

CONCOURS BLANC N°2

I. Utilisation d'un club de golf (d'après Centrale PC 2012)

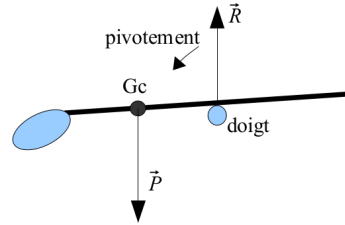
I.1. Caractéristiques du club

Q1.

Le club est un solide en rotation autour d'un axe fixe (O_z) horizontal localisé sur le doigt si l'on considère un **contact ponctuel** (figures ci-contre). Les actions subies par le club sont les forces de réaction du doigt qui constitue une liaison pivot, et les forces de pesanteur (on néglige l'action de l'air comme proposé plus loin). Le Théorème Scalaire du Moment Cinétique (TSMC) appliqué selon l'axe fixe (O_z) au club dans le référentiel \mathcal{R} supposé galiléen s'écrit

$$\frac{d\sigma^{Oz}}{dt} = \mathcal{M}_{\text{pivot}}^{Oz} + \mathcal{M}_{\text{pes}}^{Oz}$$

Le contact étant ponctuel en O , on a $\mathcal{M}_{\text{pivot}}^{Oz} = 0$. Or les actions de pesanteur admettent G_c comme point d'application. Le manche étant considéré sans épaisseur, on a donc aussi $\mathcal{M}_{\text{pes}}^{Oz} = 0$ si le bras de levier OG_c est nul. Ainsi, **on obtient un équilibre** ($\frac{d\sigma^{Oz}}{dt} = 0$) **si le centre de masse G_c est localisé en O , au point de contact avec le doigt.**



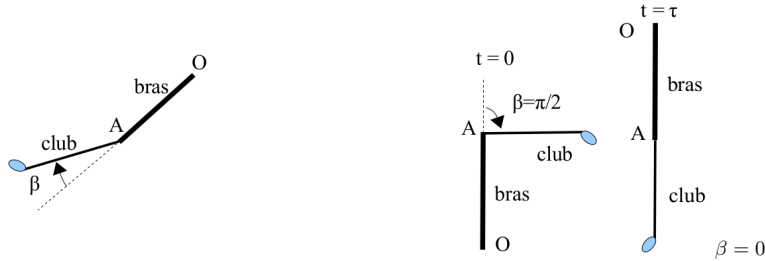
Q2. a) Le TSMC est maintenant appliqué comme ci-dessus selon l'axe fixe (A_z). La liaison pivot étant sans frottement on obtient

$$J_c \ddot{\varphi} = -m_c g h_c \sin \varphi \Leftrightarrow \boxed{\ddot{\varphi} + \omega_0^2 \sin \varphi = 0} \quad \text{avec} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{m_c g h_c}{J_c}}$$

b) Comme $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ on obtient $J_c = \frac{m_c g h_c T_0^2}{4\pi^2} = 0,34 \text{ kg.m}^2$.

I.2. Modèle du pendule double

Q3. β est l'angle que fait l'axe des bras avec le club. Q4.



I.3. Expressions des grandeurs cinétiques

Q5. On a $\vec{OG}_c = \vec{OA} + \vec{AG}_c$ donc $x_{G_c} = \vec{u}_x \cdot \vec{OG}_c = L_b \cos \theta + h_c \cos \varphi$ et $y_{G_c} = \vec{u}_y \cdot \vec{OG}_c = L_b \sin \theta + h_c \sin \varphi$. La résultante cinétique du club est la quantité de mouvement du point G_c affecté de la masse totale du

club m_c :

$$\vec{p}_c = m_c \vec{v}_c \quad \text{donc} \quad \boxed{\vec{p}_c = m_c \left(-(L_b \dot{\theta} \sin \theta + h_c \dot{\varphi} \sin \varphi) \vec{u}_x + (L_b \dot{\theta} \cos \theta + h_c \dot{\varphi} \cos \varphi) \vec{u}_y \right)}$$

