

THERMODYNAMIQUE

I. Thermomètres à gaz

(d'après ENS-Mines Ponts BCPST 2017)

I.1. Définition de l'état gazeux

- On considère N particules de rayon r en mouvement dans un volume V . Une particule en mouvement vers sa future cible va parcourir une distance moyenne ℓ , en balayant un cylindre de section πr^2 , et donc de volume $V_c = \pi r^2 \ell$. Si les cibles étaient fixes, on pourrait écrire que le volume total disponible est la somme des volumes V_c , ce qui donne un ordre de grandeur :

$$V = NV_c = N\pi r^2 \ell \Leftrightarrow \ell = \frac{1}{n^* \pi r^2}$$

- La loi des gaz parfaits donne $n^* = \frac{p}{k_B T} = \frac{p N_A}{RT}$. D'où $\ell = \frac{RT}{p N_A \pi r^2} \sim 1 \times 10^{-6} \text{ m}$ en prenant $p \sim 1 \text{ bar}$, $T \sim 3 \times 10^2 \text{ K}$, et $r \sim 10^{-10} \text{ m}$.

- Chaque particule occupe en moyenne un volume $\frac{V}{N}$, dont on peut évaluer la taille en le considérant cubique d'arête d . On obtient

$$d^3 = \frac{V}{N} = \frac{1}{n^*} = \frac{RT}{p N_A} \Leftrightarrow d = \sqrt[3]{\frac{RT}{p N_A}} \sim 3 \times 10^{-9} \text{ m},$$

en prenant les mêmes conditions de pression et température. On observe que $d \ll \ell$.

- Plus généralement, le fluide tend à se comporter comme un gaz parfait si $\ell \gg d \gg r$. La première condition permet de négliger les collisions interparticulaires dans l'établissement de l'équilibre thermique, qui est donc avant tout établi via l'interaction avec les parois. La seconde condition permet de négliger les interactions intermoléculaires (forces de Van der Waals) et le volume propre des particules (effet de covolume).

I.2. Thermomètre à variation de volume

- La sensibilité intrinsèque est définie comme le rapport entre des variations relatives de h d'une part, et de la température (ou pression) d'autre part. Les n moles de gaz emprisonnées dans le cylindre vérifient à l'équilibre $PV = PhS = nRT$. Donc en (P_0, T_0, V_0) on obtient

$$s_T^0 = \frac{T_0}{h_0} \left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_P = \frac{T_0}{h_0} \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{nRT}{PS} \right) = \frac{T_0 nR}{h_0 S P_0} = 1 \Leftrightarrow s_T^0 = 1$$

$$s_P^0 = \frac{P_0}{h_0} \left. \frac{\partial h}{\partial P} \right|_T = \frac{P_0}{h_0} \frac{\partial}{\partial P} \left(\frac{nRT}{PS} \right) = -\frac{P_0 nRT_0}{h_0 S P_0^2} = -1 \Leftrightarrow s_P^0 = -1$$

Autre méthode : avec la différentielle logarithmique.

- Pour $P = \text{cte}$, on $\frac{h}{T} = \text{cte}$ donc $\frac{dh}{h} - \frac{dT}{T} = 0 \Leftrightarrow \frac{T dh}{h dT} = 1 \Rightarrow s_T^0 = 1$.
- Pour $T = \text{cte}$, on $Ph = \text{cte}$ donc $\frac{dh}{h} + \frac{dP}{P} = 0 \Leftrightarrow \frac{P dh}{h dP} = -1 \Rightarrow s_P^0 = -1$.

On constate que ces sensibilités intrinsèques sont **indépendantes de l'état au voisinage duquel on utilise l'instrument**, ce qui est une propriété intéressante pour un instrument de mesure.

1. Un calcul plus précis utilise la *section efficace de collision*, qui prend en compte la taille de la cible. La section du volume collisionnel est alors $\pi(2r)^2 = 4\pi r^2$.

- On intègre la statique des fluides pour un gaz parfait de masse molaire moyenne M_a et de température uniforme T_a , de masse volumique $\rho = \frac{M_a P}{RT}$, dans un champ de pesanteur d'intensité g :

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g z = -\frac{M_a P g}{RT_a} \Leftrightarrow \frac{d \ln P}{dz} = -\frac{M_a g}{RT_a} \Rightarrow P(z) = P_0 e^{-\frac{z}{H}} \quad \text{avec} \quad H = \frac{RT_a}{M_a g} = 8,8 \text{ km}.$$

Au sommet du Mont Blanc on obtient $P_m = 0,58 \text{ bar}$.

