THERMODYNAMIQUE

CALCULATRICES AUTORISÉES

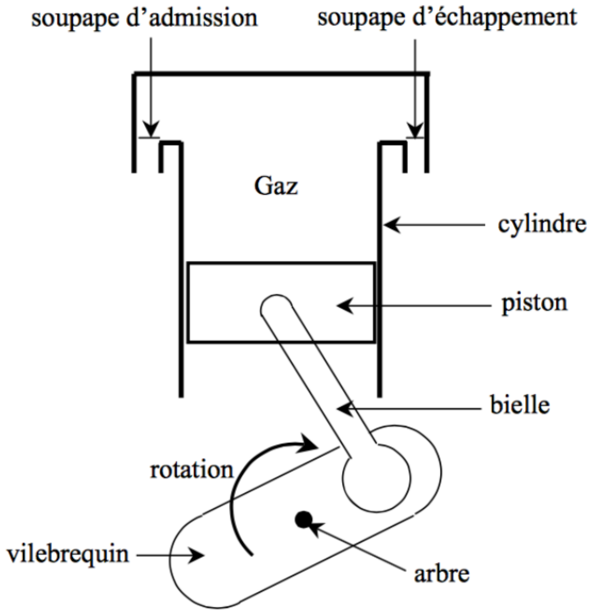
Données : constante des gaz parfaits : $R = 8,31\,\mathrm{J.mol^{-1}.K^{-1}}$.

I. Moteurs à combustion interne

Les moteurs à combustion interne, qui comprennent essentiellement les moteurs à allumage commandé (cycle Beau de Rochas) et les moteurs Diesel, sont d'une très grande importance pratique. Ils constituent notamment encore la majorité des moteurs des automobiles. Ce problème étudie le fonctionnement théorique de ces moteurs. Dans tout le problème, les gaz seront supposés parfaits.

I.1. Rendement théorique du moteur à 4 temps

Le but d'un moteur est de fournir du travail. Dans le cas des moteurs à combustion interne à 4 temps, l'énergie dégagée par une réaction de combustion est partiellement transformée en travail. Le combustible est un hydrocarbure. Le comburant est constitué par l'oxygène de l'air qui décrit le cycle.
Pour récupérer, en partie, cette énergie chimique, le principe est le suivant : on comprime un gaz (de l'air mélangé éventuellement à du carburant) dans un cylindre à l'aide d'un piston, lui-même actionné par un système bielle-vilebrequin (cf. figure ci-dessous).



Le mélange a été préalablement admis dans le cylindre par une soupape d'admission (fermée ultérieurement). En fin de compression a lieu la réaction de combustion (s'il n'y était pas déjà, le combustible est donc injecté dans le cylindre, à ce stade). Une partie de l'énergie dégagée est récupérée sous forme de travail car les gaz résultants de cette réaction repoussent le piston. Les gaz subissent alors une détente (augmentation du volume tandis que le piston est repoussé vers le bas). La rotation de l'arbre conduit, par l'intermédiaire du système bielle-vilebrequin, à la remontée du piston. La soupape d'échappement s'ouvre, ce qui permet l'évacuation des gaz vers l'extérieur. La rotation de l'arbre se poursuivant, le piston redescend. La soupape d'échappement se ferme et celle d'admission s'ouvre et on revient à la phase d'admission.
Pendant un cycle complet, le vilebrequin a donc accompli deux tours et le piston deux allers et retours : le piston descend pendant l'admission, remonte pendant la compression, redescend pendant la détente (après réaction) et remonte pendant l'échappement. Le moteur étudié est donc à quatre temps. Le but du système bielle-vilebrequin est de transformer les mouvements de translation du piston en mouvement de rotation de l'arbre qui sera transmis aux roues.

