

MÉCANIQUE

I. Pendule asymétrique

- La longueur de fil déroulé correspond à la variation de z soit : $z = R\theta$.
- On additionne les deux énergies cinétiques et potentielles (cf cours sur les systèmes) : $E_c = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}M\dot{z}^2$ avec $\dot{z} = R\dot{\theta}$ et $E_p = -mgz_m - Mgz$ avec $z_m = l(\cos(\theta) - 1)$, d'où :

$$E_c = \frac{1}{2}(ml^2 + MR^2)\dot{\theta}^2 \quad \text{et} \quad E_p = mgl(1 - \cos\theta) - MgR\theta.$$

- Les positions d'équilibre correspondent à un extremum d'énergie potentielle soit :

$$\frac{dE_p}{d\theta} = 0 = mgl \sin\theta - MgR \Leftrightarrow \sin\theta = \frac{MR}{ml}$$

Cette équation n'admet des solutions que si $\frac{MR}{ml} \leq 1 \Leftrightarrow M \leq M_0 = m\frac{l}{R}$.

On a alors les deux positions d'équilibre $\theta_1 = \arcsin\left(\frac{MR}{ml}\right)$ et $\theta_2 = \pi - \arcsin\left(\frac{MR}{ml}\right)$.

- On étudie le signe de la dérivée seconde : $\frac{d^2E_p}{d\theta^2} = mgl \cos\theta$.
Comme $\theta_1 \in [0; \pi/2]$, $\frac{d^2E_p}{d\theta^2}(\theta_1) > 0$ donc **la position d'équilibre θ_1 est stable**.
Comme $\theta_2 \in [\pi/2; \pi]$, $\frac{d^2E_p}{d\theta^2}(\theta_2) < 0$ donc **la position d'équilibre θ_2 est instable**.
- On applique le théorème de la puissance mécanique en référentiel galiléen, le système étant conservatif :

$$\frac{dE_m}{dt} = 0 = (ml^2 + MR^2)\dot{\theta}\ddot{\theta} + mgl\dot{\theta}\sin(\theta) - MgR\dot{\theta} \quad \text{d'où en simplifiant par } \dot{\theta},$$

$$(ml^2 + MR^2)\ddot{\theta} + mgl\sin\theta = MgR.$$

- On pose $\epsilon = \theta - \theta_i \ll 1$ donc $\theta = \theta_i + \epsilon$ et $\ddot{\theta} = \ddot{\epsilon}$. On développe à l'ordre 1 en supposant ϵ petit :

$$\sin(\theta_i + \epsilon) = \cos(\theta_i)\sin(\epsilon) + \sin(\theta_i)\cos(\epsilon) \approx \cos(\theta_i)\epsilon + \sin(\theta_i).$$

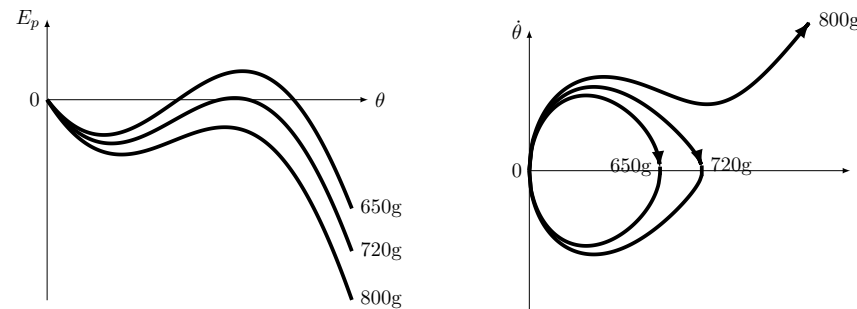
En notant que $\sin(\theta_i) = \frac{MR}{ml}$, on obtient finalement après simplification

$$(ml^2 + MR^2)\ddot{\epsilon} + \cos(\theta_i)mgl\epsilon = 0,$$

avec $\cos(\theta_1) > 0$ et $\cos(\theta_2) < 0$. Il s'agit d'une équation différentielle d'ordre 2 à coefficients constants de mêmes signes en θ_1 , donc **stable en θ_1** , et de signes contraires en θ_2 , donc **instable en θ_2** .

