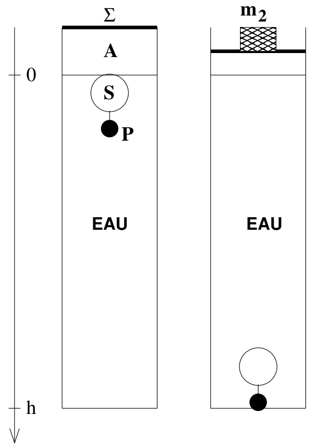
THERMODYNAMIQUE

CALCULATRICES AUTORISÉES

I. Le ludion



Un ludion est un jouet constitué d'un petit personnage solide en miniature **P**, solidaire d'un petit ballon sphérique **S** imperméable, déformable et rempli d'air. Il est placé dans une éprouvette cylindrique verticale remplie d'eau sur une hauteur h, et fermée par un piston sans masse et sans frottements $\mathbf{\Sigma}$ (en pratique un morceau de caoutchouc issu d'un autre ballon). Les dimensions de l'éprouvette sont très supérieures à celles du ludion (échelles non respectées sur la figure). L'espace **A** entre la surface de l'eau et le piston est rempli d'air.

Lorsqu'on n'appuie pas sur le piston, le ludion est en équilibre près de la surface (schéma de gauche). Lorsqu'on appuie sur le piston, on constate que le ludion tombe au fond de l'éprouvette. On se propose d'interpréter simplement cette observation.

L'air ambiant est à la température $T_0 = 300$ K et la pression $p_0 = 1,0$ bar, toutes les deux constantes. Le piston a une surface $s = 10$ cm^2. Dans l'éprouvette, les grandeurs sont indicées par 1 lorsque l'on appuie pas sur le piston, et par 2 lorsqu'on pose une masse m_2 dessus. En particulier, on note $p_1(z)$ et $p_2(z)$ la pression dans l'eau à la cote z dans chaque situation, la cote étant repérée comme sur le schéma. Dans son état initial, l'air dans **A** occupe un volume $V_{A1} = 0,10$ L, à la température $T_{A1} = T_0$ et à la pression $p_{A1} = p_0$.

Dans son état initial, le ludion est aussi à la température et la pression ambiantes, et le volume de **S** est $V_S = 1,0$ cm^3. On supposera que la taille du ludion est suffisamment petite par rapport à l'éprouvette pour pouvoir considérer que tous ses points sont à une unique cote z, et que le niveau d'eau n'est pas modifié par la présence du ludion. On supposera aussi que les résultats de statique sont valables si le ludion est en mouvement.

Dans tout le problème, l'air est assimilé à un gaz parfait de masse molaire $M = 29$ g.mol^{-1} et de coefficient adiabatique $\gamma = 1,40$. La constante des gaz parfait vaut $R = 8,314$ J.K^{-1}.mol^{-1}. La masse volumique de l'eau est $\rho = 1000$ kg.m^{-3}, et l'intensité du champ de pesanteur vaut $g = 9,81\,$m.s^{-2}.

1. **Champ de pression dans l'eau :**
   Exprimer $p_1(z)$ et $p_2(z)$ à partir de la loi de la statique des fluides.

Dans les deux questions suivantes, on suppose que lorsque le piston est libre et le ludion à l'équilibre (situation de gauche), le ballon affleure tout juste à la surface de sorte que l'on peut le considérer totalement immergé.

2. **Mouvement du ludion :**
   - **a)** Rappeler le principe d'Archimède.
   - **b)** En négligeant le volume de **P** devant celui de **S**, calculer la masse du ludion m.
   - **c)** Sa position d'équilibre initiale est-elle stable ? Expliquer.
   - **d)** On suppose que les mouvements du ludion sont assez rapides pour que l'air contenu dans **S** évolue de façon adiabatique. Exprimer le volume $V(z)$ de **S** en fonction de la position z du ludion, lorsque la masse est posée sur le piston.
   - **e)** Etablir l'équation différentielle vérifiée par la cote du ludion $z(t)$, en négligeant les frottements. On ne cherchera pas à la résoudre.

3. Etude thermodynamique de l'air dans A :
La masse m_2 est d'abord posée sur le piston, puis lâchée par l'opérateur. Le piston se stabilise assez vite à une certaine cote. L'air dans **A** est alors caractérisé par une pression $p_{A2} = 2,0$ bar, un volume V_{A2} et une température T_{A2}.

a) Calculer m_2.

b) La transformation est-elle réversible ? Sinon pourquoi ?

c) En appliquant le premier principe et en supposant la transformation adiabatique, déterminer T_{A2}. Faire l'application numérique.

d) Déterminer le travail W reçu par l'air dans **A**. Application numérique.

On suppose maintenant que l'expérience est faite de façon différente : la masse m_2 est déposée sous forme de sable progressivement par petites quantités, et très lentement. Le système atteint alors la température T'_{A2} et le volume V'_{A2}.

e) Comment peut-on modéliser cette transformation ? (quelles sont ses propriétés ?)

f) Déterminer littéralement T'_{A2}, V'_{A2}, le travail W' et le transfert thermique Q' reçus par le système.

g) Faire les applications numériques. Commenter le signe de W' et Q'.

