

ÉLECTRICITÉ - RSF et FILTRAGE

Soignez la présentation : écrivez lisiblement, n'oubliez pas la marge, indiquez les numéros de questions, espacez les réponses, changez de page lorsque vous changez de partie. Les schémas doivent être clairs, suffisamment grands et lisibles.

Soignez la rédaction, qui doit être complète et concise. Tout résultat doit être justifié, et **mis en valeur**. Les résultats littéraires doivent être homogènes. Les résultats numériques doivent avoir un nombre de chiffres significatifs vraisemblable.

Si vous n'arrivez pas à montrer un résultat, admettez-le clairement et poursuivez.

Si vous rencontrez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, poursuivez en indiquant votre choix et ses raisons.

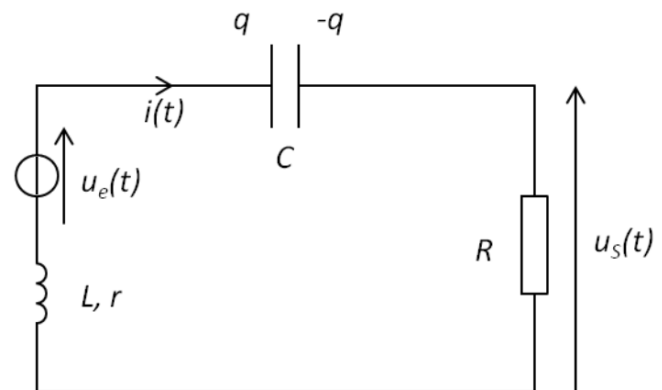
CALCULATRICES AUTORISÉES

I. Circuit de détection d'un signal RMN

Dans un appareil à RMN, les protons de l'échantillon étudié se trouvent sur l'axe d'une bobine fixe appartenant à un circuit de détection du champ magnétique créé par ces protons.

Cette bobine est d'auto-inductance L et de résistance r .

Le circuit de détection, qui filtre les signaux électriques $u_e(t)$ induits dans la bobine, est modélisé ici par un circuit de type RLC série, représenté ci-contre. Les signaux $u_e(t)$ détectés au sein de la bobine contribuent donc comme une source idéale en série avec l'inductance propre.



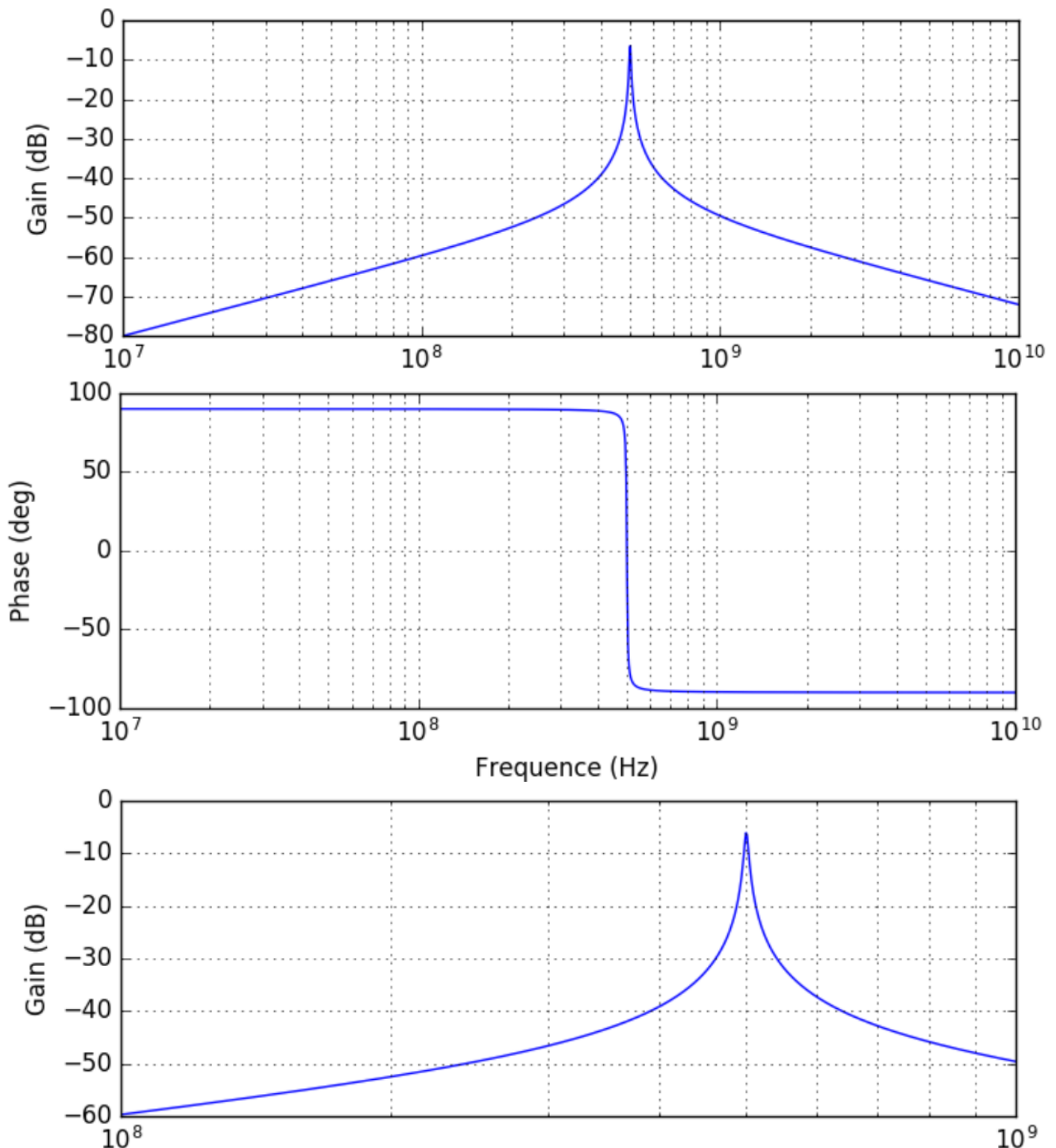
On note C la capacité du condensateur, R la résistance d'entrée d'un « détecteur en quadrature » qui ne sera pas étudié ici, et on pourra noter $R_t = r + R$ la résistance totale du circuit série.