On obtient alors une période des petites oscillations $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{ml^2 + MR^2}{mgl\cos\theta_1}}$ avec $\theta_1 = \arcsin\left(\frac{MR}{ml}\right)$.

- Les conditions initiales conduisent à une énergie mécanique nulle : $E_m = 0$.
Il y a donc un état de diffusion pour la courbe d'énergie la plus basse, et deux états liés pour les autres cas. Or pour tout θ , $E_p(\theta)$ est une fonction décroissante de la masse M , d'où l'affectation des courbes d'énergie ci-dessous.
Les portraits de phases sont parcourus en respectant le sens horaire. L'état de diffusion est nécessairement la courbe non fermée. Le cas intermédiaire $M = 720$ g est celui qui a la plus grande amplitude, comme le montre la courbe d'énergie en $E_p = 0$.



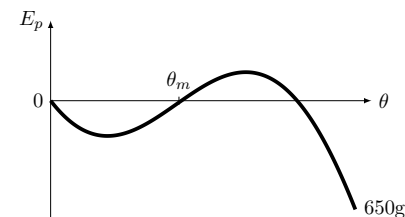
Énergie potentielle

Portraits de phase

- Dans un état lié, l'équation donnant les bornes du mouvement est

$$E_p(\theta) = E_m = 0 \Leftrightarrow ml(1 - \cos\theta_m) - MR\theta_m = 0$$

qui conduit à $\theta = 0$ et $\theta = \theta_m$ la valeur maximale de θ (le zéro à gauche de la barrière de potentiel)¹, que l'on ne peut qu'approximer numériquement (pas de solution analytique possible).



Par ailleurs la période se calcule en inversant l'équation de l'énergie pour obtenir la vitesse angulaire le long d'un aller,

$$\dot{\theta} = +\sqrt{\frac{2(E_m - E_p(\theta))}{ml^2 + MR^2}} = \sqrt{\frac{-2mgl(1 - \cos\theta) + 2MgR\theta}{ml^2 + MR^2}}.$$

Ensuite on sépare les variables pour intégrer la durée d'un aller :

$$\frac{T}{2} = \int_0^{\frac{T}{2}} dt = \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{d\theta}{\dot{\theta}} \quad \text{d'où} \quad T = 2 \int_0^{\theta_m} \frac{\sqrt{ml^2 + MR^2} d\theta}{\sqrt{-2mgl(1 - \cos\theta) + 2MgR\theta}}$$

1. Il existe une troisième solution à droite de la barrière de potentiel, qui n'est pas accessible ici car on part de $\theta = 0$.

II. Modélisation du monoxyde de carbone (d'après Agrégation Externe 2011)

II.1. Modélisation classique des oscillations

1. r_0 correspondant à un minimum d'énergie potentielle, on a $\frac{dV}{dr}(r_0) = 0$, et le développement limité de l'énergie potentielle autour de r_0 s'écrit à l'ordre 2 :

$$V(r) \approx -E_L + \frac{1}{2} k (r - r_0)^2 \quad \text{avec} \quad \boxed{E_L = -V(r_0)} \quad \text{et} \quad \boxed{k = \frac{d^2V}{dr^2}(r_0)}.$$

Remarque : Un potentiel est toujours parabolique au voisinage d'une position d'équilibre, à condition que la dérivée seconde ne s'y annule pas.