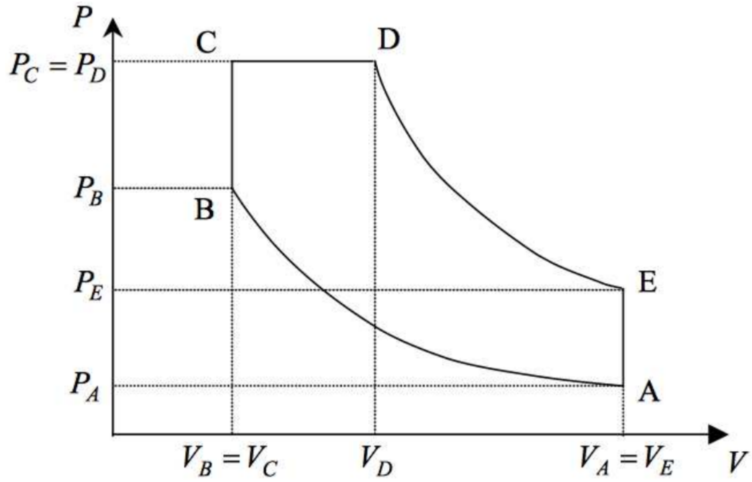
On idéalise le fonctionnement du moteur en considérant que le système fermé constitué de n moles de gaz parfait parcourt le cycle suivant de façon mécaniquement quasi-statique (cf diagramme de Watt ci-dessous) :

- Compression adiabatique réversible de A à B ;
- La combustion démarre en B et il s'ensuit une première phase de B à C isochore ;
- La combustion se poursuit dans une phase isobare de C à D ;
- Détente adiabatique réversible de D à E ;

- Phase isochore de E à A.

La combustion est prise en compte de façon abstraite : on ne se préoccupe pas des modifications dans la composition du système dues à la réaction chimique ; on considère que la combustion est équivalente à un apport de chaleur au gaz effectuant le cycle, durant les phases $B \to C$ et $C \to D$. On adopte les notations suivantes pour les paramètres déterminants du moteur :

$$\alpha = \frac{V_A}{V_B} \quad , \quad \lambda = \frac{P_C}{P_B} \quad , \quad \varepsilon = \frac{V_D}{V_C} .$$



On notera C_{vm} la capacité thermique molaire à volume constant de l'air, C_{pm} la capacité thermique molaire à pression constante et $\gamma = \frac{C_{pm}}{C_{vm}}$.
On notera T_A, T_B, T_C, T_D et T_E les températures respectives des points A, B, C, D et E, et de même pour la pression et le volume.
Le but des questions ci-dessous est d'établir l'expression du rendement théorique η de ce moteur en fonction des paramètres α, λ et ε qui caractérisent son cycle.
Pour les applications numériques on prendra $\gamma = 1,35$, $T_A = 320\,K$, $\alpha = 12$, $\lambda = 1,6$ et $\varepsilon = 1,5$.

1. Donner la définition de C_{vm} et C_{pm}, puis établir leur expression en fonction de γ et R la constante des gaz parfaits.

2. En prenant en compte les spécificités et chacune des étapes, établir l'expression des transferts thermiques Q_{AB}, Q_{BC}, Q_{CD}, Q_{DE} et Q_{EA}, en fonction des températures T_A, T_B, T_C, T_D et T_E.

3. Définir le rendement η du cycle. L'exprimer ensuite uniquement en fonction des chaleurs reçues définies dans la question précédente, puis uniquement en fonction des températures T_A, T_B, T_C, T_D et T_E.

4. Énoncer les lois de Laplace puis les démontrer.

5. En déduire l'expression des températures T_B, T_C, T_D et T_E en fonction de T_A, γ et des paramètres du cycle α, λ et ε. Calculer les valeurs numériques.

6. En déduire l'expression du rendement η en fonction des paramètres γ, α, λ et ε. Calculer sa valeur numérique.

7. On suppose que les transferts thermiques ont lieu avec deux sources, l'une chaude de température T_D et l'autre froide de température T_A.
   a) Établir l'expression du rendement de Carnot η_C, puis calculer sa valeur numérique.
   b) Calculer l'entropie produite (créée) molaire sur tout le cycle.
   Le cycle est-il réversible ? Sinon quelles sont les causes d'irréversibilité ?