Q6. a) Les bras forment un solide en rotation autour de l'axe fixe (O_z), donc $E_{c_b} = \frac{1}{2} J_b \dot{\theta}^2$.

b) Le club est un solide en rotation autour de l'axe (A_z) mobile, on ne peut donc directement appliquer la relation précédente. En considérant l'axe ($G_c z$) fixe on aurait l'énergie cinétique $\frac{1}{2} J'_c \dot{\varphi}^2$ avec $J'_c = J_c - m_c h_c^2$ (th. de Huygens). Le théorème de Kœnig indique qu'il faut ajouter à cela l'énergie cinétique liée au mouvement de G_c affecté de la masse $m_c : \frac{1}{2} m_c \vec{v}_c^2$. D'après la question Q5, où \vec{v}_c a été calculée, on obtient

$$\vec{v}_c^2 = (L_b \dot{\theta} \sin \theta + h_c \dot{\varphi} \sin \varphi)^2 + (L_b \dot{\theta} \cos \theta + h_c \dot{\varphi} \cos \varphi)^2 \quad \text{d'où}$$

$$E_{c_c} = \frac{1}{2} m_c L_b^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_c \dot{\varphi}^2 + m_c L_b h_c \cos \beta \dot{\varphi} \dot{\theta}$$

après simplification, en utilisant $\cos^2 + \sin^2 = 1$ pour θ et pour φ .

c) L'énergie cinétique du double pendule est la somme des deux précédentes : $E_c = E_{c_b} + E_{c_c}$ donc

$$E_c = \frac{1}{2} C \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} D \dot{\varphi}^2 + E \dot{\theta} \dot{\varphi} \cos \beta \quad \text{avec} \quad \boxed{C = J_b + m_c L_b^2}, \quad \boxed{D = J_c} \quad \text{et} \quad \boxed{E = m_c L_b h_c}$$

Q7. Cette fois $\sigma^{Oz} = \sigma_b^{Oz} + \sigma_c^{Oz}$ avec $\sigma_b^{Oz} = J_b \dot{\theta}$, et le théorème de Kœnig conduit à

$$\begin{aligned} \sigma_c^{Oz} &= \vec{u}_z \cdot (\vec{OG}_c \wedge \vec{p}_c) + J'_c \dot{\varphi} \\ &= m_c (L_b \cos \theta + h_c \cos \varphi) (L_b \dot{\theta} \cos \theta + h_c \dot{\varphi} \cos \varphi) + m_c (L_b \sin \theta + h_c \sin \varphi) (L_b \dot{\theta} \sin \theta + h_c \dot{\varphi} \sin \varphi) + J'_c \dot{\varphi} \end{aligned}$$

en réutilisant toujours Q5.. En simplifiant avec $\cos^2 + \sin^2 = 1$ pour θ et pour φ et $\cos \theta \cos \varphi + \sin \theta \sin \varphi = \cos \beta$, cela donne $\sigma^{Oz} = (J_b + m_c L_b^2) \dot{\theta} + (J_c - m_c h_c^2 + m_c h_c^2) \dot{\varphi} + m_c L_b h_c (\dot{\theta} + \dot{\varphi}) \cos \beta$, donc

$$\boxed{\sigma^{Oz} = C \dot{\theta} + D \dot{\varphi} + E (\dot{\theta} + \dot{\varphi}) \cos \beta}$$

I.4. Application : dynamique du swing

Q8. Le couple induit une diminution de φ , donc $\boxed{\Gamma_c < 0}$.

Le TSMC appliqué au {bras et club} par rapport à l'axe Oz dans le référentiel \mathcal{R} galiléen s'écrit simplement, en négligeant l'effet du poids et de l'air,

$$\frac{d\sigma^{Oz}}{dt} = \Gamma_b \Leftrightarrow \boxed{C \ddot{\theta} + D \ddot{\varphi} + E (\ddot{\theta} + \ddot{\varphi}) \cos \beta - E (\dot{\theta} + \dot{\varphi}) (\dot{\theta} - \dot{\varphi}) \sin \beta = \Gamma_b}$$

car les actions du corps en O interviennent via le couple dans le TSMC.