2. Il s'agit de l'énergie de liaison, c'est-à-dire l'énergie minimale nécessaire pour scinder la liaison si la molécule est dans son état lié fondamental (position d'équilibre r_0), car il faut la faire passer dans un état de diffusion, donc d'énergie positive.
3. On applique le théorème de la puissance cinétique pour un système conservatif dans le référentiel galiléen :

$$\frac{dE_c}{dt} + \frac{dE_p}{dt} = 0 \Leftrightarrow m\dot{r}\ddot{r} + k\dot{r}(r - r_0) = 0, \forall t \Leftrightarrow \boxed{m\ddot{r} + k(r - r_0) = 0}, \forall t.$$

On en déduit la solution générale, somme d'une solution particulière constante représentant la position d'équilibre et d'une solution générale de l'équation sans second membre : $\boxed{r(t) = r_0 + r_m \cos(\omega_0 t + \varphi)}$

avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ et φ un déphasage dépendant des conditions initiales.

4. L'énergie cinétique s'écrit alors $E_c = \frac{1}{2} m \omega_0^2 r_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$. En notant que $k = m\omega_0^2$, on obtient

$$E_m = E_c - E_L + \frac{1}{2} k (r - r_0)^2 = -E_L + \frac{1}{2} m \omega_0^2 (\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi)) \quad \text{donc} \quad \boxed{E_m = -E_L + \frac{1}{2} m \omega_0^2 r_m^2}.$$

Remarque : On retrouve bien que l'énergie mécanique est constante, ce qui a été supposé au départ.

5. On considère maintenant que r_m est une fonction du temps non constante. En réunissant les équations (3), (4) et (5) de l'énoncé, et avec $p_m = q r_m$, on obtient

$$\frac{d}{dt} \left(-E_L + \frac{1}{2} m \omega_0^2 r_m^2 \right) = -\frac{\mu_0 \omega_0^4 q^2}{12\pi c} r_m^2 \Leftrightarrow m \omega_0^2 r_m \dot{r}_m = -\frac{\mu_0 \omega_0^4 q^2}{12\pi c} r_m^2, \forall t$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\dot{r}_m + \frac{1}{\tau} r_m = 0} \quad \text{avec} \quad \boxed{\tau = \frac{12\pi c m}{\mu_0 \omega_0^2 q^2}} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{r_m(t) = r_{m0} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

6. La solution générale s'écrit donc en fait maintenant $r(t) = r_0 + r_{m0} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$, ce qui correspond à un régime pseudo-périodique pour un oscillateur très faiblement amorti vérifiant une équation canonique

$$\ddot{r} + \frac{2}{\tau} \dot{r} + \omega_0^2 (r - r_0) = 0 \quad \text{avec} \quad \tau \omega_0 \gg 1.$$

En effet l'échelle de temps τ de décroissance de l'amplitude est grande devant la période propre $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ des oscillations, donc $\tau \omega_0 \gg 2\pi$, ce qui conduit à une pseudo-pulsation $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{\tau^2}} \approx \omega_0$. Cette équation différentielle s'obtient en considérant, en plus de la force de rappel vers la position d'équilibre, une force

de frottement fluide $-\alpha \dot{r} \vec{u}_r = -\alpha \vec{v}$, avec $\frac{2}{\tau} = \frac{\alpha}{m}$ donc $\boxed{\alpha = \frac{2m}{\tau} = \frac{\mu_0 \omega_0^2 q^2}{6\pi c}}$.

7. On obtient ici $\tau \omega_0 = \frac{12\pi c m}{\mu_0 \omega_0^2 q^2} = \frac{6cm}{\mu_0 \nu_0 q^2} \approx 2 \times 10^{16} \gg 1$. L'approximation est donc parfaitement justifiée.

II.2. Modélisation classique de l'absorption

8. L'onde est de nature vectorielle donc peut être polarisée. Ici \vec{E} est constamment dirigé selon \vec{u}_z et \vec{B} est constamment dirigé selon \vec{u}_y . Il s'agit donc d'une polarisation rectiligne. L'onde étant progressive selon les x croissants et monochromatique, on a

$$\boxed{E(x, t) = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0)} \quad \text{et} \quad \boxed{B(x, t) = B_0 \cos(\omega t - kx + \psi_0)}$$

en notant le nombre d'onde angulaire (ou pulsation spatiale) $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, où λ est longueur d'onde ou période spatiale, et φ_0 et ψ_0 des phases à l'origine quelconques².

