

# MÉCANIQUE ET OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

Soignez la présentation et la rédaction, qui doit être complète et concise. Tout résultat doit être justifié, et mis en valeur. Les résultats littéraires doivent être homogènes. Les résultats numériques doivent avoir un nombre de chiffres significatifs vraisemblable. Les schémas doivent être clairs, suffisamment grands et lisibles. Si vous n'arrivez pas à montrer un résultat, admettez-le clairement et poursuivez.

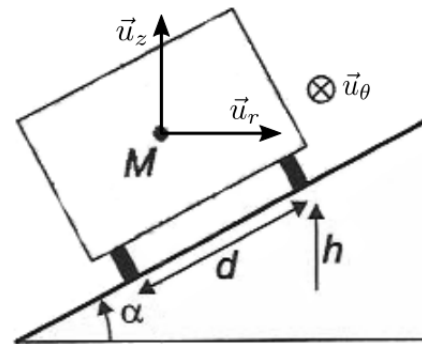
## CALCULATRICES AUTORISÉES

Les trois parties sont totalement indépendantes et peuvent être traitées dans l'ordre de votre choix. Il est demandé de les traiter sur des copies séparées.

### I. Dénivellation d'une voie ferrée

Afin de diminuer l'usure d'une voie ferrée dans une courbe, on surélève le rail extérieur par rapport au rail intérieur de manière à ce que la force orthogonale aux rails exercée par le train sur les rails soit normale à la voie (cf figure ci-dessous). On supposera ici que le train suit une trajectoire circulaire horizontale de rayon  $\rho$ <sup>1</sup>.

On note  $M$  le centre d'inertie du train de masse totale  $m$ , dont la longueur sera supposée petite par rapport au rayon  $\rho$ . On travaille avec les coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$  et dans la base cylindrique  $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ . On note  $\vec{g} = -g\vec{u}_z$  le champ de pesanteur. On cherche la dénivellation  $h$  à appliquer sur ce tronçon de rayon  $\rho$  entre les 2 rails distants de  $d$ , en considérant une vitesse du train de norme  $v$  constante. On note  $\alpha$  l'angle associé à cette dénivellation. Le référentiel terrestre est supposé galiléen.



Le rail étant tangent au vecteur  $\vec{u}_\theta$ , on note la réaction totale de la voie ferrée sur le train de la façon suivante :

$$\vec{R} = N_r \vec{u}_r + T \vec{u}_\theta + N_z \vec{u}_z.$$

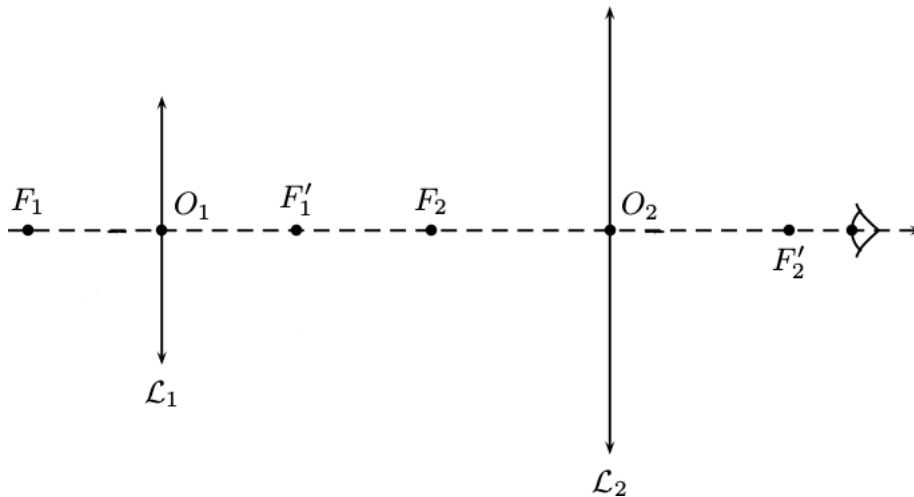
La réaction tangentielle  $T \vec{u}_\theta$  traduit l'effet de la puissance interne fournie par le moteur de la locomotive, pour se maintenir à vitesse constante en présence d'une force de frottement globale  $\vec{F} = F \vec{u}_\theta$  nécessairement présente (frottements fluides de l'air ou liés aux liaisons mécaniques).