- On considère que l'on lit la même hauteur h_i entre le moment de l'étalonnage (pression P_0 et température T_i) et la situation de mesure au sommet du mont blanc (pression P_m et température T) :

$$\frac{nR}{S} = \frac{P_0 h_i}{T_i} = \frac{P_m h_i}{T} \Leftrightarrow T_i = \frac{P_0}{P_m} T = 182^\circ \text{C}$$

La pression étant quasiment divisée par 2, la température affichée serait donc approximativement doublée (en Kelvin).

- Les deux compartiments sont en équilibre de pression :

$$P_1 = P_2 \Leftrightarrow \frac{nRT}{Sh} = \frac{nRT_0}{S(2h_0 - h)} \Leftrightarrow \frac{T}{T_0} = \frac{h}{2h_0 - h} = \frac{h/h_0}{2 - h/h_0} \Leftrightarrow \frac{T}{T_0} - 1 = 2 \frac{h/h_0 - 1}{2 - h/h_0}$$

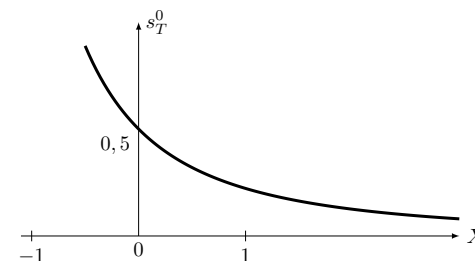
$$\Leftrightarrow X = \frac{2Y}{1 - Y} \Leftrightarrow Y = \frac{X}{X + 2}$$

- On peut ré-exprimer :

$$s_T^0 = \frac{T_0}{h_0} \left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_P = \frac{\partial h/h_0}{\partial T/T_0} \Big|_P$$

Ce thermomètre ne fonctionne pas rigoureusement à pression constante. Toutefois on peut évaluer la sensibilité à la température grâce à l'expression ci-dessus, ce qui donne simplement

$$s_T^0 = \frac{dY}{dX} = \frac{2}{(2 + X)^2}$$



La sensibilité est donc plus faible que dans le cas du thermomètre à variation de volume pour des variations relatives modérées ($|X| \ll 1$). D'autre part elle est fortement dépendante de l'état (X), plus grande si $X < 0$ que si $X > 0$, ce qui n'est pas pratique.

- On développe à l'ordre 2 : $Y = \frac{X}{X+2} \approx \frac{X}{2} (1 - \frac{X}{2}) = \frac{X}{2} - \frac{X^2}{4}$. L'écart relatif à l'approximation linéaire vaut :

$$\left| \frac{Y - \frac{X}{2}}{\frac{X}{2}} \right| = \left| \frac{\frac{X^2}{4}}{\frac{X}{2}} \right| = \left| \frac{X}{2} \right| < 0,1 \Leftrightarrow X \in [-0,2; 0,2]$$

Donc pour des graduations équi-réparties ($Y = \frac{X}{2}$ supposé), la **précision relative est inférieure à 10% sur un domaine relativement large de $\pm 60^\circ \text{C}$** par rapport à la température d'étalonnage.

- On peut fixer une température de référence stable en utilisant un **point fixe thermodynamique**. Par exemple à la pression de 1 bar, le point de fusion de l'eau est à $T = 0^\circ \text{C}$, son point d'ébullition à $T = 100^\circ \text{C}$.

I.3. Thermomètre à variation de pression

- À l'équilibre on peut écrire

$$P_1 V = nRT \quad \text{et} \quad P_2 V = nRT_0 \Rightarrow P_1 - P_2 = \frac{nR}{V} (T - T_0) \Leftrightarrow \Delta P = \frac{nR}{V} \Delta T$$

13. La résistance d'un conducteur est proportionnelle à la longueur parcourue par les porteurs de charge.
 14. On définit (figure ci-dessous) les angles α et α' correspondant respectivement à la moitié de la jauge (taille $\frac{L_0}{2}$) et la moitié de la membrane (taille a). Pour les calculs, on considère $r > 0$ comme sur ce schéma.

La taille de la membrane déformée est selon le côté choisi $2(r \mp \frac{e}{2})\alpha'$ (- si $i = 1$, + si $i = 2$).