Comparons la longueur d'onde à la longueur moyenne de la liaison :

$$\frac{\lambda}{r_0} = \frac{c}{r_0 f} > \frac{3 \times 10^8}{1,13 \times 10^{-10} \times 10^{14}} = 3 \times 10^7 \quad \text{d'où} \quad \boxed{\frac{\lambda}{r_0} \gg 1}.$$

Donc les champs peuvent être considérés uniformes à l'échelle de la molécule pour l'infrarouge.

9. La molécule est un oscillateur amorti caractérisé en régime libre dans la partie précédente (paramètres τ et ω_0 en question 6.). La particule P_1 étant de charge q , elle subit une force électrique $\vec{F} = q\vec{E}$, avec $\vec{E}(t) = E_0 \cos(\omega t) \vec{u}_z$ car on peut choisir arbitrairement $-kx + \varphi_0 = 0$ pour l'onde (qui est supposée uniforme donc à x constant) à condition de choisir l'origine des temps pour cela. En notant que $\dot{\xi} = \dot{r}$ et $\ddot{\xi} = \ddot{r}$, on obtient une équation du mouvement forcée selon \vec{u}_z :

$$\ddot{r} + \frac{2}{\tau} \dot{r} + \omega_0^2 (r - r_0) = \frac{q}{m} E(t) \Leftrightarrow \boxed{\ddot{\xi} + \frac{2}{\tau} \dot{\xi} + \omega_0^2 \xi = \frac{q}{m} E_0 \cos(\omega t)}.$$

10. L'équation différentielle étant linéaire à coefficients constants, la solution particulière en régime sinusoïdal forcé s'écrit $\xi(t) = \xi_m \cos(\omega t + \varphi)$. Et on peut l'écrire en notation complexe en définissant $\underline{\xi} = \xi_m e^{j\omega t}$ avec $j^2 = -1$ et $\underline{\xi}_m = \xi_m e^{j\varphi}$. Cela conduit à

$$\left(-\omega^2 + 2\frac{j\omega}{\tau} + \omega_0^2 \right) \underline{\xi}_m = \frac{qE_0}{m} \Leftrightarrow \boxed{\underline{\xi}_m = \frac{\frac{q}{m} E_0}{-\omega^2 + 2\frac{j\omega}{\tau} + \omega_0^2}}$$

On observe un comportement de filtre passe-bas d'ordre 2. L'inertie du système (terme en $-\omega^2$) et dans une moindre mesure le terme d'amortissement (terme en $\frac{j\omega}{\tau}$) impliquent qu'il ne va pas suivre des variations rapides du champ électromagnétique (hautes fréquences).

11. On cherche une résonance en ω_r donc un maximum de l'amplitude $\xi_m = \frac{\frac{q}{m} E_0}{\sqrt{(1-x^2)^2 + \frac{4x^2}{\tau^2 \omega_0^2}}}$ avec $x = \omega/\omega_0$.

L'amplitude sera maximale quand le dénominateur sera minimal. On va donc chercher à annuler la dérivée de la fonction $f(X) = (1 - X)^2 + \frac{4X^2}{\tau^2 \omega_0^2}$ avec $X = x^2$:

$$-2(1 - X) + \frac{4}{\tau^2 \omega_0^2} X = 0 \Leftrightarrow X = 1 - \frac{2}{\tau^2 \omega_0^2} \Leftrightarrow x = \sqrt{1 - \frac{2}{\tau^2 \omega_0^2}} \Leftrightarrow \boxed{\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{2}{\tau^2 \omega_0^2}}}.$$

Cette résonance existe bien puisque $\tau \omega_0 \gg 1$, ce qui permet aussi d'approximer $\boxed{\omega_r \approx \omega_0}$.

