

# FILTRAGE

## CALCULATRICES AUTORISÉES

### I. Pickup de guitare électrique

On étudie le comportement fréquentiel d'un «pickup» (ou micro) de guitare électrique. Il s'agit d'un capteur électromécanique transformant les vibrations mécaniques de la corde métallique en signal électrique. Nous ne nous intéresserons pas ici à la conversion mécanoélectrique, mais nous allons étudier le fonctionnement électrique du capteur.

#### Filtrage d'un signal.

On considère un filtre dont le diagramme de Bode du gain en décibel est représenté sur la figure 1.

1. D'après la figure 1, donner la nature du filtre et la valeur de la fréquence de résonance, notée  $f_r$ .

Déterminer l'équation de l'asymptote basse fréquence et la pente de l'asymptote haute fréquence.

2. On pose  $Q$  et  $H_0$  des réels positifs sans dimension, et la pulsation réduite  $x = \frac{\omega}{\omega_0}$  avec  $\omega_0$  la pulsation propre. Parmi les fonctions de transfert ci-dessous, une seule correspond au diagramme précédent. Justifier de laquelle il peut s'agir, en précisant le type de filtre pour chaque fonction de transfert.

$$(i) \underline{H} = \frac{H_0}{1 + jx}; \quad (ii) \underline{H} = \frac{H_0}{1 + j\frac{x}{Q} - x^2};$$

$$(iii) \underline{H} = 1 + jx - \frac{x^2}{Q^2}; \quad (iv) \underline{H} = \frac{H_0 \frac{jx}{Q}}{-j\frac{x}{Q} + x^2 - 1}$$

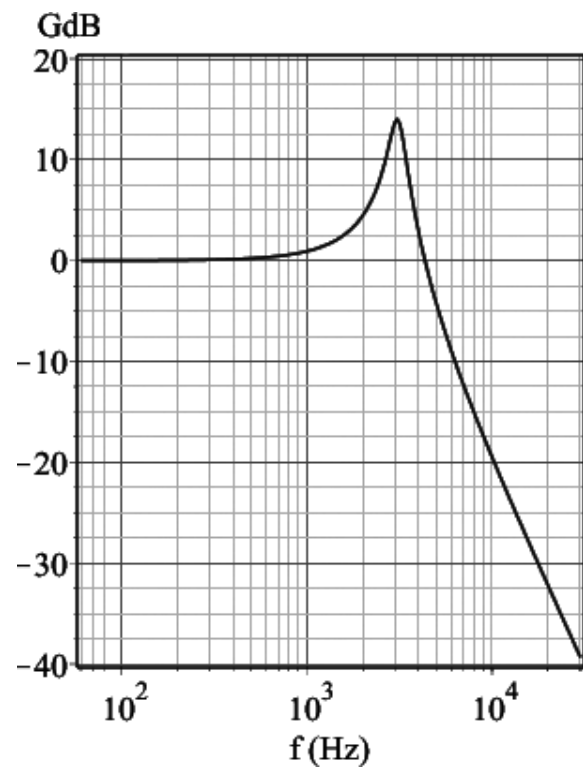
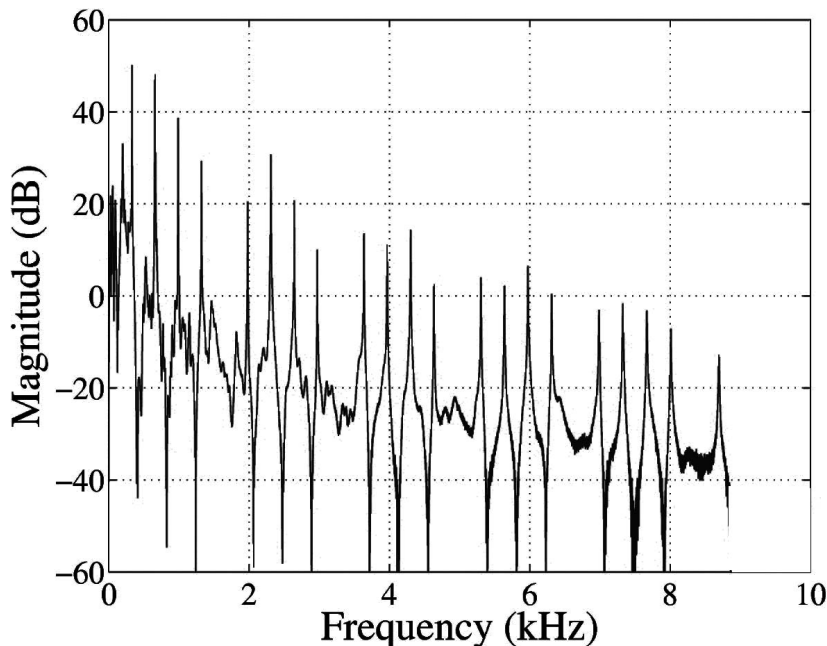


FIGURE 1 – Diagramme de Bode d'un filtre.