I.2. Moteur à 4 temps à allumage commandé

Les moteurs à essence suivent le cycle Beau de Rochas. Le gaz qui entre dans le cylindre durant la phase d'admission est un mélange essence-air. Le combustible est donc présent dans le système durant la phase de compression. La réaction de combustion est déclenchée en B par une étincelle d'allumage (arc électrique) générée par un dispositif appelé *bougie*. La combustion étant très rapide, on peut considérer qu'elle se fait à volume constant (phase isochore BC). Elle est suivie par la détente. On peut alors modéliser le cycle sans phase isobare.

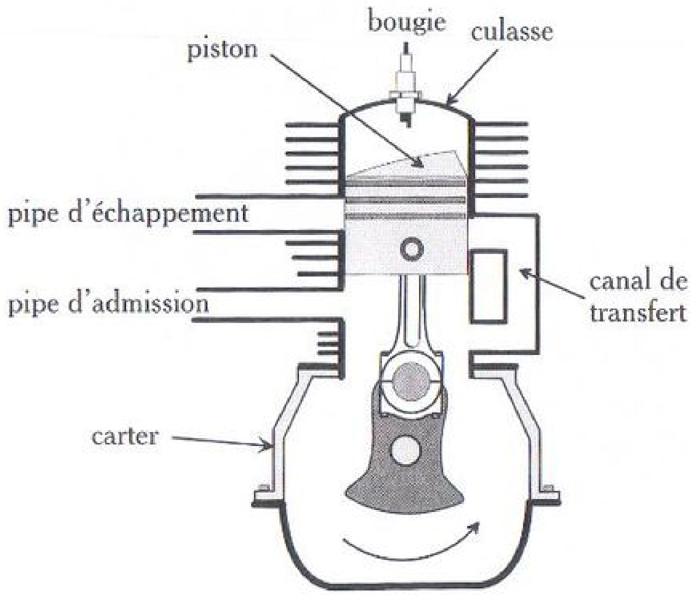
8. En déduire l'expression du rendement théorique η dans ce cas. Comment peut-on le maximiser ?

9. Calculer le rendement maximal η_m que l'on peut obtenir dans un tel moteur sachant que le mélange (système) s'enflamme spontanément à partir de la température de 380°C. On prendra toujours $T_A = 320\,\mathrm{K}$.