12. La puissance absorbée instantanée est $\boxed{P_{abs} = q \vec{E} \cdot \vec{v} = q \dot{\xi} E_0 \cos(\omega t)}$. Le bilan en puissance instantané, ou théorème de la puissance cinétique, peut être obtenu en multipliant l'équation du mouvement ci-dessus (question 9.) par $m \dot{\xi}$:

$$m \dot{\xi} \cdot \ddot{\xi} + \frac{2m}{\tau} \dot{\xi}^2 + m \omega_0^2 \xi \cdot \dot{\xi} = q \dot{\xi} \cdot E_0 \cos(\omega t) \Leftrightarrow \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m \dot{\xi}^2 + \frac{1}{2} k \xi^2 \right) = -\frac{2m}{\tau} \dot{\xi}^2 + q \dot{\xi} E_0 \cos(\omega t),$$

2. On verra en SPE que ces phases sont reliées entre elles à cause des équations de Maxwell de l'électromagnétisme.

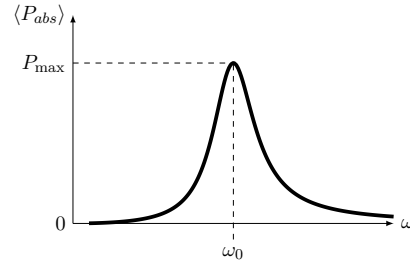
le premier membre étant la dérivée de l'énergie mécanique (toujours dans l'hypothèse des petits mouvements), et le second la somme des puissances du frottement fluide et de la force électrique due à l'onde. **La valeur moyenne du premier membre de cette équation est nulle car chaque énergie varie de façon périodique**, ce qui conduit à³ $\langle P_{abs} \rangle = \left\langle \frac{2m}{\tau} \xi^2 \right\rangle$. Cela signifie qu'en moyenne en régime sinusoidal forcé, **toute l'énergie provenant de l'onde se propageant selon x , et absorbée par la molécule, est entièrement dissipée par frottement, c'est-à-dire en réalité ici sous forme de rayonnement dans toutes les directions**. Ce phénomène est appelé *diffusion élastique*⁴ de la lumière.

13. La vitesse s'écrit $\dot{\xi} = -\omega \xi_m \sin(\omega t + \varphi)$. Son amplitude est $\omega \xi_m$. Comme $\langle \sin^2(\omega t + \varphi) \rangle = \frac{1}{2}$, on obtient en remplaçant ξ_m par son expression trouvée en 11. :

$$\langle P_{abs} \rangle = \frac{m}{\tau} \omega^2 \xi_m^2 = \frac{q^2 E_0^2}{m \tau \omega_0^2} \frac{x^2}{(1-x^2)^2 + \frac{4x^2}{\tau^2 \omega_0^2}} \quad \text{d'où} \quad \langle P_{abs} \rangle = \frac{P_{max}}{1 + \frac{\tau^2 \omega_0^2}{4} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2} \quad \text{avec} \quad P_{max} = \frac{q^2 E_0^2 \tau}{4m}$$

14.

L'expression ci-dessus fait apparaître un comportement de type passe-bande pour la vitesse, et donc pour la puissance absorbée. On a donc une résonance de l'absorption à la pulsation propre $\omega = \omega_0$, dont l'acuité dépend de l'amortissement, ou du facteur de qualité $Q = \frac{\omega_0 \tau}{2}$. On obtient l'allure ci-contre.



15. La puissance absorbée est maximale quand $\omega = \omega_0$ donc $f = \nu_0 = 6,4 \times 10^{13}$ Hz, donc une longueur d'onde de $\lambda = \frac{c}{\nu_0} = 4,7 \mu\text{m}$. Il s'agit donc bien d'une résonance dans l'infrarouge.

