

# ÉLECTRICITÉ

Soignez la présentation : écrivez lisiblement, n'oubliez pas la marge, indiquez les numéros de questions, espacez les réponses, changez de page lorsque vous changez de partie. Les schémas doivent être clairs, suffisamment grands et lisibles.

Soignez la rédaction, qui doit être complète et concise. Tout résultat doit être justifié, et **mis en valeur**. Les résultats littéraux doivent être homogènes. Les résultats numériques doivent avoir un nombre de chiffres significatifs vraisemblable.

Si vous n'arrivez pas à montrer un résultat, admettez-le clairement et poursuivez.

Si vous rencontrez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, poursuivez en indiquant votre choix et ses raisons.

## CALCULATRICES AUTORISÉES

### I. Étude de circuits électriques présents dans des automobiles

1. Le circuit électrique du véhicule comporte notamment différents types d'ampoules, dont les caractéristiques sont définies par une tension de fonctionnement de  $U = 12\text{ V}$ , et une puissance nominale  $\mathcal{P}$ . Ces ampoules sont considérées comme des dipôles résistifs.  
Déterminer les valeurs de résistance en fonctionnement pour les trois types d'ampoule : feux de position de puissance  $\mathcal{P}_1 = 5,0\text{ W}$  ; feux de croisement de puissance  $\mathcal{P}_2 = 45\text{ W}$  et feux stop de puissance  $\mathcal{P}_3 = 21\text{ W}$ .
2. La batterie est représentée selon le modèle de Thévenin, comme un générateur de fem  $E_0 = 14,0\text{ V}$  et de résistance interne  $r_b = 0,01\ \Omega$ .  
Faire un schéma du circuit et déterminer l'intensité  $i_{fp}$  débitée si cette batterie alimente les quatre feux de position du véhicule, branchés en dérivation.  
Que vaudra alors la tension  $u_b$  aux bornes de la batterie ?
3. Le démarreur de la voiture est un moteur électrique, représenté par un dipôle doté d'une force contre-électromotrice (fcem)  $e_d = k.\omega$  opposée au courant d'alimentation, où  $k = 2,0.10^{-2}\text{ V.tr}^{-1}.\text{min}$  et  $\omega$  est la vitesse angulaire (ou vitesse de rotation) du moteur :  $\omega = 100\text{ tr.min}^{-1}$  dans les conditions de démarrage. Ce dipôle comporte en outre une résistance équivalente  $r_d = 0,01\ \Omega$  associée en série avec la fcem. Faire un schéma du circuit et déterminer l'intensité  $i_d$  débitée dans le démarreur dans ces conditions.
4. La batterie est dotée d'une résistance interne  $r_b = 0,01\ \Omega$  invariante, mais sa fem dépend en fait de son niveau de charge. Elle décroît à mesure que la batterie débite un courant électrique selon la loi :

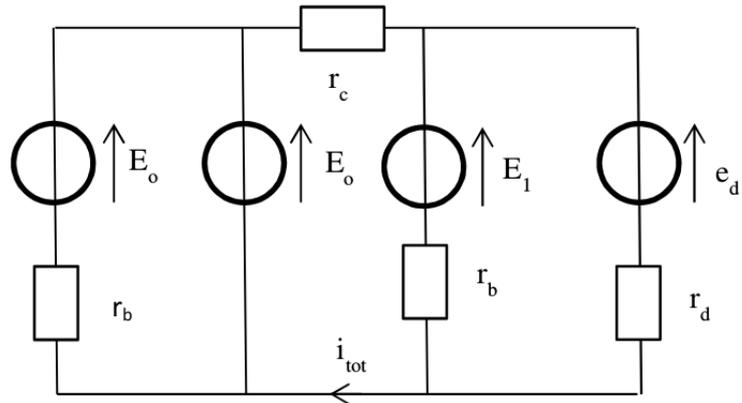
$$E(t) = E_0 - \alpha.q(t)$$

où  $\alpha$  est un paramètre caractéristique de la batterie, et  $q(t)$  est la charge électrique qui a été débitée à l'instant  $t$ .  $E_0 = 14,0\text{ V}$  est la valeur initiale de  $E(t)$ . On donne  $\alpha = 8,0.10^{-6}\text{ V.C}^{-1}$ .