Q9. Le théorème de la résultante cinétique appliqué au club seul dans \mathcal{R} galiléen s'écrit, toujours en négligeant le poids et l'action de l'air :

$$\left. \frac{d\vec{p}_c}{dt} \right|_{\mathcal{R}} = \vec{F}_{b \rightarrow c} \Leftrightarrow \boxed{F_x = \dot{p}_{cx} = \frac{d(\vec{u}_x \vec{p}_c)}{dt}} \quad \text{et} \quad \boxed{F_y = \dot{p}_{cy} = \frac{d(\vec{u}_y \vec{p}_c)}{dt}}$$

Q10. a) $\beta = \theta - \varphi$ est constant donc $\dot{\beta} = 0 = \dot{\theta} - \dot{\varphi} \Leftrightarrow \boxed{\dot{\theta} = \dot{\varphi}}$.

D'autre part $\beta = \beta(0) = \frac{\pi}{2}$ donc $\cos \beta = 0$, et l'équation trouvée en Q8. se simplifie en

$$(C + D) \ddot{\theta} = \Gamma_b \Rightarrow \boxed{\theta(t) = \frac{1}{2} \frac{\Gamma_b}{C + D} t^2 + \pi} \quad \text{car} \quad \theta(0) = \pi \quad \text{et} \quad \dot{\theta}(0) = 0.$$

b)

$$\Gamma_c(t_0) = 0 \Leftrightarrow t_0 = \sqrt{-\frac{D(C+D)}{E\Gamma_b}} \Rightarrow \theta(t_0) = -\frac{D}{2E} + \pi = 2,1 \text{ rad} = \underline{122^\circ}.$$

Q11. a) • De $t = 0$ à $t = t_0$, le système {bras + club} est **solide donc indéformable**, donc les forces intérieures ne travaillent pas.

• De $t = t_0$ à $t = \tau$, la seule déformation est une rotation autour de la liaison pivot d'axe (Az) , donc la puissance $\vec{F}_{b \rightarrow c} \cdot \vec{v}_A$ de la force $\vec{F}_{b \rightarrow c}$ sur le club est exactement compensée par la puissance $\vec{F}_{b \rightarrow c} \cdot \vec{v}_A$ de la force réciproque $-\vec{F}_{b \rightarrow c}$ exercée par le club sur le bras. Quant à la liaison pivot, elle est considérée **parfaite** et on a $\Gamma_c = 0$ donc la puissance des forces intérieures est toujours nulle.

b) Le travail des actions exercées par le corps se limite à celui du couple $\vec{\Gamma}_b$ car l'axe Oz est fixe. Il vaut

$$W_b = \int_0^\tau \vec{\Gamma}_b \cdot \dot{\vec{u}}_z dt = \Gamma_b \int_0^\tau \dot{\theta} dt = \Gamma_b (\theta(\tau) - \theta(0)) = \Gamma_b (0 - \pi) \quad \text{donc} \quad \boxed{W_b = -\Gamma_b \pi}.$$

c) En négligeant l'action de la pesanteur et de l'air, le théorème de l'énergie cinétique appliqué au {bras + club} dans \mathcal{R} galiléen entre $t = 0$ et $t = \tau$ s'écrit, en utilisant Q6.c) et $|\dot{\theta}(\tau)| \ll |\dot{\varphi}(\tau)|$:

$$W_b = Ec(\tau) - Ec(0) = Ec(\tau) - 0 = \frac{1}{2}C\dot{\theta}(\tau)^2 + \frac{1}{2}D\dot{\varphi}(\tau)^2 + E\dot{\theta}(\tau)\dot{\varphi}(\tau) \cos \beta(\tau) \approx \frac{1}{2}D\dot{\varphi}(\tau)^2$$

$$\text{d'où} \quad \boxed{\dot{\varphi}(\tau) = \sqrt{-\frac{2\pi\Gamma_b}{J_c}}}.$$

d) En reprenant la démarche de Q5. pour G_c maintenant pour la balle, au point B , on obtient

$$\vec{O}\vec{B} = \vec{O}\vec{A} + \vec{A}\vec{B} = (L_b \cos \theta + L_c \cos \varphi) \vec{u}_x + (L_b \sin \theta + L_c \sin \varphi) \vec{u}_y.$$