16. Il s'agit du calcul classique de la largeur de résonance d'un filtre passe-bande, du point-de-vue de la puissance. On introduit $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ et le facteur de qualité $Q = \frac{\omega_0 \tau}{2}$ pour alléger les calculs :

$$\langle P_{abs} \rangle(\omega) = \frac{P_{abs,max}}{2} \Leftrightarrow 1 + Q^2 \left(x - \frac{1}{x} \right)^2 = 2 \Leftrightarrow x^2 \pm \frac{1}{Q} x - 1 = 0 \Leftrightarrow x_{\pm} = \pm \frac{1}{2Q} + \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}}$$

$$\text{d'où} \quad \Delta x = x_+ - x_- = \frac{1}{Q} = \frac{4}{\tau \omega_0} \quad \text{c'est-à-dire} \quad \Delta \omega = \omega_+ - \omega_- = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{4}{\tau}$$

On obtient $\frac{\Delta \omega}{\omega_0} = \frac{\nu}{\nu_0} = \frac{4}{\tau \omega_0} = 2 \times 10^{-16}$. Ainsi la largeur de résonance en puissance absorbée liée à l'amortissement par rayonnement est extrêmement fine (de l'ordre du millième de Hertz!).

17. Lorsque le récepteur d'une onde électromagnétique est en mouvement par rapport à l'émetteur de l'onde, alors la fréquence perçue par le récepteur est décalée par rapport à celle émise par l'émetteur, c'est l'effet Doppler. Dans le cas du gaz, ce décalage en fréquence permet de décaler le maximum d'absorption si la molécule est en mouvement, ce qui va globalement élargir la bande d'absorption, qui apparaît comme une *raie d'absorption* sur le spectre de la lumière après traversée du gaz.

Notons $T = \frac{1}{f}$ la période d'émission de l'onde lumineuse par la source. Si la molécule avance en direction

3. Erreur d'énoncé suite à la définition de τ dans l'équation canonique, $\frac{\tau}{2}$ est le temps de décroissance de l'énergie en régime libre.

4. Le mot « élastique » signifie sans changement de fréquence, c'est-à-dire selon un processus linéaire. Du point de vue quantique, il y a conservation de l'énergie des photons.

de la source à la vitesse v (algébrique), et qu'elle se situe à la distance d de la source à l'instant t , alors elle perçoit une période T' différente car la distance de propagation a varié de $-vT$ entre 2 maxima successifs :

$$T' = T - \frac{vT}{c} \Leftrightarrow f' = \frac{1}{T'} = \frac{f}{1 - \frac{v}{c}} \Leftrightarrow \Delta f = f' - f = f \left(\left(1 - \frac{v}{c} \right)^{-1} - 1 \right) \approx \frac{fv}{c},$$

la dernière approximation se justifiant par le fait que les molécules sont loin d'être relativistes à température ambiante. On obtient donc un élargissement relatif par effet Doppler $\frac{\Delta \omega}{\omega_0} = \frac{\Delta f}{\nu_0} = \frac{fv}{\nu_0 c}$.

18. En prenant $T = 300$ K on obtient $\frac{\Delta \omega}{\omega_0} \approx 1,5 \times 10^{-6}$. **L'élargissement de la raie d'absorption par l'effet Doppler est donc largement prédominant** par rapport à celui du à l'amortissement.

Remarque : l'élargissement reste cependant petit à l'échelle de ω_0 , ce qui permet l'association des différentes raies aux différentes liaisons chimiques dans les spectres d'absorption IR.

19. Les miroirs imposent un confinement de l'onde avec une réflexion quasi totale, donc les modes propres sont des ondes stationnaires sinusoidales qui doivent avoir un nœud sur chaque miroir. Cela impose la condition de quantification suivante :

$$\exists n \in \mathbb{N}, L = n \frac{\lambda_n}{2} = n \frac{\pi c}{\omega_n} \Leftrightarrow \omega_n = n \frac{\pi c}{L} \Rightarrow \Delta \omega_n = \frac{\pi c}{L}$$

En considérant la largeur Doppler, on évalue le nombre de modes propres dans la bande d'absorption par

$$N = \frac{\Delta \omega}{\Delta \omega_n} = \frac{2k\nu_0 L}{c^2} \sqrt{\frac{RT}{MCO}} = 0,07. \text{ Il n'y a donc aucune chance qu'il y ait plusieurs modes propres dans la bande d'absorption. Pour qu'il y en ait un, il faudrait un entier } n \text{ tel que}$$

$$\omega_0 - \frac{\Delta \omega}{2} < \omega_n < \omega_0 + \frac{\Delta \omega}{2} \Leftrightarrow \frac{2\nu_0 L}{c} - \frac{\Delta \omega}{\Delta \omega_n} < n < \frac{2\nu_0 L}{c} + \frac{\Delta \omega}{\Delta \omega_n} \Leftrightarrow 42833,27 < n < 42833,40.$$

C'est impossible, il n'y a donc **pas de mode absorbé dans ces conditions**.