- a) La batterie alimente un circuit de résistance  $R$ . Expliciter la loi donnant le courant  $i(t)$  en fonction de  $E(t)$ ,  $R$  et  $r_b$ .
- b) En déduire une équation différentielle sur  $E(t)$ .
- c) La résoudre et exprimer la solution  $E(t)$  en fonction de  $E_0$ ,  $\alpha$ ,  $r_b$ ,  $R$  et  $t$ .
- d) L'automobiliste a laissé ses phares allumés, ce qui revient à faire débiter la batterie dans un circuit constitué de l'association en dérivation de deux feux de position et de deux feux de croisement, de résistances respectives  $R_1 = 29\ \Omega$  et  $R_2 = 3,2\ \Omega$ .  
Au bout de quelle durée  $t_1$  la fem  $E(t)$  de la batterie atteindra-t-elle la valeur  $E_1 = 11,0\text{ V}$  ? Calculer  $t_1$  numériquement.

5. La tension résiduelle  $E_1 = 11,0 \text{ V}$  n'est pas suffisante pour permettre l'entraînement du démarreur. Un autre automobiliste propose au premier de le dépanner. Pour cela, il laisse tourner son moteur, relié à un alternateur branché sur sa propre batterie.

L'alternateur est assimilable à un générateur idéal de fem  $E_0 = 14,0 \text{ V}$  (l'alimentation par l'alternateur maintient sa propre batterie à pleine charge). Pendant ce temps le premier actionne son démarreur. On note  $r_c = 0,05 \Omega$  la résistance totale des câbles de liaison reliant les deux batteries. Les autres valeurs sont comme précédemment. Le schéma équivalent est représenté ci-contre.



Evaluer le courant  $i_{tot}$  débité dans les câbles de démarrage reliant les deux batteries associées en parallèle lorsque le premier automobiliste tente de lancer le moteur de son automobile.

6. En rentrant à son domicile, l'automobiliste, décidément étourdi, laisse à nouveau ses phares allumés. Il constate le lendemain que la batterie présente maintenant une tension résiduelle de valeur  $E_2 = 9,8 \text{ V}$ . Après avoir éteint ses phares, il connecte la batterie à un chargeur que l'on modélise comme une source idéale de courant, de courant électromoteur  $I_0 = 2,0 \text{ A}$ .

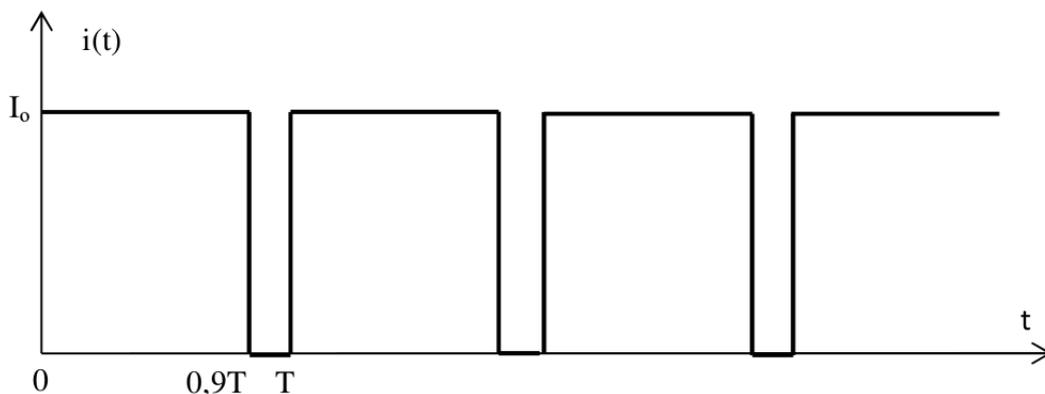
- a) Dans cette situation, la fem  $E(t)$  de la batterie va évoluer selon une loi de forme :

$$E(t) = E_2 + \alpha_{ch} \cdot q(t)$$

où  $q(t)$  est la quantité de charge ayant traversé le circuit à l'instant  $t$ .