La taille de la jauge déformée est selon le côté choisi $L_i = 2(r \mp \frac{e}{2})\alpha$. L'hypothèse d'une conservation des proportions se traduit par le fait que le rapport entre ces deux longueurs est le même en l'absence de déformation :

$$\frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{L_0}{2a}$$

Par ailleurs l'angle α' est déterminé par la relation

$$\sin \alpha' = \frac{a}{r} \text{ avec } \sin \alpha' \approx \alpha' \text{ car } |r| \gg a$$

est valable pour les faibles déformations. En associant ces relations on obtient

$$L_i = 2 \left(r \mp \frac{e}{2} \right) \alpha = 2 \left(r \mp \frac{e}{2} \right) \frac{\alpha}{\alpha'} \alpha' = 2 \left(r \mp \frac{e}{2} \right) \frac{L_0}{2a} \frac{a}{r} = L_0 \left(1 \mp \frac{e}{2r} \right) \Leftrightarrow \epsilon_i = \mp \frac{e}{2r} \Rightarrow R_i = R_0 \left(1 \mp \frac{C e}{2r} \right)$$

avec - si $i = 1$.

15. En réunissant les résultats précédents :

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \frac{R_1 - R_2}{R_0} = \frac{R_1 - R_0}{R_0} - \frac{R_2 - R_0}{R_0} = C \epsilon_1 - C \epsilon_2 = C \left(-\frac{e}{2r} - \frac{e}{2r} \right) = -C \frac{e}{r} = -C \frac{e}{K} \Delta P \text{ d'où}$$

$$\Delta P = -\frac{K}{eC} \frac{\Delta R}{R_0}$$

16. D'après la question précédente, on a besoin de mesurer $R_1 - R_2$. L'expression du pont se ramène approximativement à une différence $R_C - R_B$ à condition de prendre $R_D = R_A \gg R_B, R_C$. On choisit donc

$$\boxed{R_A = R_D \gg R_0, \quad R_C = R_1 \text{ et } R_B = R_2} \Rightarrow \boxed{U \approx E_0 \frac{\Delta R}{R_A} = -\frac{E_0 R_0 e C}{R_A K} \Delta P}$$

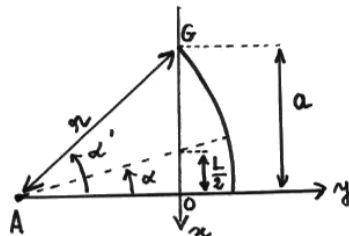
17. Comme $\Delta P = \frac{nR}{V} \Delta T$, on a alors $\boxed{U = -\frac{E_0 R_0 e C n R}{R_A K V} \Delta T}$.

D'après cette expression on a intérêt à prendre K petit (membrane plus souple) pour augmenter la sensibilité du thermomètre.

Toutefois si K est trop petit la déformation sera forte (r ne sera plus grand devant a) et donc le lien entre ΔT et U ne sera plus linéaire (cf question 14.).

18. Sur chaque moitié de membrane agissent d'une part une force d'appui (\vec{F}_H à droite) à une distance a de O , et d'autre part des forces de pression réparties uniformément. Pour une surface élémentaire $dx dz$ au voisinage d'un point $M(x, y = -\frac{e}{2}, z)$, la force élémentaire appliquée est $P_1 dx dz \vec{u}_y$. De l'autre côté de la membrane, au voisinage d'un point $M'(x, y = \frac{e}{2}, z)$, la force élémentaire appliquée est $-P_2 dx dz \vec{u}_y$. Ainsi le moment résultant en O est

$$\begin{aligned} \vec{M}_O &= a \vec{u}_x \wedge F \vec{u}_y + \int_{x=0}^a \int_{z=-a}^a (x \vec{u}_x - \frac{e}{2} \vec{u}_y + z \vec{u}_z) \wedge P_1 dx dz \vec{u}_y - \int_{x=0}^a \int_{z=-a}^a (x \vec{u}_x + \frac{e}{2} \vec{u}_y + z \vec{u}_z) \wedge P_2 dx dz \vec{u}_y \\ &= a F \vec{u}_z + (P_1 - P_2) \left(\vec{u}_z \int_{x=0}^a \int_{z=-a}^a x dx dz + \vec{u}_x \int_{x=0}^a \int_{z=-a}^a z dx dz \right) \\ &= a F \vec{u}_z + (P_1 - P_2) \left(\vec{u}_z \int_0^a x dx \int_{-a}^a dz + \vec{u}_x \int_0^a dx \int_{-a}^a z dz \right) \\ &= a F \vec{u}_z + (P_1 - P_2) \left(\vec{u}_z \frac{a^2}{2} 2a + \vec{u}_x 2a \left(\frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{2} \right) \right) \end{aligned}$$



d'où $\boxed{\mathcal{M}_O = Fa + \Delta P a^3}$.