Bilan du DS et commentaires

- Stats : notes $\in [2, 3; 22, 3]$, médiane 10,0 ; moyenne 10,8 ; écart-type 5,1.
- Le DS étant court (2H), il est d'autant plus sujet à la panique devant une question qui pose problème. L'ensemble est plutôt difficile.
- Le premier problème porte sur un système non solide en deux parties, ce qui n'avait jamais été traité en cours à cette date. L'énoncé indiquait explicitement qu'il fallait additionner les énergies potentielles individuelles, ce qui pouvait laisser supposer qu'on avait le droit d'additionner aussi les énergies cinétiques (malheureusement pas explicite dans l'énoncé, mea culpa). Ce point a gêné une partie non négligeable de la classe, ce que je n'avais pas du tout anticipé.
Un certain nombre d'élèves n'ont aussi pas compris que les 2 parties avaient une masse différente, m et M , ce qui pouvait aussi être induit par la façon dont l'énoncé était écrit, mais qui ne pouvait tenir **si on lisait l'énoncé jusqu'au bout avant de se lancer** : on demande à la fin de déterminer l'évolution pour différentes valeurs de la masse M ...
- La première question $z = R\theta$ en a aussi dérouter plus d'un, ce à quoi je ne m'attendais pas du tout étant donné les différents rappels ou occurrences de la notion d'arc en cours (vitesse de rotation, vitesse aréolaire...) et en géométrie (définition d'un angle en radian au début de l'année...). Le sens positif choisi pour θ n'était pas explicite sur le schéma, mais **on voyait sur les figures de $E_p(\theta)$ en tournant la page que θ était manifestement positif**. Toutefois le choix de la relation $z = -R\theta$ ne posait pas de problème particulier et a été considéré juste lorsque les relations qui suivaient étaient cohérentes.
- Deuxième problème sur la molécule CO : beaucoup n'ont pas compris la démarche attendue, à savoir une approche exclusivement énergétique. On **démontre** que le problème se réduit à celui d'un ressort, on ne le postule pas ni ne l'affirme à partir du cours... Pour comprendre cela il faut, comme d'habitude, **lire l'énoncé attentivement dans son ensemble avant de se lancer**.
Par conséquent beaucoup d'élèves ont écrit des choses justes que les 3 premières questions, mais qui ne leur ont pas rapporté de points car cela ne répondait pas réellement à la question posée.
- En conséquence, il y a un fort écart-type sur ce DS, et les faibles notes ne rendent pas compte du travail fourni par la majorité des élèves. Toutefois les notes faibles sont aussi souvent dues à une compréhension incomplète des méthodes du cours sur l'énergie, cf les remarques suivantes.
- J'avais abondamment alerté sur l'importance de bien différencier :
 - le fait de **dériver l'énergie mécanique par rapport au temps**, ce qui permet d'établir l'équation du mouvement (ED d'ordre 2) pour le ou les degré(s) de liberté du problème, en présence ou non de forces conservatives... par exemple selon x en présence d'une force de frottement fluide :

$$\frac{dE_m}{dt} = \dot{x} \cdot \left[m\ddot{x} + \frac{dE_p}{dx} \right] = -\alpha\dot{x}^2 \quad \Leftrightarrow \quad m\ddot{x} + \alpha\dot{x} + \frac{dE_p}{dx} = 0$$

- le fait de **dériver l'énergie potentielle par rapport à la coordonnée** (le degré de liberté restant du problème) pour trouver la/les position(s) d'équilibre, ce qui est un raisonnement purement géométrique qui ne fait pas intervenir le temps,

$$\frac{dE_p}{d\theta} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \theta = \dots$$

ou pour établir que l'énergie potentielle est parabolique au voisinage d'une position d'équilibre (en général) :

$$E_p(r) = E_p(r_0) + \frac{d^2 E_p}{dr^2}(r_0) (r - r_0)^2 + o((r - r_0)^2).$$

La confusion entre ces deux raisonnements engendre forcément des complications, voire des raisonnements aberrants.