1. Effectuer le bilan des forces et les représenter sur un schéma analogue à celui ci-dessus. On se placera dans la configuration recherchée pour la réaction.
2. Exprimer l'accélération de  $M$  dans la base cylindrique en fonction des données.
3. Établir l'expression de  $N_r$  et  $N_z$  en fonction des données du problème.
4. En déduire la dénivellation  $h$  en fonction des données.

<sup>1</sup>. Ceci pourrait être facilement généralisé ensuite pour une trajectoire horizontale quelconque via la notion de rayon de courbure, hors programme...

## II. Microscope

On considère un microscope, dont le schéma de principe est rappelé ci-dessous. Il est constitué d'une part d'un objectif  $\mathcal{L}_1$ , modélisé par une lentille mince convergente de centre  $O_1$  et de distance focale image  $f'_1$ , et d'autre part d'un oculaire  $\mathcal{L}_2$  modélisé également par une lentille mince convergente de centre  $O_2$  et de distance focale image  $f'_2$ . On désigne par  $F'_i$  (resp.  $F_i$ ) le foyer image (resp. objet) de la lentille  $\mathcal{L}_i$ . On désigne par  $\Delta$  la mesure algébrique  $\overline{F'_1 F'_2}$ , positive dans le dispositif considéré. Les distances algébriques seront comptées positivement de gauche à droite, et de bas en haut. On se placera dans les conditions de Gauss.



*Certains tracés sont demandés sur le document annexe à rendre avec la copie, avec vos nom et prénom.* On veillera à utiliser sur cette annexe des couleurs différentes pour chaque question.

### II.1. Puissance et pouvoir séparateur

- Rappeler la définition des conditions de Gauss, ainsi que celle d'un objet ponctuel et d'une image. Qu'est-ce qu'un instrument stigmatique ? Est-ce le cas d'une lentille mince ?
- On considère un objet situé en un point  $A_0$  de l'axe optique. On désigne par  $A_1$  son image par l'objectif  $\mathcal{L}_1$ .
  - On souhaite que  $A_1$  soit situé en  $F_2$ . Quel intérêt présente cette configuration pour un observateur plaçant son œil après l'oculaire  $\mathcal{L}_2$  ? On considérera un œil emmétrope.
  - Après avoir rappelé la définition d'une image réelle et virtuelle, dire dans la configuration précédente quelle est la nature de l'image  $A_1$ .
  - En s'appuyant sur un schéma compatible avec cette configuration (sur votre copie et non sur l'annexe), démontrer la relation de conjugaison et de grandissement de Newton.
  - Déterminer  $\overline{F_1 A_0}$  pour que  $A_1$  soit en  $F_2$ .
- On considère un objet transverse  $\overrightarrow{A_0 B_0}$  d'image  $\overrightarrow{A_1 B_1}$  par  $\mathcal{L}_1$  placé dans la position précédemment déterminée.  $A_1$  est donc en  $F_2$ . On note  $A_2$  et  $B_2$  les images respectives de  $A_1$  et  $B_1$  par l'oculaire  $\mathcal{L}_2$ .
  - Construire sur la figure jointe en annexe l'objet  $\overrightarrow{A_0 B_0}$  dont l'image par  $\mathcal{L}_1$  est  $\overrightarrow{A_1 B_1}$ . On expliquera succinctement la démarche. Vérifier l'accord avec la réponse à la question précédente.
  - Déterminer l'expression du grandissement transversal de l'objectif  $\gamma_{ob} = \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{A_0 B_0}}$  en fonction des données du problème.
  - En déduire la puissance  $P$  du microscope, définie par  $P = \frac{|\alpha'|}{\overline{A_0 B_0}}$ , avec  $\alpha'$  l'angle sous lequel est vue par l'observateur l'image  $\overrightarrow{A_2 B_2}$ . On l'exprimera en fonction de  $\Delta$ ,  $f'_1$  et  $f'_2$ . Calculer la valeur numérique de  $P$  en dioptries pour  $\Delta = 18$  cm,  $f'_1 = 1,0$  cm,  $f'_2 = 2,0$  cm.