Dans un premier temps, on étudie la réponse de ce filtre, en régime permanent sinusoïdal (ou régime sinusoïdal forcé), à une excitation notée $u_e(t) = E \cos(\omega t)$, où ω est une pulsation quelconque. La tension de sortie est $u_s(t)$.

1. En étudiant succinctement les comportements limites aux basses et hautes fréquences, déterminer quelle est la nature du filtre constitué par ce circuit.
2. Définir clairement les représentations complexes $\underline{u}_e(t)$ et $\underline{u}_s(t)$ associées respectivement aux signaux $u_e(t)$ et $u_s(t)$.
3. Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e}$ en fonction de R , r (ou R_t), L , C et ω .
4. Proposer une forme canonique pour $\underline{H}(j\omega)$, en introduisant une pulsation propre ω_0 , un facteur de qualité Q , dont on donnera les expressions, et une constante H_0 telle que $|H_0|$ représente le gain maximal.
5. Déterminer l'écart $\Delta\omega$ entre les pulsations de coupure, dont on rappellera la définition.
6. Le diagramme de Bode correspondant à la fonction $\underline{H}(j\omega)$ est donné dans la figure ci-dessous (avec un zoom sur le diagramme en gain sur la troisième figure).
 - a) Interpréter le diagramme de Bode de ce circuit d'après la fonction de transfert obtenue précédemment (justifier l'allure générale et les caractéristiques des asymptotes).
 - b) De combien est atténué le gain (en dB) aux pulsations de coupure ? En déduire une évaluation (à 1 chiffre significatif) de la largeur de la résonance $\Delta f = f_{c2} - f_{c1}$ avec f_{c1} et f_{c2} les fréquences de coupure ($f_{c1} < f_{c2}$).
 - c) Évaluer la fréquence de résonance f_0 et le facteur de qualité.

- d) Sachant que $R_t \approx 1\Omega$, calculer les valeurs de L et C (toujours à un chiffre significatif).
7. Le circuit est dit *accordable*, ce qui signifie que l'on peut faire varier la capacité C du condensateur de telle sorte que l'on puisse atteindre l'égalité $LC\omega_p^2 = 1$, ω_p désignant la vitesse angulaire de précession des protons dans le phénomène du résonance magnétique. Expliquer l'intérêt de cette opération d'accord.