Remarque : le moment résultant des forces de pression s'écrit $\frac{a}{2} \vec{u}_x \wedge (P_1 - P_2) 2a^2 \vec{u}_y$, avec $2a^2$ la surface totale de la partie droite de la membrane. $(P_1 - P_2) 2a^2 \vec{u}_y$ étant la résultante des forces de pression, on en déduit que les actions de pression admettent un point d'application situé au milieu de la partie droite de la membrane, en $x = \frac{a}{2}$ et $z = 0$.

19. Le théorème de la résultante cinétique appliqué à la membrane à l'équilibre dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen permet d'écrire

$$0 = \Delta P (2a)^2 + 2F \Leftrightarrow F = -\Delta P 2a^2 \Rightarrow \boxed{\mathcal{M}_O = -a^3 \Delta P}$$

20. S'agissant d'un couple, le moment résultant ne dépend pas du point d'application. On peut le calculer par exemple au centre de la section S_Q :

$$\mathcal{M} = k(\ell_2 - \ell_0) \frac{e}{2} - k(\ell_1 - \ell_0) \frac{e}{2} = 2k(\ell_2 - \ell_0) \frac{e}{2} = k(\ell_2 - \ell_0) e \text{ avec } \ell_2 = (r + \frac{e}{2}) \tan \alpha = \ell_0 + \frac{e}{2} \tan \alpha = \ell_0 + \frac{e \ell_0}{2r}$$

ce qui donne $\boxed{\mathcal{M} = k \ell_0 \frac{e^2}{2r}}$.

21. La section S_O est d'aire $2ae$, ce qui donne $\boxed{\mathcal{M} = E \frac{ae^3}{2r}}$.

22. Le théorème du moment cinétique, appliqué à la partie droite de la membrane au point O fixe dans le référentiel du laboratoire galiléen, se traduit par l'équilibre :

$$0 = \mathcal{M} + \mathcal{M}_O \Leftrightarrow a^3 \Delta P = E \frac{ae^3}{2r} \Leftrightarrow \Delta P = \frac{K}{r} \text{ avec } \boxed{K = E \frac{e^3}{2a^2}}$$

On observe que K est d'autant plus grand, donc la membrane d'autant plus rigide, que son épaisseur est grande ou que sa surface est petite.

I.4. Temps de réponse d'un thermomètre

23. Entre les instants t et $t + dt$, le thermomètre est immobile et subit un transfert thermique dans des conditions isobares. Le premier principe s'écrit donc ²

$$dH = \delta Q_p = \Phi dt \Leftrightarrow (C_{en} + C_{p \text{ gaz}}) dT = \frac{T_e - T}{R_{th}} \Leftrightarrow \tau_{\text{mod}} \frac{dT}{dt} + T = T_e \text{ avec } \boxed{\tau_{\text{mod}} = R_{th} (C_{en} + C_{p \text{ gaz}})}$$

24. Application numérique : $\tau_{\text{mod}} = 7,5 \text{ s}$.

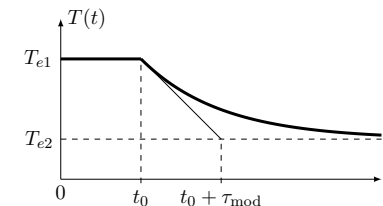
25. Pour tout $t \geq t_0$, la solution générale s'écrit $T(t) = \lambda e^{-\frac{t-t_0}{\tau_{\text{mod}}}} + T_{e2}$, avec $\lambda \in \mathbb{R}$. La continuité en t_0 impose $T(t_0) = T_{e1}$, ce qui conduit à $\boxed{T(t) = (T_{e1} - T_{e2}) e^{-\frac{t-t_0}{\tau_{\text{mod}}}} + T_{e2}}$.