Déterminer la durée  $t_2$  nécessaire pour ramener la fem  $E(t)$  à la valeur  $E_0 = 14,0 \text{ V}$ . On donne  $\alpha_{ch} = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ V} \cdot \text{C}^{-1}$ .

- b) Pour des raisons électrochimiques, il est préférable que le chargeur de batterie impose des impulsions électriques permettant d'éviter des phénomènes de sulfatation à la surface des électrodes des éléments de la batterie d'accumulateurs. Le chargeur délivre en fait une intensité  $i(t)$  présentant le profil indiqué ci-dessous, où l'intensité s'annule sur un dixième de chaque période (on parle d'un rapport cyclique  $\eta = 0,9$  pour le signal  $i(t)$ , c'est-à-dire un temps de débit de 90% de la période  $T$ ). Comment le résultat précédent est-il modifié ?



7. Les caractéristiques d'une batterie (accumulateur au plomb) pour automobile sont les suivantes :

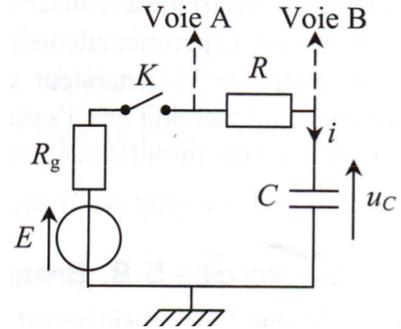
- Tension à pleine charge, à vide : 14 V
- Tension nominale : 12 V
- Intensité de démarrage : 650 A
- Capacité de charge : 70 A.h

En exploitant ces données, et en utilisant la loi donnée au 4., interpréter la signification de la grandeur nommée « Capacité de charge », de valeur 70 A.h.