- J'ai aussi abondamment alerté sur la nécessité de vérifier le signe devant l'expression de l'énergie potentielle en faisant appel aux propriétés physiques qui en découlent :

- L'énergie potentielle décroît pour un mouvement dans le sens de la force, c'est-à-dire telle que le travail de la force soit moteur. En particulier lorsque le point se rapproche du centre de la force à laquelle il est soumis. Par exemple l'énergie potentielle de pesanteur s'écrivait ici (premier problème) $-mgz$ car l'axe était descendant. Si on avait fait l'erreur on pouvait encore s'en rendre compte devant l'équation du mouvement, qui devenait instable dans la position d'équilibre censée être stable (encore fallait-il sentir physiquement que la position stable était celle des deux qui était la plus basse).
- La discussion des trajectoires de phase (problème I) ne pouvait faire référence à un facteur de qualité qui n'existe pas ici pour 2 raisons :
 - le système n'est pas linéaire (sauf après approximation élastique au voisinage de la position d'équilibre) ;
 - aucun frottement n'est considéré dans le problème, donc pas de terme d'ordre 1 dans l'équation du mouvement.
- Il ne suffit pas de dire que E_L représente l'énergie de liaison (c'est déjà bien de l'avoir retenu!), encore faut-il expliquer ce que cela signifie (énergie à apporter pour rompre la liaison en partant de l'état fondamental) et dire pourquoi (se placer dans un état libre).
- Le fait que $E_m = E_p(r_0) + \frac{1}{2}m\omega_0^2 r_m^2 = \text{constante}$ a été démontré de deux manières en cours :
 - via $\cos^2 + \sin^2$ comme dans le corrigé,
 - via l'utilisation des situations extrêmes, position d'équilibre et vitesse maximale, ou position extrême et vitesse nulle (fait en TD).
- Je rappelle que **l'on n'écrit pas** :
 - $\frac{dE_p(r_0)}{dr}$ (car ceci est la dérivée d'une constante donc vaut toujours 0) mais $\frac{dE_p}{dr}(r_0)$;
 - $\frac{d^2 E_p}{dr}(r_0)$ mais $\frac{d^2 E_p}{dr^2}(r_0)$ car sinon c'est inhomogène (on divise par une distance à chaque fois qu'on dérive par rapport à une coordonnée de type distance).
 - Un vecteur égal à un scalaire... a fortiori quand on a bientôt terminé le programme de mécanique, et donc que ça devient urgent de comprendre qu'il faut faire la différence :

$\xrightarrow{\text{vecteur}} \xrightarrow{\text{projection par base}} \text{composantes algébriques.}$

et ne pas systématiquement écrire des normes pour se débarrasser des vecteurs.

CONCLUSION

- LIRE L'ÉNONCÉ DANS SON ENSEMBLE avant de se lancer.
- FAIRE PREUVE DE RIGUEUR ET D'EXACTITUDE DANS LE FORMALISME pour s'appuyer sur sa puissance de signification (respecter les notations, vecteur ou scalaire, écriture des dérivées, $R \neq r...$). Cela sera encore plus crucial lorsqu'on étudiera les systèmes de points matériels (systèmes non ponctuels).
- HOMOGÉNÉITÉ... HOMOGÉNÉITÉ... HOMOGÉNÉITÉ... HOMOGÉNÉITÉ... HOMOGÉNÉITÉ...
- VÉRIFICATION DES SIGNES par un raisonnement faisant appel au SENS PHYSIQUE.