26. On obtient l'allure ci-contre.

27. D'après l'expression précédente, on a

$$T^*(t) = e^{-\frac{t-t_0}{\tau_{\text{mod}}}}$$

Ainsi, les deux tracés doivent se superposer si le modèle est valable. C'est le cas dans une large mesure, à l'exception des 5 premières secondes pour lesquelles les transferts thermiques par conduction ne suivent pas exactement le même profil.



2. Attention erreur d'énoncé... votre prof a oublié d'inverser la résistance thermique ! $\Phi = \frac{T_e - T}{R_{th}}$

28. Le plus simple est ici de mesurer τ_{exp} grâce à 2 points : t_0 et $t_0 + \tau_{\text{exp}}$ par exemple. On doit avoir $T^*(t_0 + \tau_{\text{exp}}) = \frac{1}{\exp(1)} \approx 0,37$. Graphiquement on trouve $t_0 \approx 4$ s et $t_0 + \tau_{\text{exp}} \approx 17$ s, d'où $\tau_{\text{exp}} \approx 13$ s. On trouve presque le double du temps du modèle τ_{mod} . Ceci est probablement dû au caractère instationnaire du flux au début de l'expérience, qui met un certain temps à atteindre la valeur proposée dans le modèle.

II. Modélisation statique du Soleil (d'après Mines Ponts PC 2017)

1. En notant $d^{(3)}V = r^2 dr \sin \theta d\theta d\varphi$ le volume élémentaire en coordonnées sphériques, la masse contenue entre le centre et la distance r est

$$M(r) = \int_{r'=0}^r \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \rho(r') d^{(3)}V = \int_{r'=0}^r \rho(r') 4\pi r'^2 dr'$$

après intégration selon θ et φ . Cette forme revient à utiliser le volume infinitésimal d'ordre 1 $4\pi r'^2 dr'$, qui est celui d'une coquille sphérique de rayon r' et d'épaisseur dr' .

2. L'équation 3D de la statique s'écrit

$$\vec{0} = -\vec{\text{grad}} p + \rho \vec{g} \Rightarrow \boxed{\frac{dp}{dr}(r) = \rho(r)g(r)}$$

après projection selon \vec{u}_r .

3. On injecte l'expression du champ $g(r)$ et la loi polytropique dans l'équation de la statique des fluides, ce qui donne :

$$\frac{dp}{dr} = K \left(1 + \frac{1}{n}\right) \rho^{\frac{1}{n}} \frac{d\rho}{dr}(r) \quad (1)$$

$$= -\rho(r) \frac{\mathcal{G}M(r)}{r^2}. \quad (2)$$

Pour éliminer $M(r)$ au profit de $\rho(r)$ en utilisant l'équation trouvée en 1., il faut éliminer l'intégrale en la dérivant : $\frac{dM}{dr}(r) = \rho(r)4\pi r^2$. On reformule donc

$$-\mathcal{G}M(r) = \frac{r^2}{\rho(r)} K \left(1 + \frac{1}{n}\right) \rho(r)^{\frac{1}{n}} \frac{d\rho}{dr}(r) = K \left(1 + \frac{1}{n}\right) r^2 \rho(r)^{-1+\frac{1}{n}} \frac{d\rho}{dr}(r) = K \left(1 + \frac{1}{n}\right) r^2 n \frac{d}{dr} \left(\rho(r)^{\frac{1}{n}}\right) \quad (3)$$

puis on dérive

$$\begin{aligned} -\mathcal{G} \frac{dM}{dr}(r) &= K(n+1) \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d}{dr} \left(\rho(r)^{\frac{1}{n}} \right) \right) \\ &= -\mathcal{G} \rho(r) 4\pi r^2 \end{aligned}$$

ce qui conduit à

$$\boxed{\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d}{dr} \left(\rho(r)^{\frac{1}{n}} \right) \right) + A \rho(r) = 0} \quad \text{avec} \quad \boxed{A = \frac{\mathcal{G}4\pi}{K(n+1)}}.$$

4. L'équation de la statique a conduit ci-dessus à l'Eq. (2) : $\frac{dp}{dr}(r) = -\mathcal{G}\rho(r) \frac{M(r)}{r^2}$. Il faut calculer la limite de cette quantité en $r = 0$. Or $M(r)$ croît comme r^3 . En effet si la masse volumique était uniforme au voisinage du centre on aurait $M(r) = \rho_c \frac{4\pi}{3} r^3$. Ce n'est pas le cas mais on peut trouver un résultat équivalent en majorant :

$$\frac{M(r)}{r^2} = \frac{1}{r^2} \int_{r'=0}^r 4\pi r'^2 \rho(r') dr' \leq \frac{\rho_{\text{max}}}{r^2} \frac{4\pi}{3} r^3 \xrightarrow[r \rightarrow 0]{} 0.$$

On en déduit par passage à la limite que $\boxed{\frac{dp}{dr}(0) = 0}$. L'Eq. (1) permet d'en déduire que $\boxed{\frac{d\rho}{dr}(0) = 0}$.