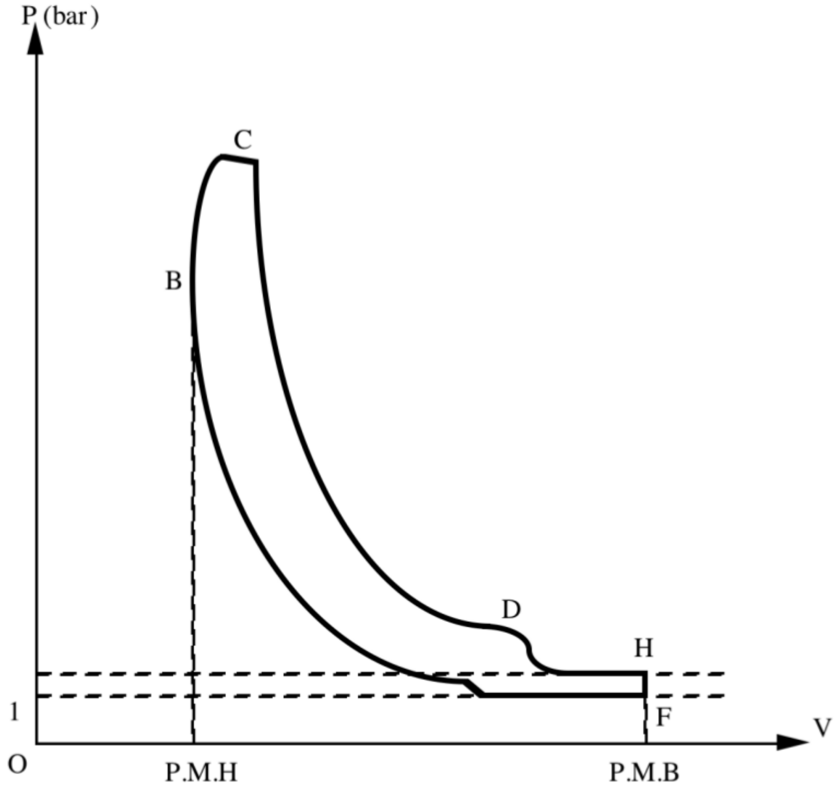
I.3. Moteur de scooter

Cette partie peut être traitée indépendamment des précédentes.
Quoi qu'il en soit, on prendra garde aux changements de notations (sur les points du cycle notamment).

Les scooters de cylindrée inférieure à 50 cm^3 sont équipés d'un moteur à explosion à deux temps. Celui-ci existe sous plusieurs formes. Le type le plus répandu (surtout dans le domaine des petites puissances) est celui qui comporte trois *lumières* ; celles-ci sont destinées à assurer l'aspiration, l'échappement et la communication entre le *carter* et le cylindre. Le mélange carburé (air - essence - huile) provenant du carburateur pénètre dans le carter pendant le mouvement du piston du point mort bas (P.M.B) au point mort haut (P.M.H). Au cours de la descente, cet air est comprimé et dirigé vers le cylindre par le canal de transfert. La légère compression du mélange carburé permet l'évacuation du gaz de combustion. Le graissage des parties mobiles, assuré par de l'huile que l'on mélange à l'essence, permet de réduire les frottements.



Les quatre phases (admission, compression, combustion et détente), qui sont réparties sur deux tours de vilebrequin dans un quatre temps (deux allers et deux retours de piston) se succèdent en un seul tour de vilebrequin dans un deux temps (un aller et un retour de piston). Cela est possible parce que les phases échappement et admission ont lieu très rapidement et sensiblement au moment où le piston se trouve au P.M.B. Pratiquement le diagramme de Watt a l'allure représentée ci-dessous.



On y distingue les deux temps :

- 1er temps : Compression du mélange carburé (FB), combustion (BC).
- 2ème temps : Détente (CD), échappement des gaz de combustion et admission d'une nouvelle charge de mélange carburé (DHF).

Le but de cette partie est d'évaluer la consommation d'essence du moteur. Pour cela on définit un diagramme de Watt idéalisé noté $B'C'D'F'$ qui s'identifie au cycle de Beau de Rochas idéalisé. Il est construit avec les hypothèses suivantes.

- la combustion $B'C'$ est instantanée et isochore, et se produit lorsque le piston est au PMH (volume du cylindre $V_{B'} = V_{C'} = V_B$).

- la détente $C'D'$ et la compression $F'B'$ du mélange sont adiabatiques réversibles.
- lors de l'échappement et de l'admission $D'F'$ quasi instantanées, le volume du cylindre est considéré constant égal à V_D.

La cylindrée du moteur est $V_D - V_B$. Le taux de compression est égal au rapport volumétrique $\alpha = \frac{V_D}{V_B}$.

10. Tracer l'allure du cycle $(F'B'C'D'F')$ dans un diagramme de Watt (P, V).

Dans la notice technique d'un scooter (Spacer 50 Kymco), on lit les indications suivantes :

- vitesse maximale : $45\,\text{km.h}^{-1}$
- régime de puissance maximale : 7000 tours.min^{-1} (vitesse angulaire du vilebrequin)
- puissance maximale : 4,40 kW
- cylindrée : 49,5 cm^3
- course du piston : 39,2 mm.

