FILTRAGE

I. Pickup de guitare électrique

1.
- ▷ Il s'agit d'un filtre **passe-bas**.
- ▷ On lit la fréquence de résonance au maximum de gain du filtre, soit à $\boxed{f_r = 3,0\,\text{kHz}}$.
- ▷ L'asymptote Basse Fréquence (BF) est $\boxed{G_{dB} = 0}$. Celle à Haute Fréquence (HF) possède une pente de $\frac{-40-20}{\log(3.10^4)-\log(10^4)} \approx \underline{-42\,\text{dB/dec}}$. Le filtre correspondant peut être un **passe-bas du second ordre**.

2. (*i*) **Passe-bas du premier ordre**. Asymptote HF (-20 dB/dec) insuffisante.

(*ii*) Ce filtre, **passe-bas du 2ème ordre**, **convient** au diagramme proposé (en prenant $H_0 = 1$ et Q adapté pour qu'il y ait résonance à 3 kHz avec le bon gain).

(*iii*) La pente de l'asymptote HF est positive et donc ne convient pas. Cette fonction de transfert ne donne de toute façon pas un filtre stable (gain qui tend vers $+\infty$ lorsque $\omega \to +\infty$).

(*iv*) **Passe-bande** du 2ème ordre, qui ne convient donc pas ici.

3. **a)** Pour $x = 1$ la fonction de transfert se simplifie en $\underline{H}(x=1) = \frac{H_0 Q}{j} = -jH_0Q$. Le gain en décibel vaut donc : $\boxed{G_{dB}(x=1) = 20\log(H_0Q)}$.

b) BF : $\underline{H} \underset{x\ll 1}{\sim} H_0 \Longrightarrow \boxed{G_{dB} \underset{x\ll 1}{\sim} 20\log(H_0)}$

HF : $\underline{H} \underset{x\gg 1}{\sim} \frac{H_0}{-x^2} \Longrightarrow \boxed{G_{dB} \underset{x\gg 1}{\sim} 20\log(H_0) - 40\log x}$

Les asymptotes se croisent lorsque $20\log(H_0) = 20\log(H_0) - 40\log x$, c'est-à-dire pour $x = 1$, soit $\boxed{\omega = \omega_0}$.

4.
- ▷ À l'aide de l'asymptote BF, on a : $20\log(H_0) = 0 \Longrightarrow \boxed{H_0 = 1}$.
- ▷ L'intersection des asymptotes BF et HF se produit en $\boxed{f_0 \approx 3,2\,\text{kHz} \pm 0,2\,\text{kHz}}$.
- ▷ À la pulsation propre ($x = 1$) on lit un gain en décibel $G_{dB}(x=1) = +12\,\text{dB} = 20\log Q \Longrightarrow \boxed{Q = 10^{12/20} \approx 4}$.

5. On lit les gains en décibel sur les diagrammes de Bode et on en déduit l'amplitude du signal sinusoïdal de sortie :

$$G_{dB} = 20\log\left(\frac{U_s}{U_e}\right) \Longrightarrow \boxed{U_s = U_e\,10^{G_{dB}/20}}$$

- ▷ Pour $f = 300\,\text{Hz}$, $G_{dB} = 0$, donc $\boxed{U_s = U_e = 1,0\,\text{V}}$.
- ▷ Pour $f = 3,0\,\text{kHz}$ (résonance), $G_{dB} = 13\,\text{dB}$, donc $\boxed{U_s = 4,5\,\text{V}}$.
- ▷ Pour $f = 8,0\,\text{kHz}$, $G_{dB} = -15\,\text{dB}$, donc $\boxed{U_s = 0,18\,\text{V}}$.

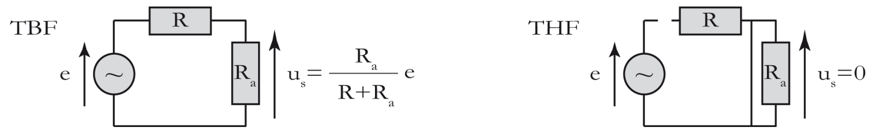
6. **a)** On constate que l'harmonique de rang 6 coïncide avec 2 kHz (rq : l'harmonique 5 n'apparaît pas dans le signal). La fréquence du fondamental est donc $\boxed{f = 330\,\text{Hz}}$.

b) On lit graphiquement les valeurs de «magnitude» pour les fréquences demandées. On en déduit l'amplitude U_s de l'harmonique une fois filtré grâce à la question **5.**.

f_k (kHz)	M_k (magnitude) (dB)	$U_{ek} = U_{ref}\,10^{M_k/20}$ (V)	$U_{sk} = U_{ref}\,10^{(M_k+G_{\text{dB}}(f_k))/20}$ (V)
0,3	50	3,2	3,2
3	10	0,032	0,14
8	-8	0,0040	0,00071

Remarque : *Il est un peu abusif de considérer 2 chiffres significatifs pour les tensions compte tenu du fait que les gains/magnitudes en dB sont lues graphiquement, le passage à l'exponentielle faisant perdre un chiffre significatif en général.*

7.



Il s'agit a donc priori d'un filtre **passe-bas**.

8. D'après la loi des nœuds en termes de potentiel : $\frac{E-U_s}{R+jL\omega} - j(C+C_c)\omega\underline{U_s} - \frac{U_s}{R_a} = 0$.
Ainsi :

$$E = \underline{U_s}\left[(R+jL\omega)\left(\frac{1}{R_a}\right)+1\right] = \underline{U_s}\left[1+\frac{R}{R_a} - L(C+C_c)\omega^2 + j\omega\left(\frac{L}{R_a}+R(C+C_c)\right)\right]$$

D'où la fonction de transfert, simplifiée car $R_a \gg R$:

$$\boxed{\underline{H} = \frac{1}{1+j\omega\left(\frac{L}{R_a}+R(C+C_c)\right) - L(C+C_c)\omega^2}}$$

Remarque : *Au lieu de la LNTP, on aurait pu utiliser encore la relation du pont diviseur de tension en additionnant les admittances du groupement parallèle* (C, C_c, R_a).

9. On identifie :

$$\begin{cases} \boxed{H_0 = 1} \\ \boxed{\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{L(C+C_c)}}} \Longrightarrow \boxed{f_0 = \dfrac{\omega_0}{2\pi}} = \underline{3,1\,\text{kHz}} \\ \frac{1}{\omega_0 Q} = \frac{L}{R_a} + R(C+C_c) \Longrightarrow \boxed{Q = \dfrac{\sqrt{L(C+C_c)}}{\frac{L}{R_a}+R(C+C_c)}} = \underline{4,3} \end{cases}$$

Les valeurs trouvées ici sont cohérentes avec les mesures faites sur le diagramme de Bode.