5. L'annulation de Ψ donc de ρ correspond à la surface du Soleil, d'où

$$\boxed{R_{\odot} = r_0 \xi_s} \quad (4)$$

6. Les Eqs. (1)-(2) ci-dessus ont conduit à l'Eq. (3). En y réinjectant la définition de Ψ et ξ on obtient

$$M(r) = -\frac{K(n+1)r_0\rho_c^{\frac{1}{n}}}{\mathcal{G}} \xi^2 \frac{d\Psi}{d\xi}(\xi) = -4\pi\rho_c^{1-\frac{1}{n}} r_0^3 \rho_c^{\frac{1}{n}} \xi^2 \Psi'(\xi) = -4\pi r_0^3 \rho_c \xi^2 \Psi'(\xi).$$

Remarque : Cette équation est bien homogène à une masse.

En l'appliquant en $\xi = \xi_s$ on obtient :

$$\boxed{M_{\odot} = -4\pi r_0^3 \rho_c \xi_s^2 \Psi'_s}. \quad (5)$$

7. Le rayon solaire permet de connaître r_0 . On réinjecte donc l'Eq. (4) dans l'Eq. (5), ce qui donne

$$M_{\odot} = -4\pi R_{\odot}^3 \rho_c \frac{\Psi'_s}{\xi_s} \Leftrightarrow \boxed{\rho_c = -\frac{M_{\odot} \xi_s}{4\pi R_{\odot}^3 \Psi'_s}} = \underline{1,6 \times 10^5 \text{ kg.m}^{-3}}.$$

La valeur connue de $r_0 = \frac{R_{\odot}}{\xi_s}$ permet de remonter à K :

$$r_0 = \sqrt{\frac{K(n+1)}{\mathcal{G}4\pi\rho_c^{1-\frac{1}{n}}}} \Rightarrow \boxed{K = \frac{\mathcal{G}4\pi\rho_c^{1-\frac{1}{n}} R_{\odot}^2}{(n+1) \xi_s^2}} = \underline{3,9 \times 10^9 \text{ SI}}.$$

Finalemment on en déduit $\boxed{p_c = K \rho_c^{1+\frac{1}{n}}} = \underline{3,3 \times 10^{11} \text{ bar}}$.

8. • La somme des titres vérifie $x_e + x_p + x_{\text{He}} = 1$.
 • L'électronéutralité s'écrit : $x_e = x_p + 2x_{\text{He}}$.
 • En notant que la masse molaire $M_{\text{He}} = 4M_p$, et en négligeant la masse des électrons, la fraction massique en Hélium s'écrit :

$$Y = \frac{4M_p x_{\text{He}}}{M_e x_e + M_p x_p + 4M_p x_{\text{He}}} \approx \frac{4x_{\text{He}}}{x_p + 4x_{\text{He}}} \Leftrightarrow Y x_p = 4x_{\text{He}}(1 - Y).$$

Les deux premières relations conduisent à éliminer x_e : $2x_p + 3x_{\text{He}} = 1$.

En réinjectant cela dans la 3ème on obtient

$$Y x_p = \frac{4}{3}(1 - Y)(1 - 2x_p) \Leftrightarrow \boxed{x_p = \frac{4(1 - Y)}{8 - 5Y}} \Rightarrow \boxed{x_{\text{He}} = \frac{Y}{8 - 5Y}}.$$

La masse molaire totale est

$$M = M_e x_e + M_p x_p + 4M_p x_{\text{He}} \approx M_p(x_p + 4x_{\text{He}}) \quad \text{d'où} \quad \boxed{M = \frac{4M_p}{8 - 5Y}} = \underline{0,61 \text{ g.mol}^{-1}}.$$

9. L'équation des gaz parfaits, en la supposant valide (dans ces conditions extrêmes...), conduit alors à

$$\boxed{T_c = \frac{M p_c}{R \rho_c}} = \underline{1,5 \times 10^7 \text{ K}}.$$