On fera d'autre part l'approximation suivante : l'air étant en grand excès par rapport au mélange (huile + carburant), on assimilera le mélange carburé à un gaz parfait unique, de coefficient $\gamma = 1,40$, de masse molaire $M = 29,0\,\text{g.mol}^{-1}$.
On définit le *pouvoir calorifique volumique* du carburant, noté q_{vol}, supposé indépendant de la température, comme l'énergie libérée par la combustion d'une unité de volume d'essence. On prendra $q_{\text{vol}} = 30,0\,\text{kJ.cm}^{-3}$.
Enfin on prendra au point F' : $T_F = 300\,\text{K}$, $P_F = 1,00\,\text{bar}$.

11. Lorsque le scooter roule à la vitesse $V = 45\,\text{km.h}^{-1}$ à son régime maximal de 7000 tours.min^{-1}, quelle est la durée τ d'un cycle ? En déduire la vitesse moyenne v_m du piston sur un cycle.

12. Comparer cette vitesse v_m à la vitesse quadratique moyenne des molécules du mélange gazeux, que l'on évaluera au point le plus froid du cycle.
La modélisation choisie pour les transformations $C'D'$ et $F'B'$ est-elle cohérente avec ce résultat ?

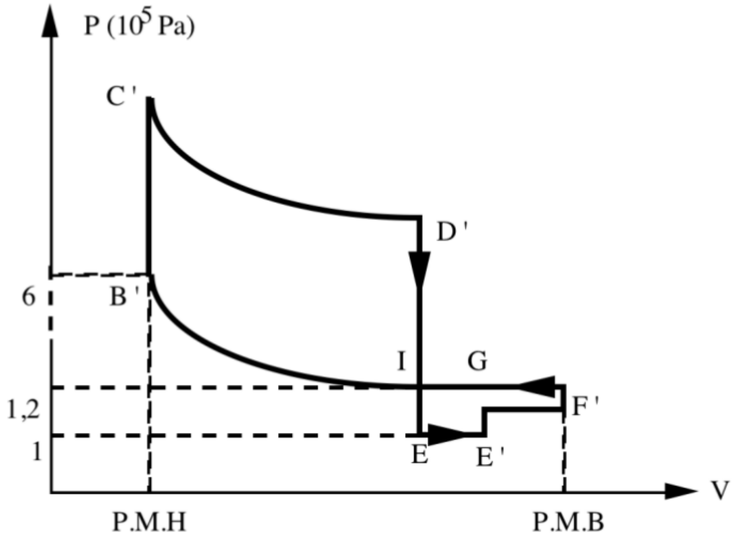
13. La pression en fin de compression est de $6,00\,\text{bar}$. En déduire le taux de compression α.

14. En prenant pour rendement $\eta = 0,4$, calculer le transfert thermique libéré par la combustion à chaque cycle lorsque le scooter roule à son régime de puissance maximale $\mathcal{P} = 4,40\,\text{kW}$ à la vitesse $V = 45\,\text{km.h}^{-1}$.

15. Quelle est la consommation d'essence pour parcourir 100 km ? Commenter.

16. Un modèle un peu plus précis détaille la phase d'admission et d'échappement, comme cela est représenté sur le diagramme ci-dessous. Quelle est la conséquence pour le travail effectivement fourni par le moteur sur un cycle et pour la consommation ?

17. Pourquoi peut-on dire qu'a priori un moteur à deux temps, de même cylindrée et de même régime est deux fois plus puissant qu'un moteur à quatre temps ?
En réalité, la puissance n'est que 1,5 fois plus grande. Pourquoi ?