## II. Étude de quelques méthodes de mesure de capacité

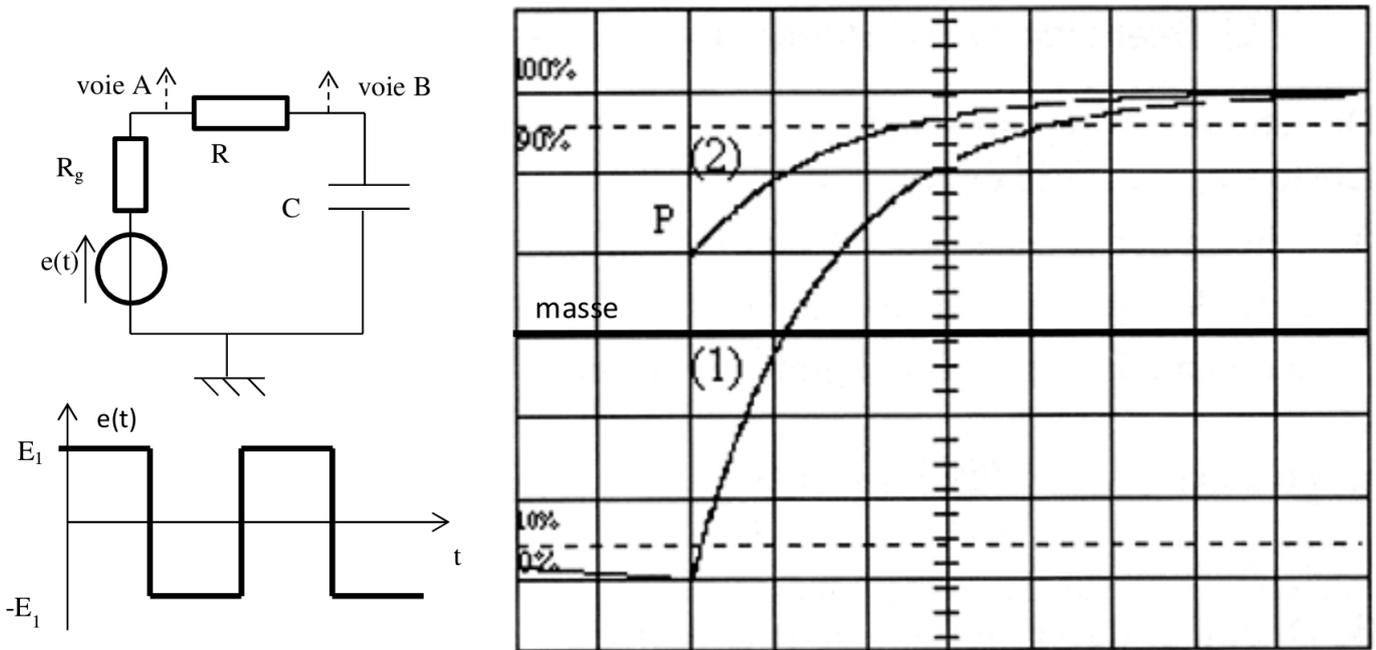
### II.1. Détermination graphique

Un dipôle comporte entre ses bornes un résistor de résistance  $R$  et un condensateur de capacité  $C$  placés en série. On le relie aux bornes d'un générateur de force électromotrice  $E$  et de résistance interne  $R_g$  en série avec un interrupteur  $K$ . Soit  $u_c$  la tension aux bornes du condensateur (cf schéma ci-contre). Initialement, le circuit est ouvert et le condensateur est chargé avec la tension  $u_c = -E$ . À l'instant  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur  $K$ .



1. Déterminer les valeurs de  $u_c(0^+)$  et  $i(0^+)$  en fonction de  $E$ ,  $R_g$ ,  $R$  ou  $C$  en les justifiant.
2. Établir l'équation différentielle à laquelle obéit  $u_c$ . Déterminer la constante de temps  $\tau$  du circuit, et donner son interprétation physique.
3. Établir l'expression de  $u_c(t)$ .
4. Déterminer l'expression de  $t_1$  pour que  $u_c(t_1) = 0,80.E$ .

Au cours de l'étude expérimentale du circuit ci-dessus, on observe l'oscillogramme suivant, en utilisant un générateur délivrant des signaux en créneaux  $e(t)$  d'amplitude  $E_1$ .



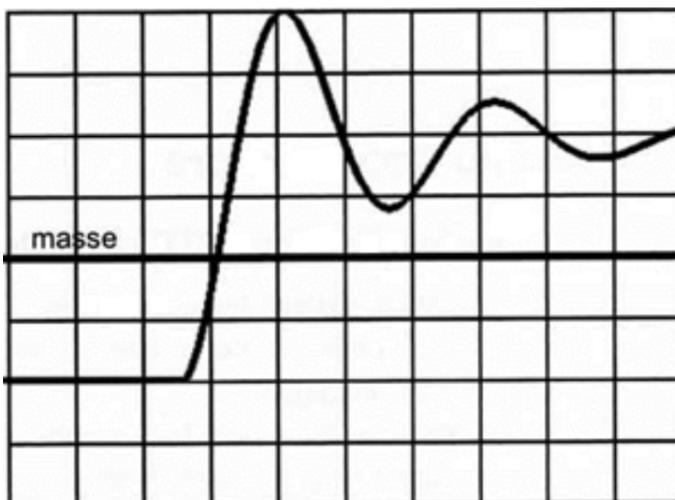
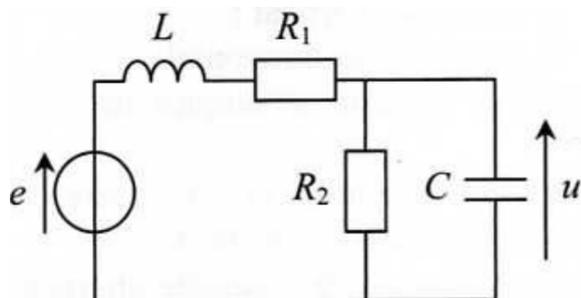
Sensibilités : 1 V/div et 0,1 ms/div.

Compte tenu de l'allure des signaux, on pourra considérer que le régime permanent est pratiquement atteint à la fin de chaque alternance.

5. Dans toute la suite on néglige l'influence de l'oscilloscope sur le reste du circuit. Indiquer pourquoi et dans quelle mesure cela est possible.
6. Identifier les courbes (1) et (2) aux voies A et B en justifiant votre choix, notamment en discutant les valeurs prises par les tensions  $u_A$  et  $u_B$  respectivement observées en voie A et B au voisinage de l'instant  $t_0$  où est déclenché un régime transitoire. Que vaut  $E_1$  ?
7. Préciser l'expression de la tension au point  $P$  en fonction de  $E_1$ ,  $R$  et  $R_g$ . Sachant que  $R = 100 \Omega$ , déterminer la valeur de  $R_g$ .
8. Dédire du graphe la valeur de  $C$ .
9. Estimer une majoration de la fréquence du signal créneaux utilisé.
10. Comment pourrait-on observer l'intensité ?