D'où la vitesse :

$$\vec{v}_B = (L_b \dot{\theta} \sin \theta + L_c \dot{\varphi} \sin \varphi) \vec{u}_x - (L_b \dot{\theta} \cos \theta + L_c \dot{\varphi} \cos \varphi) \vec{u}_y$$

$$\vec{v}_B(\tau) = -(L_b \dot{\theta} + L_c \dot{\varphi}) \vec{u}_y, \quad \text{car} \quad \theta(\tau) = \varphi(\tau) = 0$$

$$\text{d'où} \quad \boxed{\vec{v}_B(\tau) \approx -L_c \dot{\varphi} \vec{u}_y} \quad \text{car} \quad |\dot{\theta}(\tau)| \ll |\dot{\varphi}(\tau)|. \quad \text{On en déduit} \quad \boxed{\Gamma_b = -\frac{J_c v_B^2}{2\pi L_c}} = -84 \text{ N.m.}$$

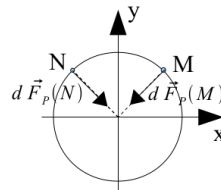
I.5. Le vol de la balle

Q12.

La pression est invariante par symétrie plane selon (Oy) car

$$P(R, \pi - \theta) = P(R, \theta).$$

Par conséquent les forces élémentaires sur des surfaces élémentaires symétriques donnent une contribution uniquement selon \vec{u}_y , comme illustré dans la figure ci-contre.



Q13. a) On définit une surface élémentaire $dS = r d\theta dz$ en coordonnées cylindriques au voisinage du point $M(r = R, \theta, z)$ situé sur le cylindre. La force élémentaire de pression en M s'écrit : $d\vec{F}_p = -P(R, \theta) dS \vec{u}_r$. Seule sa composante selon \vec{u}_y compte en définitive après intégration :

$$\begin{aligned} F_{py} &= \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{z=0}^h -P(R, \theta) dS \vec{u}_r \cdot \vec{u}_y = \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{z=0}^h -P(R, \theta) \sin \theta R d\theta dz \\ &= -hR \int_{\theta=0}^{2\pi} [P_0 + \frac{\rho}{2}(v_0^2 - R^2\Omega^2) - 2\rho v_0^2 \sin^2 \theta - 2\rho R\Omega v_0 \sin \theta] \sin \theta d\theta \end{aligned}$$

Les termes en $\sin \theta$ et $\sin^3 \theta$ disparaissent par imparité. Comme $\int_{\theta=0}^{2\pi} \sin^2 \theta d\theta = \pi$, et $\vec{v}_0 \wedge \vec{\Omega} = v_0 \Omega \vec{u}_y$, on obtient finalement

$$\boxed{\vec{F}_p = 2\pi R^2 h \rho v_0 \Omega \vec{u}_y = \alpha \vec{v}_0 \wedge \vec{\Omega}} \quad \text{avec} \quad \boxed{\alpha = 2\pi R^2 h \rho}.$$

b) D'un point-de-vue dimensionnel, on a $[F_p] = [R^2 h] \cdot [\rho] \cdot [v_0 \Omega] = L^3 \cdot M \cdot L^{-3} \cdot L \cdot T^{-2}$ d'où $[F_p] = M \cdot L \cdot T^{-2}$, ce qui est bien la dimension d'une force.

D'un point-de-vue physique, F_p est bien croissante avec v_0 , Ω , R et h , chacun de ces paramètres allant dans le sens d'une plus forte interaction entre le cylindre et l'écoulement.

Q14. La force \vec{F}_p est dirigée selon \vec{u}_y si $\Omega > 0$, donc la balle est soulevée par l'air (effet de portance par effet Magnus) et ira plus loin que sous l'effet de la pesanteur seule.