- E : ouverture de l'échappement
- I : fermeture de l'échappement
- E' : ouverture de l'admission
- G : fermeture de l'admission
- F' : P.M.B

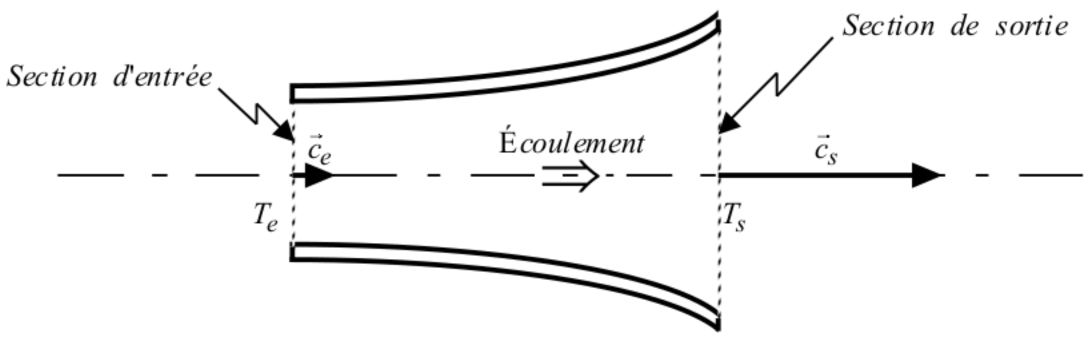
II. Propulsion d'un avion de chasse

Hypothèses de travail

- L'air est considéré comme un gaz parfait de coefficient adiabatique $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1,4$, et de capacité thermique massique à pression constante $c_p = 1,00\,\mathrm{kJ.kg^{-1}.K^{-1}}$.
- La vitesse du fluide est supposée partout selon la même direction (écoulement unidimensionnel) et le régime est stationnaire.
- Les variations d'énergie potentielle sont négligées.
- Les variations d'énergie cinétique sont aussi négligées, sauf lors de la traversée de la tuyère.
- Les seules parties mécaniques mobiles sont le compresseur et la turbine (turbomachines).
- Compresseur et turbine sont liés par un arbre commun. Ainsi la puissance mécanique cédée à la turbine est intégralement transmise au compresseur, les frottements étant négligés.
- Les particularités de l'air, notamment sa composition, son débit massique D_m et ses caractéristiques énergétiques c_p et γ, ne sont pas perturbées par la combustion : le mélange gazeux, au cours de l'écoulement (avant et après combustion), est assimilé à l'air.
- Le pouvoir thermique (calorifique) massique du carburant utilisé (kérosène) dans la chambre de combustion est $q_k = 50,0 \times 10^6\,\mathrm{J.kg^{-1}}$.

II.1. Éjection d'un gaz dans une tuyère

On considère la tuyère d'un réacteur représentée ci-dessous, à savoir une conduite calorifugée de section variable, qui ne contient pas de paroi mobile. Les températures, au niveau des sections d'entrée et de sortie, sont respectivement T_e et T_s. Les vitesses du gaz sont respectivement c_e et c_s.



1. Justifier les valeurs numériques proposées pour γ et c_p.

2. En appliquant le « premier principe industriel » (que l'on ne demande pas de démontrer), établir l'expression de la vitesse c_s de l'écoulement à la sortie de la tuyère en fonction des températures T_e et T_s et des constantes nécessaires (la vitesse d'entrée sera négligée au regard de celle de sortie : $c_e \ll c_s$).

