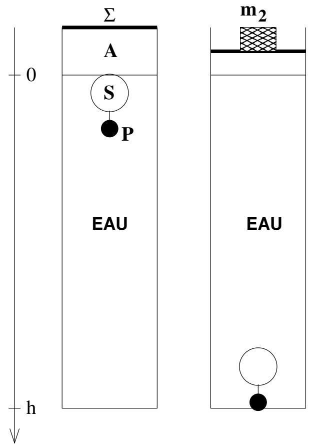
# THERMODYNAMIQUE

**CALCULATRICES AUTORISÉES**

## I. Le ludion




Un ludion est un jouet constitué d'un petit personnage solide en miniature **P**, solidaire d'un petit ballon sphérique **S** imperméable, déformable et rempli d'air. Il est placé dans une éprouvette cylindrique verticale remplie d'eau sur une hauteur $h$, et fermée par un piston sans masse et sans frottements $\boldsymbol{\Sigma}$ (en pratique un morceau de caoutchouc issu d'un autre ballon). Les dimensions de l'éprouvette sont très supérieures à celles du ludion (échelles non respectées sur la figure). L'espace **A** entre la surface de l'eau et le piston est rempli d'air.

Lorsqu'on n'appuie pas sur le piston, le ludion est en équilibre près de la surface (schéma de gauche). Lorsqu'on appuie sur le piston, on constate que le ludion tombe au fond de l'éprouvette. On se propose d'interpréter simplement cette observation.

L'air ambiant est à la température $T_0 = 300$ K et la pression $p_0 = 1,0$ bar, toutes les deux constantes. Le piston a une surface $s = 10$ cm$^2$. Dans l'éprouvette, les grandeurs sont indicées par 1 lorsque l'on appuie pas sur le piston, et par 2 lorsqu'on pose une masse $m_2$ dessus. En particulier, on note $p_1(z)$ et $p_2(z)$ la pression dans l'eau à la cote $z$ dans chaque situation, la cote étant repérée comme sur le schéma. Dans son état initial, l'air dans **A** occupe un volume $V_{A1} = 0,10$ L, à la température $T_{A1} = T_0$ et à la pression $p_{A1} = p_0$.

Dans son état initial, le ludion est aussi à la température et la pression ambiantes, et le volume de **S** est $V_S = 1,0$ cm$^3$. On supposera que la taille du ludion est suffisamment petite par rapport à l'éprouvette pour pouvoir considérer que tous ses points sont à une unique cote $z$, et que le niveau d'eau n'est pas modifié par la présence du ludion. On supposera aussi que les résultats de statique sont valables si le ludion est en mouvement.

Dans tout le problème, l'air est assimilé à un gaz parfait de masse molaire $M = 29$ g.mol$^{-1}$ et de coefficient adiabatique $\gamma = 1,40$. La constante des gaz parfait vaut $R = 8,314$ J.K$^{-1}$.mol$^{-1}$. La masse volumique de l'eau est $\rho = 1000$ kg.m$^{-3}$, et l'intensité du champ de pesanteur vaut $g = 9,81$ m.s$^{-2}$.

**1. Champ de pression dans l'eau :**
Exprimer $p_1(z)$ et $p_2(z)$ à partir de la loi de la statique des fluides.

Dans les deux questions suivantes, on suppose que lorsque le piston est libre et le ludion à l'équilibre (situation de gauche), le ballon affleure tout juste à la surface de sorte que l'on peut le considérer totalement immergé.

**2. Mouvement du ludion :**

**a)** Rappeler le principe d'Archimède.

**b)** En négligeant le volume de **P** devant celui de **S**, calculer la masse du ludion $m$.

**c)** Sa position d'équilibre initiale est-elle stable ? Expliquer.

**d)** On suppose que les mouvements du ludion sont assez rapides pour que l'air contenu dans **S** évolue de façon adiabatique. Exprimer le volume $V(z)$ de **S** en fonction de la position $z$ du ludion, lorsque la masse est posée sur le piston.

**e)** Etablir l'équation différentielle vérifiée par la cote du ludion $z(t)$, en négligeant les frottements. On ne cherchera pas à la résoudre.