\vec{F}_p est dirigée selon $-\vec{u}_y$ si $\Omega < 0$, donc la portance est dirigée vers le bas ce qui raccourci la portée du tir en s'ajoutant à l'effet de la pesanteur.

Q15. $F_p = 0,4 \text{ N}$ et $M_b g = 0,45 \text{ N}$. La portance compense presque entièrement l'effet de la pesanteur, ce qui permet à la balle d'aller très loin dans le cas du driver.

Q16. Si $\vec{\Omega}$ a une composante selon \vec{u}_y , alors \vec{F}_p en aura une selon \vec{u}_z et donc la trajectoire ne sera plus plane, mais incurvée latéralement.

Q17. On a négligé la viscosité, qui va modifier cette portance mais surtout induire un **force de traînée**, qui est la composante horizontale de la résultante des actions de l'air sur la balle. Ainsi la balle va tourner de moins en moins vite et sa translation sera elle aussi freinée.

II. Étude d'une pompe à chaleur pédagogique

(d'après Centrale TSI 2016)

II.1. Étude thermodynamique du système fermé

II.1.1. Modèle de Carnot

Q1. a) Premier principe au fluide R134a sur un cycle : $\boxed{\Delta U = 0 = W + Q_c + Q_f}$.

L'écriture ne dépend pas du caractère réversible des évolutions.

b) Deuxième principe au fluide R134a sur un cycle réversible : $\boxed{\Delta S = 0 = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} + 0}$.

L'écriture dépend caractère réversible des évolutions : dans le cas d'un cycle non-réversible, il y a de l'entropie créée ($S_c > 0$) et le bilan entropique sur le cycle s'écrit $0 = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} + S_c$.

Q2. a) Récepteur : $\boxed{W > 0}$. Le bilan entropique donne $\boxed{Q_c = -Q_f \frac{T_c}{T_f} > 0}$.

b) En valeurs absolues on obtient $|Q_c| = |Q_f| \frac{T_c}{T_f}$ donc $\boxed{|Q_c| > |Q_f|}$.

Il y a donc **plus d'énergie thermique fournie à la source chaude qu'il n'en a été prélevé à la source froide**, grâce au travail fourni par le compresseur.

Q3. a) $\eta_{fc} = \left| \frac{Q_f}{W} \right| = \frac{Q_f}{W} = -\frac{Q_f}{Q_f + Q_c} = -\frac{1}{1 + \frac{Q_c}{Q_f}} = -\frac{1}{1 - \frac{T_c}{T_f}} \Rightarrow \boxed{\eta_{fc} = \frac{T_f}{T_c - T_f}}$.

b) $\boxed{\eta_{fc} = 10,5}$.

c) L'efficacité d'un réfrigérateur actuel est **plutôt de l'ordre de 3 ou 4**, ce qui est bien moindre que l'efficacité de Carnot que l'on vient de calculer.

Q4. a) $\eta_{cc} = \left| \frac{Q_c}{W} \right| = -\frac{Q_c}{W} = \frac{Q_c}{Q_f + Q_c} = \frac{1}{1 + \frac{Q_f}{Q_c}} = \frac{1}{1 - \frac{T_f}{T_c}} \Rightarrow \boxed{\eta_{cc} = \frac{T_c}{T_c - T_f}}$.

b) $\boxed{\eta_{fc} = 11,5}$. L'efficacité de Carnot du dispositif de chauffage est **supérieure** à celle du réfrigérateur.

II.1.2. Modèle des pseudo-sources

Q5. a) $0 = \delta W + \delta Q_f + \delta Q_c$.

b) $0 = \frac{\delta Q_f}{T_f} + \frac{\delta Q_c}{T_c}$

Q6. a) Premier principe appliqué à la source froide (masse m_e d'eau) :

$$dU_f = -\delta Q_f \implies \delta Q_f = -m_e c_e dT_f$$

b) De même, le premier principe appliqué à la source chaude (masse m_e d'eau) donne :

$$dU_c = -\delta Q_c \implies \delta Q_c = -m_e c_e dT_c$$

c) La relation obtenue au Q5.b) donne alors directement $\frac{dT_f}{T_f} + \frac{dT_c}{T_c} = 0$.