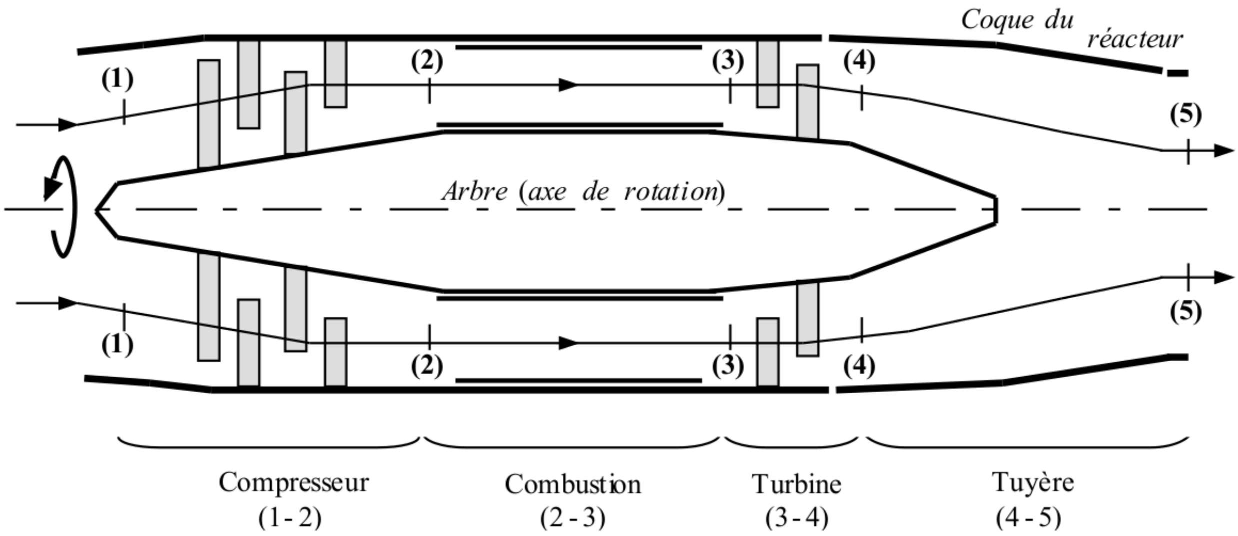
3. **a)** Le débit massique D_m est supposé conservé dans la tuyère (c'est-à-dire le même en tout point de la tuyère). Quelle hypothèse simple permet de justifier cette hypothèse ?

b) Le débit volumique D_v du gaz à travers la tuyère est-il lui aussi conservé ? Justifier.

c) Que peut-on en déduire concernant l'évolution de la masse volumique du gaz progressant dans la tuyère ?

II.2. Turboréacteur sans post-combustion

On étudie ici un modèle de réacteur « simple », c'est-à-dire sans post-combustion, schématisé ci-dessous, qui équipe les avions de chasse.



Les caractéristiques de l'écoulement sont les suivantes.

- Étape (1) → (2) : l'air ambiant ($T_1 = 300\,\text{K}$, $P_1 = 1,00\,\text{bar}$) est aspiré et comprimé par le compresseur de façon adiabatique et mécaniquement quasi-statique (donc isentropique), avec un taux de compression $\tau_{12} = \frac{P_2}{P_1} = 10,0$.
  Puis cet air pénètre à la température T_2 et sous la pression P_2, dans la chambre de combustion où le carburant est injecté.
- Étape (2) → (3) : grâce à la combustion du kérosène, l'air subit un réchauffement isobare ($P_3 = P_2$) jusqu'à la température $T_3 = 1200\,\text{K}$.
- Étape (3) → (4) : le mélange gazeux se détend partiellement dans la turbine, de façon adiabatique et mécaniquement quasi-statique (isentropique).
- Étape (4) → (5) : les gaz sont admis dans la tuyère (calorifugée), conduite de section variable, où leur détente se poursuit toujours dans les mêmes conditions (isentropiques) jusqu'à la pression ambiante $P_5 = P_1 = 1,00\,\text{bar}$.

En terme d'énergie cinétique, on pourra négliger toute variation entre les étapes (1) et (4), et négliger la vitesse en entrée par rapport à la vitesse en sortie comme en **2.**.
Le débit massique de l'air aspiré (et aussi de l'air refoulé) par le turboréacteur vaut $D_m = 50,0\,\text{kg.s}^{-1}$.

4. Établir les expressions littérales puis les valeurs numériques :

   a) de la température T_2 à la sortie du compresseur (donc à l'entrée de la chambre de combustion) ;

   b) du travail utile massique $w_{u,12}$ mis en jeu dans le compresseur (1-2).