## II.2. Utilisation d'un circuit du second ordre (facultatif)

On étudie maintenant la réponse  $u(t)$  à un échelon de tension  $e(t)$  produit à l'aide d'un signal créneau d'amplitude  $E_2 = 2,1\text{ V}$  dans le circuit ci-dessous. Données :  $R_1 = 5,0 \cdot 10^2 \Omega$  et  $R_2 = 10,4\text{ k}\Omega$ .



Sensibilités : 1 V/div et 0,2 ms/div.

11. Déterminer l'expression puis la valeur numérique de  $u_\infty$  vers laquelle tend  $u(t)$  lorsque la valeur de  $e(t)$  est  $E_2$ , en dessinant un schéma en régime permanent stationnaire. Que vaut alors le courant  $i_\infty$  qui traverse le condensateur ?
12. Établir l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension  $u(t)$  aux bornes du condensateur. On la mettra sous forme canonique et on donnera l'expression de sa pulsation propre  $\omega_0$ , de son facteur de qualité  $Q$ .
13. On observe sur un oscilloscope la courbe  $u(t)$  qui précède. Déterminer la valeur numérique de la pseudo-période  $T$ , ainsi que celle du décrement logarithmique  $\delta$ . Préciser dans chaque cas la méthode utilisée.
14. Exprimer la forme mathématique de  $u(t)$  en fonction de  $Q$ ,  $\omega_0$ ,  $u_\infty$  et  $t$ . On ne cherchera pas dans l'immédiat à déterminer les constantes d'intégration.
15. Définir le temps caractéristique d'amortissement  $\tau$  du régime transitoire, puis déterminer sa valeur numérique.
16. Établir le système de deux équations qui permet de trouver les valeurs de  $L$  et  $C$ , en fonction de  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $T$  et  $\delta$ .  
Ce système aboutit à une équation du second ordre pour  $C$  ou  $L$ . On ne cherchera pas à le résoudre.

## II.3. Réalisation d'un capacimètre électronique (facultatif)

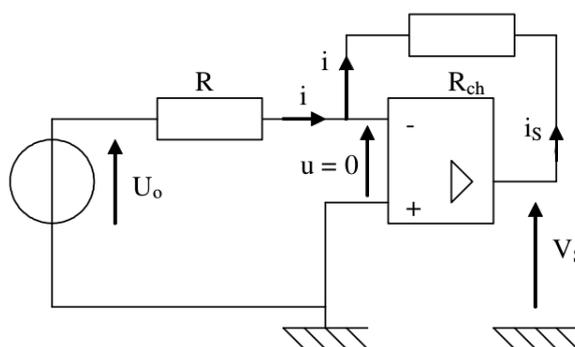
On envisage le circuit ci-contre. Hormis les deux résistors de résistances  $R$  et  $R_{ch}$  et le générateur de tension de fém  $U_0$ , le dispositif comporte un circuit intégré nommé Amplificateur Linéaire Intégré (ALI).

**Aucune connaissance préalable n'est nécessaire sur ce composant pour traiter ce sujet.**

Dans les conditions de fonctionnement envisagé, ce composant :

- présente une différence de potentiel  $u$  nulle entre ses deux bornes d'entrées (notée + et - sur le schéma) ;
- n'admet aucun courant sur ces entrées :  $i_+ = i_- = 0$ .

Il délivre un courant de sortie  $i_s$ . On note  $i$  le courant électrique traversant la résistance  $R_{ch}$  dans le sens opposé, de telle sorte que  $i = -i_s$ .



