valeur de x_5 pouvait aussi être directement lue graphiquement à l'aide du théorème des moments.

c. Efficacité de la pompe à chaleur

17. $r = \frac{D_m w_{i12}}{\mathcal{P}} = 0,42$.
Il s'agit d'un ordre de grandeur assez usuel pour le rendement d'un moteur.

18.

a)



b) $\boxed{\eta_c = \left|\frac{q_{24}}{w_{i12}}\right| = \frac{h_2 - h_4}{h_2 - h_1}}$.

c) A.N. : $\boxed{\eta_c = 9,27 < \eta_{cc}}$. Même sans tenir compte du rendement du compresseur, l'efficacité est moindre que celle maximale de Carnot, à cause des irréversibilités dans le cycle de la machine.

d) La désurchauffe et le sous-refroidissement permettent d'augmenter q_c et donc l'efficacité de la pompe à chaleur.

e) En prenant en compte le rendement du compresseur on a $\boxed{\eta = r \times \eta_c = 3,89}$. Celle-ci est diminuée d'un peu plus de moitié par les pertes dans le compresseur.

19. Le sens des échanges énergétiques est inchangé par rapport à l'utilisation comme dispositif de chauffage.
$\boxed{\eta_f = \left|\frac{q_{51}}{w_{i12}}\right| = \frac{h_1 - h_5}{h_2 - h_1} = \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_1} = 8,27 < \eta_{fc}}$
La surchauffe $6 \to 1$ permet non seulement une augmentation de l'efficacité, mais surtout de s'assurer qu'aucune goutte de liquide ne pénètre dans le compresseur.
En prenant en compte le rendement du compresseur : $\boxed{\eta = r \times \eta_f = 3,47}$

20. Comme dit précédemment, la surchauffe ($6 \to 1$) permet de s'assurer qu'aucune goutte de liquide ne pénètre dans le compresseur.

21. $\boxed{\mathcal{P} = D_m \times q_{61} = D_m(h_1 - h_6) = 25,4\,\mathrm{W}}$. Cette valeur est faible comparée aux puissances échangées lors des changements d'état.