Q7. a) — On voit sur le graphique que T_c **augmente** au cours du temps et T_f **diminue, dans une moindre mesure**. Ceci est cohérent avec le fait que $\delta Q_c < 0$, c'est-à-dire que la source chaude reçoit le transfert thermique de la part du fluide R134a, et donc s'échauffe, alors que $\delta Q_f > 0$ la source froide en cède au R134a, et donc se refroidit. De plus, $|\delta Q_f| < |\delta Q_c|$, ce qui fait que l'échauffement de T_c est plus grand que le refroidissement de T_f .

— Quant à $\sqrt{T_c T_f}$, elle **reste constante** au cours du temps. Cela signifie que $\ln(\sqrt{T_c T_f}) = \frac{1}{2}(\ln T_c + \ln T_f) = cte$, c'est-à-dire que sa différentielle est nulle, comme obtenu à la question Q6.c) :

$$\frac{dT_f}{T_f} + \frac{dT_c}{T_c} = 0$$

b) Pour $t > 1500$ s, l'eau de la source froide se **solidifie**. Le changement d'état (à pression constante) se fait donc à température constante. Toute l'énergie thermique échangée le fluide R134a et la source froide correspond alors à l'énergie libérée par la solidification de l'eau du seuu.

En posant $\ell_{sol}(T_{sol}) < 0$ la chaleur latente massique de solidification de l'eau à la température $\theta_{sol} = 0^\circ\text{C}$ du changement d'état sous la pression atmosphérique, on a, pour $t > 1500$ s :

$$\delta Q_f = -\delta x \times m_e \ell_{sol}(T_{sol}) > 0$$

où δx est la variation du titre massique en solide au cours d'un cycle infinitésimal.

Q8. a) Si l'on s'intéresse à la pompe à chaleur en tant que **dispositif de chauffage**, alors l'énergie **utile** correspond à δQ_c , et celle **coûteuse** est de toute façon δW . D'où la relation proposée pour η_t .

b) Les transformations étant supposées réversibles, on retrouve le rendement de Carnot

$$\eta_t = \frac{T_f}{T_c - T_f}$$

En effet, en reprenant les expressions de δQ_c et de $\delta W = -\delta Q_f - \delta Q_c$, on retrouve bien

$$\eta_t = -\frac{\delta Q_c}{\delta W} = \frac{1}{1 + \frac{\delta Q_f}{\delta Q_c}} = \frac{1}{1 - \frac{T_c}{T_f}} = \frac{T_f}{T_c - T_f}$$

c) En multipliant numérateur et dénominateur par T_c , on obtient bien $\eta_t = \frac{T_c^2}{T_c^2 - T_0^2}$ avec $T_0^2 = T_f T_c$,

c'est-à-dire $T_0 = \sqrt{T_f T_c}$ qui est bien une grandeur **constante**, comme vu à la question Q7.a), et correspond donc bien à la **température initiale des deux seaux**.

d) — On voit que plus ΔT est faible, plus l'efficacité théorique η_t de la machine est importante. Cela est cohérent avec le fait que cela coûte d'autant moins de faire fonctionner la pompe à chaleur que le différentiel de température entre source froide et source chaude est faible.

D'autre part, on voit dans l'expression proposée que η_t est supérieure à 1 : on récupère au niveau de la source chaude au minimum la quantité d'énergie injectée au niveau du compresseur.

— L'évolution de « e théorique » proposée sur le graphe est totalement en accord avec l'expression proposée : avec une efficacité extrêmement importante pour $\Delta T \simeq 0$, qui diminue au cours du temps, c'est-à-dire au fur et à mesure que ΔT augmente, et qui tend vers une valeur strictement positive.

II.2. Étude thermodynamique de l'écoulement stationnaire

II.2.1. Écoulements stationnaires à travers les différents composants

Q9. La température devient constante dans le seuu de gauche (source froide) lorsque l'eau se **solidifie**.

Q10. L'échelle de température indique la **température du changement d'état du fluide R134a** pour la pression considérée. Ainsi, avec une **simple mesure indépendante de température**, on peut **connaître l'état** (liquide ou gazeux) du R134a.