On travaille dans toute la suite avec la fonction de transfert choisie, qui convient au diagramme de la figure 1.

3. À partir de la fonction de transfert :
  - a) exprimer le gain en décibel pour  $x = 1$ ;
  - b) déterminer les équations des asymptotes à basse et haute fréquence ( $G_{dB}$  en fonction de  $\log x$ ). À quelle pulsation ces asymptotes se croisent-elles ?
4. Dédurre de ces résultats les valeurs de  $H_0$ , du facteur de qualité  $Q$  et de la fréquence propre  $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$  pour le diagramme de la figure 1.
5. On envoie en entrée du filtre un signal sinusoïdal noté  $u_e(t)$ , d'amplitude  $U_e = 1,0$  V et de fréquence  $f$  variable. À l'aide du diagramme de Bode de la figure 1, déterminer l'amplitude, notée  $U_s$ , de la tension de sortie  $u_s(t)$  pour  $f = 300$  Hz,  $f = 3,0$  kHz puis  $f = 8,0$  kHz.

6. On considère un signal électrique périodique, caractéristique de la vibration d'une corde de guitare électrique, dont le spectre est donné sur la figure 2.



- a) Déterminer la fréquence du mode fondamental de ce signal.
- b) En rassemblant les résultats dans un tableau, estimer les amplitudes, en volts, du fondamental et des harmoniques situées respectivement au voisinage de 3 kHz et 8 kHz, ainsi que leurs valeurs une fois filtrés par le filtre de la figure 1.

FIGURE 2 – Spectre du son produit par une corde de guitare électrique. L'abscisse représente les fréquences de ses composantes sinusoïdales et l'ordonnée représente  $20 \log \left( \frac{U}{U_{\text{ref}}} \right)$  avec  $U$  l'amplitude de la sinusoïde et  $U_{\text{ref}} = 10 \text{ mV}$ .

### Modèle électrocinétique du pickup chargé sur un amplificateur de guitare.

On modélise le pickup par une source de tension  $e(t)$  (provenant de la conversion en signal électrique du son émis par la corde de guitare), une inductance  $L = 4,6 \text{ H}$ , une résistance  $R = 20 \text{ k}\Omega$  et une capacité  $C = 150 \text{ pF}$ . Le pickup est branché sur un amplificateur de guitare comme indiqué sur le circuit de la figure 3, dans lequel  $C_c$  représente la capacité du câble et  $R_a$  la résistance d'entrée de l'amplificateur.

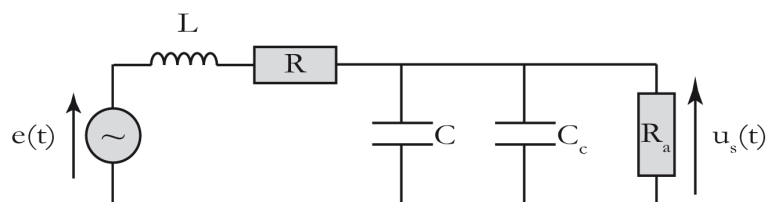


FIGURE 3 – Modélisation d'un pickup branché par un câble à un amplificateur de guitare.

On considère le cas où  $e(t)$  est sinusoïdale d'amplitude  $E$  constante, quelle que soit la fréquence  $f$  (pulsation  $\omega$ ). On s'intéresse à la fonction de transfert  $\underline{H} = \frac{\underline{u}_s}{\underline{e}}$  avec  $\underline{u}_s$  le complexe associé à la tension  $u_s$  d'amplitude  $U_s$  et  $\underline{e}$  le complexe associé à  $e$ . On notera  $\underline{U}_s$  l'amplitude complexe de  $u_s$ .

7. Faire les schémas électriques équivalents du montage de la figure 3 dans les cas très basse et très haute fréquences. Déterminer l'expression de  $u_s(t)$  dans chacun de ces cas. Quelle est *a priori* la nature de ce filtre ?
8. Établir l'expression de la fonction de transfert du circuit figure 3, à mettre sous la forme choisie à la question 2. On simplifiera la fonction de transfert sachant que la résistance d'entrée de l'amplificateur est  $R_a = 10 \text{ M}\Omega$  ( $R_a \gg R$ ).
9. Expliciter les expressions de  $H_0$ ,  $Q$  et  $\omega_0$ .  
Faire les applications numériques de  $f_0$  et  $Q$  pour  $C_c = 420 \text{ pF}$ .