**3. Etude thermodynamique de l'air dans A :**
La masse $m_2$ est d'abord posée sur le piston, puis lâchée par l'opérateur. Le piston se stabilise assez vite à une certaine cote. L'air dans **A** est alors caractérisé par une pression $p_{A2} = 2,0$ bar, un volume $V_{A2}$ et une température $T_{A2}$.

**a)** Calculer $m_2$.

**b)** La transformation est-elle réversible ? Sinon pourquoi ?

**c)** En appliquant le premier principe et en supposant la transformation adiabatique, déterminer $T_{A2}$. Faire l'application numérique.

**d)** Déterminer le travail $W$ reçu par l'air dans **A**. Application numérique.

On suppose maintenant que l'expérience est faite de façon différente : la masse $m_2$ est déposée sous forme de sable progressivement par petites quantités, et très lentement. Le système atteint alors la température $T'_{A2}$ et le volume $V'_{A2}$.

**e)** Comment peut-on modéliser cette transformation ? (quelles sont ses propriétés ?)

**f)** Déterminer littéralement $T'_{A2}$, $V'_{A2}$, le travail $W'$ et le transfert thermique $Q'$ reçus par le système.

**g)** Faire les applications numériques. Commenter le signe de $W'$ et $Q'$.

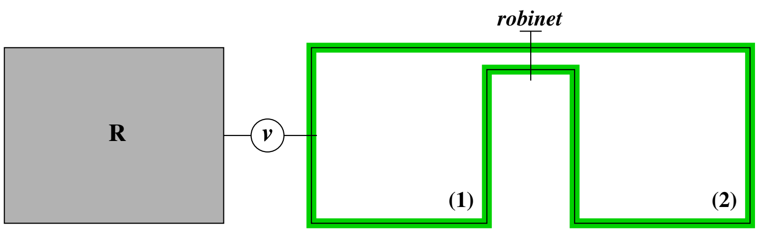
**4. Ludion flottant :**
En pratique, on donne au ludion une masse $m'$ inférieure à la masse $m$ considérée ci-dessus, de telle sorte que lorsque le piston est libre, une portion de la sphère **S** est émergée.

**a)** Quel est l'intérêt de régler le système de cette façon ?

**b)** On suppose qu'un cinquième du volume est émergé à l'état initial. Quelle masse $m_3$ faut-il poser sur le piston pour que le ludion se trouve juste en dessous de la surface une fois à l'équilibre à la température ambiante ? On négligera encore le volume de **P** devant celui de **S**.

## II. Détentes de Joule et Gay-Lussac

On considère le dispositif ci-dessous, constitué d'un réservoir de gaz **R** (pression $p_R = 25$ bar et température $T_0 = 300$ K), relié par une vanne $v$ à un système de deux compartiments rigides calorifugés eux-même reliés par un tuyau avec un robinet. Ces deux compartiments ont un volume respectif $V_1$ et $V_2$. On admettra que la capacité du réservoir est telle qu'on peut l'assimiler à un générateur de gaz comprimé, c'est-à-dire que la pression $p_R$ du gaz dans le réservoir est indépendante de la quantité de gaz qui a pu en sortir. Le gaz en question est de coefficient adiabatique $\gamma$. Grâce à un dispositif non représenté, on réalise un vide poussé dans le compartiment 2, pour l'étude de la détente de Joule Gay-Lussac du gaz. Pour les applications numériques, on prendra $V_1 = V_2 = 10$ L, et la constante des gaz parfaits $R = 8,31$ J.K$^{-1}$.mol$^{-1}$.




Le récipient 1 est initialement rempli par le gaz à la pression $p_0 = 1,0$ bar et la température $T_0$. On commence par le remplir à la pression $p_R$ en utilisant la vanne $v$.

**1.** On suppose dans cette question que le gaz est un gaz parfait.

**a)** Donner la définition d'un gaz parfait.

**b)** Le remplissage est suffisamment rapide pour supposer la transformation adiabatique. En appliquant le premier principe, déterminer la température finale $T_1$ du gaz à la fin du remplissage, c'est-à-dire quand la pression $p_R$ est atteinte. On exprimera $T_1$ en fonction de $T_0$, $p_0$, $p_R$ et $\gamma$.

**c)** Donner et justifier la valeur de $\gamma$ dans le cas où le gaz est de l'air.
En déduire la valeur numérique de $T_1$ dans ce cas.