Q11. Question de cours.

On travaille sur un système fermé de fluide qui s'écoule dans la machine, entre deux instants t_1 et t_2 . On applique le premier principe à ce système. Par conservation de la masse, la masse sortante est égale à la masse entrante. Il faut exprimer la variation d'énergie interne, et d'énergie cinétique, le travail des forces de pression (à regrouper avec la variation d'énergie interne pour former l'enthalpie), le travail du poids (réécrit dans sa version énergie potentielle). On a alors

$$\Delta h + \Delta e_c + \Delta(gz) = w_i + q_e$$

Q12. a) La transformation 4 \rightarrow 5 peut être considérée adiabatique si la conduite du détenteur est **calorifugée**, ou si la **transformation est suffisamment rapide** devant le temps caractéristique des transferts thermiques.

b) En appliquant le bilan énergétique pour les systèmes en écoulement (question Q11.), pour la transformation 4 \rightarrow 5, adiabatique ($q_e = 0$) et sans partie mobile (travail indiqué nul $w_i = 0$) :

$$\Delta h = h_5 - h_4 = 0 + 0 \implies h_5 = h_4$$

Ainsi, l'enthalpie massique se conserve au cours de cette transformation.

Q13. Bilan énergétique pour les systèmes en écoulement, avec $q_e = 0$:

$$\Delta h = w_{i12} + 0 \implies w_{i12} = h_2 - h_1 = 22 \text{ kJ.kg}^{-1} > 0$$

Calculer le travail massique indiqué w_{i12} est bien positif, car fourni par le compresseur (et reçu par le fluide R134a).

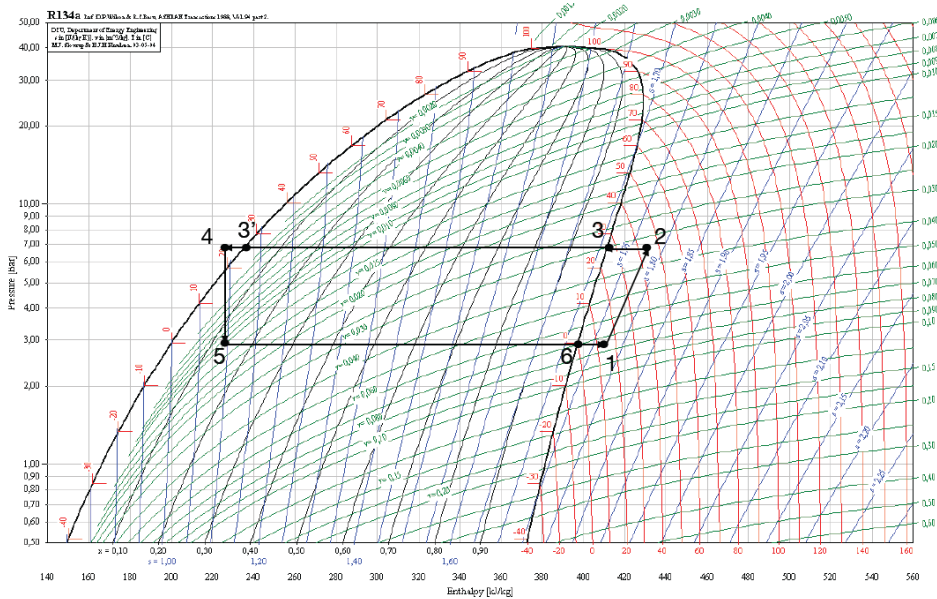
II.2.2. Diagramme enthalpique

Q14. Isotherme en **phase liquide** : il s'agit également d'une **isenthalpe** (\rightarrow verticale) car pour une phase condensée $dH = CdT$.

En état **diphase** : l'isotherme se confond avec l'**isobare** (\rightarrow horizontale) car pour un changement d'état, si T est fixée alors p l'est également.

Sous forme de **vapeur sèche** : l'isotherme va **tendre vers une isenthalpe** (\rightarrow verticale) pour les plus faibles pressions où l'on va retrouver le modèle du **gaz parfait** avec la deuxième loi de Joule $H(T)$.