Pour faire varier la capacité d'un condensateur, on peut faire varier les surfaces des armatures en regard (par translation ou rotation d'une des armatures), ou modifier la distance séparant les armatures.

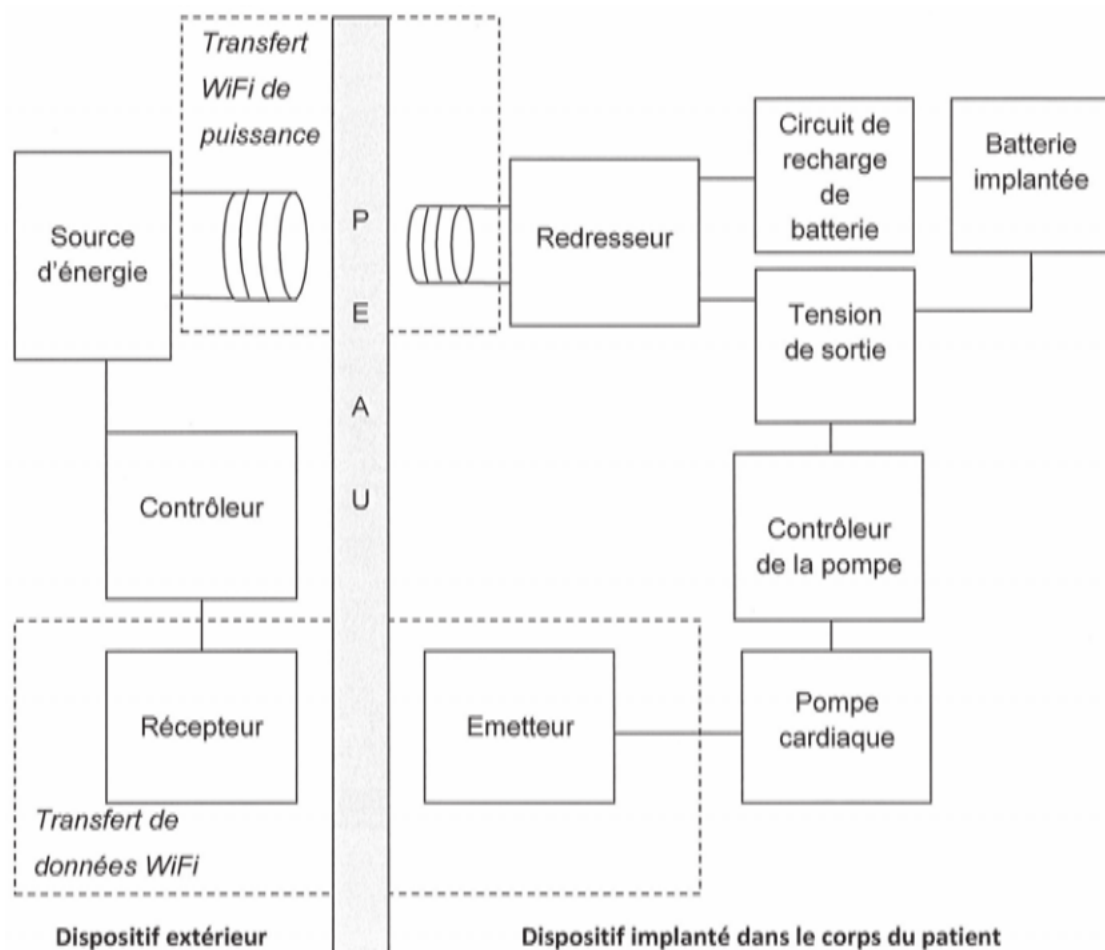


En pratique, le signal d'entrée détecté n'est pas purement sinusoïdal. La technique de spectroscopie RMN « à impulsion » s'intéresse à la relaxation des protons vers un état stationnaire. Le signal peut alors être modélisé par $u_e(t) = 0$ pour $t < 0$ (le condensateur étant alors déchargé), puis $u_e(t) = E \cos(\omega_0 t) e^{-\frac{t}{T_2}}$ pour $t > 0$, avec $T_2 \sim 1$ s.