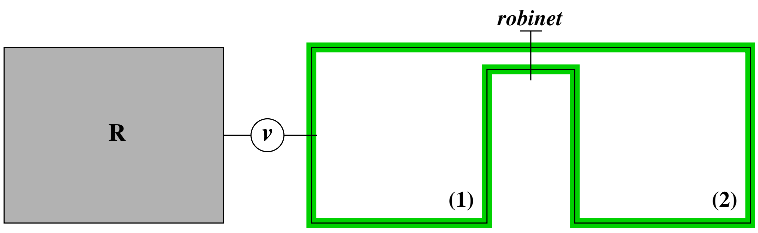
4. Ludion flottant :
En pratique, on donne au ludion une masse m' inférieure à la masse m considérée ci-dessus, de telle sorte que lorsque le piston est libre, une portion de la sphère **S** est émergée.

a) Quel est l'intérêt de régler le système de cette façon ?

b) On suppose qu'un cinquième du volume est émergé à l'état initial. Quelle masse m_3 faut-il poser sur le piston pour que le ludion se trouve juste en dessous de la surface une fois à l'équilibre à la température ambiante ? On négligera encore le volume de **P** devant celui de **S**.

II. Détentes de Joule et Gay-Lussac

On considère le dispositif ci-dessous, constitué d'un réservoir de gaz **R** (pression $p_R = 25$ bar et température $T_0 = 300$ K), relié par une vanne v à un système de deux compartiments rigides calorifugés eux-même reliés par un tuyau avec un robinet. Ces deux compartiments ont un volume respectif V_1 et V_2. On admettra que la capacité du réservoir est telle qu'on peut l'assimiler à un générateur de gaz comprimé, c'est-à-dire que la pression p_R du gaz dans le réservoir est indépendante de la quantité de gaz qui a pu en sortir. Le gaz en question est de coefficient adiabatique γ. Grâce à un dispositif non représenté, on réalise un vide poussé dans le compartiment 2, pour l'étude de la détente de Joule Gay-Lussac du gaz. Pour les applications numériques, on prendra $V_1 = V_2 = 10$ L, et la constante des gaz parfaits $R = 8,31$ J.K^{-1}.mol^{-1}.



Le récipient 1 est initialement rempli par le gaz à la pression $p_0 = 1,0$ bar et la température T_0. On commence par le remplir à la pression p_R en utilisant la vanne v.

1. On suppose dans cette question que le gaz est un gaz parfait.

a) Donner la définition d'un gaz parfait.

b) Le remplissage est suffisamment rapide pour supposer la transformation adiabatique. En appliquant le premier principe, déterminer la température finale T_1 du gaz à la fin du remplissage, c'est-à-dire quand la pression p_R est atteinte. On exprimera T_1 en fonction de T_0, p_0, p_R et γ.

c) Donner et justifier la valeur de γ dans le cas où le gaz est de l'air.
En déduire la valeur numérique de T_1 dans ce cas.

On réalise ensuite la détente de Joule Gay-Lussac du gaz contenu dans le compartiment 1 en ouvrant le robinet, et en mesurant la température finale T_F dans 1.

2. Montrer que la détente est iso-énergétique.

3. On suppose dans cette question que le gaz est toujours de l'air, considéré comme un gaz parfait.

a) Que vaut T_F ?

b) Calculer la variation d'entropie ΔS du gaz subissant la détente. Application numérique.

c) Que vaut l'entropie créée S_c ?

d) La transformation est-elle réversible ? Si ce n'est pas le cas, quelle est la source d'irréversibilité dans la transformation ?

4. On considère maintenant que le gaz est de l'argon, modélisé par l'équation d'état de Van der Waals :

$$\left(p + \frac{n^2 a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT \tag{1}$$

On admet que l'énergie interne associée à ce modèle s'écrit :

$$U = nC_{Vm}T - \frac{n^2 a}{V} \tag{2}$$

a) Donner une interprétation des termes ajoutés dans l'Eq. (1) par rapport à la loi du gaz parfait.

b) De même interprétez l'existence et la forme du terme ajouté dans l'Eq. (2).

c) Par continuité avec le modèle du gaz parfait, quelle doit être la valeur de C_{Vm} ?

d) Une mole d'argon est contenue dans le compartiment 1 avant la détente. On mesure $\Delta T = T_F - T_1 = -5.4$ K. Calculer la valeur de a. On précisera son unité.

e) Calculer la variation d'entropie du gaz lors de la détente, en fonction de V_1, V_2, b, T_1 et T_F.

f) Faire l'application numérique après avoir cherché un ordre de grandeur de b. On prendra d'abord $T_1 = 300\,\mathrm{K}$ puis $T_1 = 420$ K. Qu'obtiendrait-on dans le cas d'un gaz parfait ? Commenter la différence.