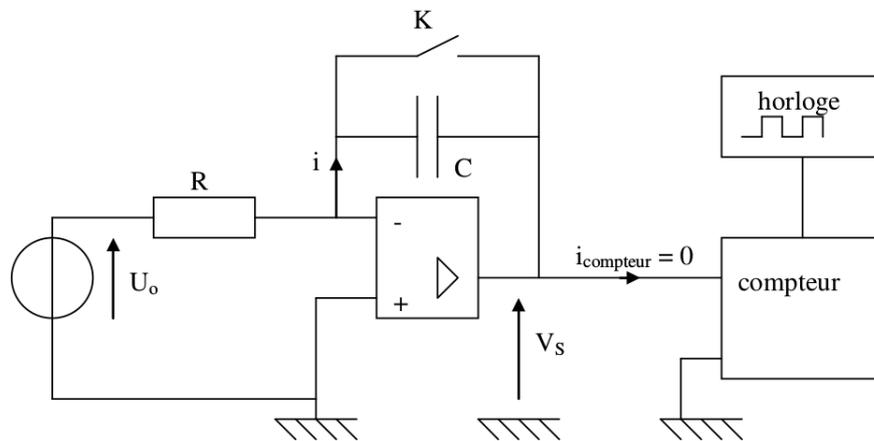
Dans un montage électronique, les potentiels électriques sont référés par rapport à la masse, de potentiel nul par convention, et se confondent donc avec la différence de potentiel entre le point considéré et la masse.

17. a) Montrer que l'intensité  $i$  circulant dans le résistor  $R_{ch}$  est indépendante de sa résistance et exprimer  $i$  en fonction de  $R$  et  $U_0$ .
- b) Exprimer  $V_s$  en fonction de  $U_0$ ,  $R$  et  $R_{ch}$ .
- c) Le fonctionnement effectif de l'ALI impose des limitations sur les valeurs :
- de sa tension de sortie, avec  $|V_S| < V_{sat} = 15 \text{ V}$  ;
  - de l'intensité  $i_s$  débitée à sa sortie, avec  $|i_s| < I_{sat} = 25 \text{ mA}$ .

Quelles sont les valeurs acceptables pour  $R$  si  $U_0 = 1,0 \text{ V}$  ?

Quelles valeurs de  $R_{ch}$  peut-on envisager pour que le système fonctionne correctement si l'on a  $U_0 = 1,0 \text{ V}$  et  $R = 1,0 \text{ k}\Omega$  ?

18. On remplace  $R_{ch}$  dans le dispositif précédent par un condensateur de capacité  $C$  que l'on souhaite mesurer. L'interrupteur  $K$  est initialement fermé. Le courant qui rentre dans le compteur est nul.



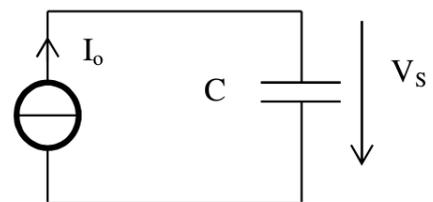
Que vaut alors la tension  $V_S$  ? Que dire de la charge portée alors par le condensateur ?

19. L'intensité  $i$  est imposée à une valeur invariante  $I_0$  reliée à  $R$  et  $U_0$  (question 17.).

Le circuit est donc équivalent à la structure ci-contre.

L'ouverture de  $K$  déclenche le compteur, piloté par une horloge délivrant des impulsions créneaux à une fréquence d'horloge  $f_H = 32768 \text{ Hz}$  (1 unité est décomptée à chaque impulsion).

L'arrêt du compteur est commandé par le fait que la tension  $V_S$  atteigne la valeur  $-V_{sat}$ . La liaison au compteur ne perturbe en rien le fonctionnement du montage à ALI (intensité du courant nulle à l'entrée du compteur).



Expliciter la tension  $V_S(t)$  en fonction de  $I_0$ ,  $C$  et  $t$  puis de  $U_0$ ,  $R$ ,  $C$  et  $t$  pour  $t > 0$ .

20. On choisit  $U_0 = 1,0 \text{ V}$ . Quelle valeur donner à  $R$  pour que le nombre  $N$  affiché par le compteur en fin de mesure corresponde à la valeur de la capacité  $C$  exprimée en nanofarads ?  
Quelle sera la durée de la mesure pour  $C = 1,0 \mu\text{F} = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ F}$  ?

\* \* \* FIN DE L'ÉPREUVE \* \* \*