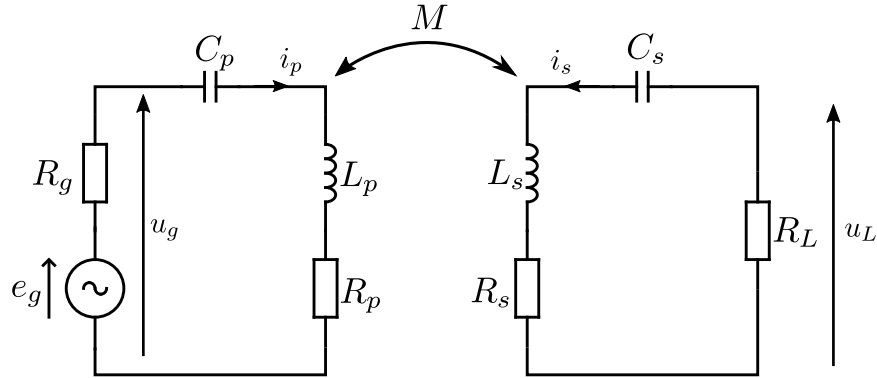
8. Établir l'équation différentielle satisfaite par la tension $u_s(t)$. On la mettra sous forme canonique avec les paramètres ω_0 et Q , qui prendront les mêmes valeurs numériques que précédemment.
9. On admet que les fréquences présentes dans le spectre du signal $u_e(t)$ détecté sont contenues dans un intervalle très petit de largeur très inférieure à la bande passante. En déduire une relation approximative de simple proportionnalité entre $u_s(t)$ et $u_e(t)$ lorsque l'on se place en régime forcé (c'est-à-dire qu'on s'intéresse spécifiquement à la solution particulière $u_{sP}(t)$, en faisant abstraction du régime transitoire).
10. On s'intéresse maintenant au régime transitoire, qu'on pourra noter $u_{sH}(t)$. Donner sa forme littérale générale explicite.
11. Établir les conditions initiales $u_s(0^+)$ et $\frac{du_s}{dt}(0^+)$. En déduire l'expression du signal complet $u_s(t)$ pour $t > 0$.
12. Le régime transitoire de $u_s(t)$ est-il effectivement négligeable compte tenu de la durée de vie du signal d'entrée $u_e(t)$?

II. Recharge d'un pacemaker

On trouvera ci-dessous le schéma de principe d'un dispositif d'assistance cardiaque.



On s'intéresse au transfert de puissance transcutanée, mentionné sur la figure ci-dessus dans le cadre pointillé supérieur. Le transfert se fait par induction magnétique entre une bobine primaire située à l'extérieur du corps, et une bobine secondaire implantée à l'intérieur. Ces bobines sont couplées par une *inductance mutuelle* M qui traduit l'influence de chaque bobinage sur l'autre par le biais du champ magnétique. Ainsi, on peut modéliser le circuit entre la source d'énergie et l'entrée du redresseur comme suit (primaire à gauche, secondaire à droite) :



Le générateur délivre une tension $e_g(t)$ sinusoïdale de pulsation ω et d'amplitude E_g , et a une résistance interne R_g . Les résistances R_p et R_s sont celles du bobinage primaire et secondaire respectivement. La charge est représentée par la résistance R_L (résistance d'entrée du redresseur).

La prise en compte de l'inductance mutuelle dans les équations électriques se fait de la façon suivante (cf programme de fin d'année de SUP) :

- dans le circuit primaire, la tension aux bornes de la bobine s'écrit en convention récepteur

$$L_p \frac{di_p}{dt} + M \frac{di_s}{dt} ;$$

- dans le circuit secondaire, la tension aux bornes de la bobine s'écrit en convention récepteur

$$L_s \frac{di_s}{dt} + M \frac{di_p}{dt} .$$

1. Écrire en notation complexe la relation vérifiée par les courants dans chaque maille.
2. En déduire que l'ensemble du circuit en aval perçu par le générateur est assimilable à une impédance complexe \underline{Z} donc on donnera l'expression.
3. Exprimer la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{u_L}{u_g}$ en fonction de \underline{Z} et des paramètres du circuit secondaire.

En déduire les comportements asymptotiques de $\underline{H}(j\omega)$ à basse et haute fréquence.

Le dispositif a-t-il intérêt à fonctionner à basse fréquence, haute fréquence, ou fréquences intermédiaires ?

* * * FIN DE L'ÉPREUVE * * *