Q15.



Q16. a)
$$\Delta s_{AB}(T) = \frac{\Delta h_{AB}(T)}{T}$$

b) $T = 299 \text{ K}$ correspond à $\theta = 29^\circ \text{C}$. Le changement d'état se fait entre les points 3 et 3'. On a alors, d'après les valeurs du tableau :

$$\begin{cases} s_3 - s_{3'} = 1,72 - 1,13 = 0,590 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1} \\ \frac{h_3 - h_{3'}}{T_3} = 0,599 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1} \end{cases}$$

La concordance des deux valeurs est raisonnable.

c) On lit directement sur le diagramme (P, h) la différence d'enthalpie sur le palier de changement d'état à $\theta = 0^\circ \text{C}$: $[\ell_{vap}(T = 273 \text{ K}) = 396 - 200 = 196 \text{ kJ.kg}^{-1}]$.

Cette valeur est de l'ordre de grandeur de celle de l'oxygène ou de l'azote, mais dix fois plus faible que celle de l'eau.

Q17. On peut déterminer x_5 à l'aide de $\ell_{vap}(T = 273 \text{ K})$:

$$h_6 - h_5 = (1 - x_5)\ell_{vap}(T = 273 \text{ K})$$

Or la transformation $4 \rightarrow 5$ est isenthalpique, donc $h_5 = h_4$. Ainsi :

$$x_5 = 1 - \frac{h_6 - h_4}{\ell_{vap}(T = 273 \text{ K})} = 0,13$$

Ce résultat est bien cohérent avec la position du point 5, bien plus proche de la courbe d'ébullition que de la courbe de rosée.

Rq : la valeur de x_5 pouvait aussi être directement lue graphiquement à l'aide du théorème des moments.

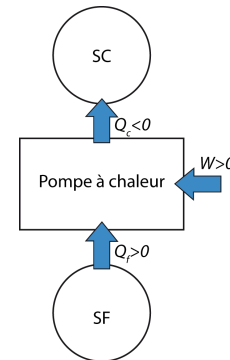
II.2.3. Efficacité de la pompe à chaleur

Q18. $r = \frac{D_m w_{i12}}{P} = 0,42$.

Il s'agit d'un ordre de grandeur assez usuel pour le rendement d'un moteur.

Q19.

a)



b)
$$\eta_c = \frac{q_{24}}{w_{i12}} = \frac{h_2 - h_4}{h_2 - h_1}$$

c) A.N. : $[\eta_c = 9,27 < \eta_{cc}]$. Même sans tenir compte du rendement du compresseur, l'efficacité est moindre que celle maximale de Carnot, à cause des irréversibilités dans le cycle de la machine.

d) La désurchauffe et le sous-refroidissement permettent d'augmenter q_c et donc l'efficacité de la pompe à chaleur.

e) En prenant en compte le rendement du compresseur on a $[\eta = r \times \eta_c = 3,89]$. Celle-ci est diminuée d'un peu plus de moitié par les pertes dans le compresseur.

Q20. Le sens des échanges énergétiques est inchangé par rapport à l'utilisation comme dispositif de chauffage.

$$\eta_f = \frac{q_{51}}{w_{i12}} = \frac{h_1 - h_5}{h_2 - h_1} = \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_1} = 8,27 < \eta_{fc}$$

La surchauffe $6 \rightarrow 1$ permet non seulement une augmentation de l'efficacité, mais surtout de s'assurer qu'aucune goutte de liquide ne pénètre dans le compresseur.

En prenant en compte le rendement du compresseur : $[\eta = r \times \eta_f = 3,47]$

Q21. Comme dit précédemment, la surchauffe ($6 \rightarrow 1$) permet de s'assurer qu'aucune goutte de liquide ne pénètre dans le compresseur.

Q22. $[P = D_m \times q_{61} = D_m(h_1 - h_6) = 25,4 \text{ W}]$. Cette valeur est faible comparée aux puissances échangées lors des changements d'état.