- d) On désigne par  $\beta$  le pouvoir séparateur de l'œil (ie la plus petite séparation angulaire distinguable). Exprimer la plus petite taille  $D$  d'un objet distinguable par l'observateur utilisant le microscope. Calculer  $D$  pour une valeur raisonnable de  $\beta$ . Commenter.

## II.2. Latitude de mise au point

4. Le microscope est utilisé par un observateur myope. Justifier qualitativement dans quel sens on doit déplacer l'oculaire pour lui permettre une vision nette sans accommoder.
5. L'œil de l'observateur est à nouveau emmétrope, et peut accommoder pour voir net entre une distance  $d_m$  et l'infini.
  - a) Déterminer la position  $A_m$  d'un objet dont l'image par le microscope est visible par l'œil quand ce dernier est placé en  $O_2$  et accomode au maximum. On exprimera  $\overline{F_1 A_m}$  en fonction des données du problème.
  - b) En déduire la latitude de mise-au-point  $A_m A_0 = |\overline{F_1 A_0} - \overline{F_1 A_m}|$ , puis sa valeur numérique pour une valeur raisonnable de  $d_m$ . Commenter.

## II.3. Champ et luminosité

On étudie maintenant les contraintes portées par le diamètre limité des lentilles sur le champ d'observation à travers le microscope, et sur la luminosité de l'image. On note  $r_1$  le rayon utile de l'objectif et  $r_2$  celui de l'oculaire.

6.
  - a) Tracer sur la figure jointe en annexe la marche complète de deux rayons passant par le point  $B_1$  et traversant l'objectif et l'oculaire (utiliser une couleur différente des constructions précédentes).
  - b) On cherche l'expression de la taille maximale que peut avoir l'image intermédiaire  $A_1 B_1$  pour que le point  $B_1$  soit visible à travers l'oculaire (c'est-à-dire telle que des rayons qui en sont issus traversent effectivement l'oculaire). Représenter sur le schéma la position limite  $B_{1\max}$  du point  $B_1$ . Puis établir l'expression de  $A_1 B_{1\max}$ .
  - c) En déduire le rayon  $r_{\text{champ}}$  du disque centré sur  $A_0$  observable à travers l'ensemble du dispositif. Calculer ce rayon pour  $r_1 = 5,0 \times 10^{-3}$  m et  $r_2 = 1,0 \times 10^{-2}$  m.
7.
  - a) Sur la figure jointe en annexe, tracer la marche de deux rayons remarquables issus du point  $M_1$  de la monture de l'objectif (utiliser une couleur différente des constructions précédentes).
  - b) En déduire que tous les rayons émergeant de l'oculaire passent dans un même disque centré sur l'axe optique et normal à l'axe optique. Établir les expressions de la position de son centre  $O_{oc}$  et de son rayon  $r_{oc}$  en fonction des données. Calculer les valeurs numériques de  $\overline{O_2 O_{oc}}$  et  $r_{oc}$ .

\* \* \* FIN DE L'ÉPREUVE \* \* \*

(pensez à rendre votre annexe avec votre NOM et Prénom)

**ANNEXE - NOM Prénom :**

Prrière de faire en sorte que le tracés soient visibles (couleurs, épaisseur...).