5. Étant donné que la puissance mécanique cédée à la turbine est intégralement transmise au compresseur : que vaut le travail utile $w_{u,34}$ reçu par le gaz entre (3) et (4) ?
En déduire la température T_4, puis la pression P_4, à la sortie de la turbine.

6. Calculer la température T_5 à la sortie de la tuyère.

7. Dans un diagramme de Clapeyron, représenter l'allure de la succession des transformations (1) – (2) – (3) – (4) – (5) subies par le gaz. On fera figurer en fond les 5 isothermes T_1, T_2, T_3, T_4 et T_5.

8. On définit la puissance cinétique $\mathcal{P}_{\text{cin}}$ (W) du turboréacteur par l'apport d'énergie cinétique au gaz par unité de temps :

$$\mathcal{P}_{\text{cin}} = \frac{1}{2}\, D_m\, c_s^2\,.$$

Déterminer littéralement (en fonction des températures notamment), puis numériquement :

a) la puissance cinétique $\mathcal{P}_{\text{cin}}$ de l'écoulement à la sortie de la tuyère (on pourra se servir de la question **2.**) ;

b) la puissance thermique $\mathcal{P}_{\text{th}}$ reçue par l'air dans la chambre de combustion (2-3) ;

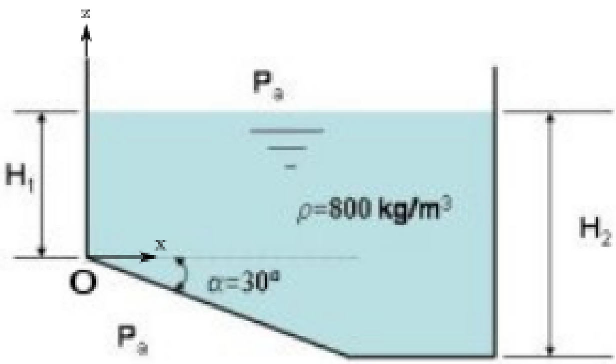
c) le rendement thermique du turboréacteur défini par le rapport $\eta = \frac{\mathcal{P}_{\text{cin}}}{\mathcal{P}_{\text{th}}}$;

d) le débit massique D_k de kérosène consommé dans le turboréacteur en fonctionnement.

9. On prend en considération dans cette question le fait que dans le compresseur (1-2) et la turbine (3-4), l'évolution est en fait légèrement irréversible (car non mécaniquement quasi-statique). On admet qu'en première approximation, les paramètres de pression ne sont pas modifiés par rapport à l'étude précédente. La transformation est toujours supposée réversible dans la tuyère.
Dans quel sens se trouvent modifiées les températures T_2, T_3, T_4 et T_5 ? On justifiera précisément à chaque étape.

III. Force de pression dans un réservoir

Un réservoir contenant une huile de masse volumique ρ possède un fond plan incliné d'un angle α comme schématisé sur la figure ci-contre. Selon l'axe Oy, le réservoir est invariant par translation et de profondeur L, entre $y = -\frac{L}{2}$ et $y = \frac{L}{2}$. L'extérieur est partout exposé à la pression atmosphérique P_a, uniforme. On s'intéresse exclusivement aux actions sur cette partie plane inclinée du fond. Pour les applications numériques : $\rho = 800\,\text{kg.m}^{-3}$, $\alpha = 30°$, $H_1 = 5\,\text{m}$, $H_2 = 11\,\text{m}$, $L = 10\,\text{m}$.



1. Calculer la force de pression résultante sur ce plan incliné dans la base $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$.

2. Calculer le moment résultant en l'origine O de ces efforts agissant sur le plan incliné.

3. En déduire la position du centre de poussée C sur le plan incliné, c'est-à-dire le point d'application de cette force résultante.

* * * Fin de l'épreuve * * *