On réalise ensuite la détente de Joule Gay-Lussac du gaz contenu dans le compartiment 1 en ouvrant le robinet, et en mesurant la température finale $T_F$ dans 1.

**2.** Montrer que la détente est iso-énergétique.

**3.** On suppose dans cette question que le gaz est toujours de l'air, considéré comme un gaz parfait.

**a)** Que vaut $T_F$ ?

**b)** Calculer la variation d'entropie $\Delta S$ du gaz subissant la détente. Application numérique.

**c)** Que vaut l'entropie créée $S_c$ ?

**d)** La transformation est-elle réversible ? Si ce n'est pas le cas, quelle est la source d'irréversibilité dans la transformation ?

**4.** On considère maintenant que le gaz est de l'argon, modélisé par l'équation d'état de Van der Waals :

$$\left(p + \frac{n^2 a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT \tag{1}$$

On admet que l'énergie interne associée à ce modèle s'écrit :

$$U = nC_{Vm}T - \frac{n^2 a}{V} \tag{2}$$

**a)** Donner une interprétation des termes ajoutés dans l'Eq. (1) par rapport à la loi du gaz parfait.

**b)** De même interprétez l'existence et la forme du terme ajouté dans l'Eq. (2).

**c)** Par continuité avec le modèle du gaz parfait, quelle doit être la valeur de $C_{Vm}$ ?

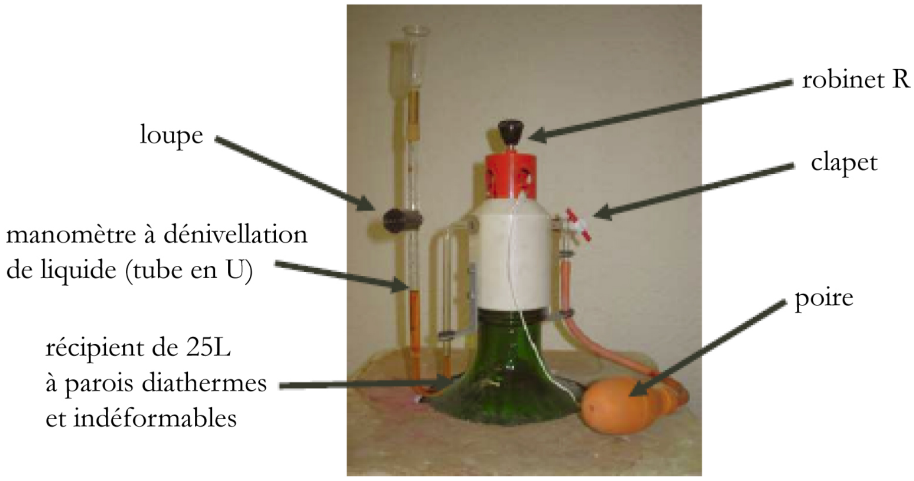
**d)** Une mole d'argon est contenue dans le compartiment 1 avant la détente. On mesure $\Delta T = T_F - T_1 = -5.4$ K. Calculer la valeur de $a$. On précisera son unité.

**e)** Calculer la variation d'entropie du gaz lors de la détente, en fonction de $V_1$, $V_2$, $b$, $T_1$ et $T_F$.

**f)** Faire l'application numérique après avoir cherché un ordre de grandeur de $b$. On prendra d'abord $T_1 = 300\,\text{K}$ puis $T_1 = 420$ K. Qu'obtiendrait-on dans le cas d'un gaz parfait ? Commenter la différence.

## III. Mesure du coefficient $\gamma$ - Méthode de Clément et Desormes

Un grand récipient de verre de volume $V = 25\,\text{L}$ constitué de parois diathermes et indéformables, est rempli d'air considéré par la suite comme un gaz parfait. Le récipient est équipé d'un manomètre à dénivellation liquide (tube en $U$ contenant de l'eau colorée, une variante du baromètre de Torricelli). Une loupe fixée sur le tube permet une lecture précise de la hauteur de liquide (dénivellation $d$ entre les deux branches du tube). Une poire en caoutchouc munie d'un clapet permet de créer dans le récipient une surpression. Un robinet $R$ à très grande ouverture permet de mettre le récipient en contact avec l'atmosphère.




On note $\rho_e$ la masse volumique de l'eau et $g$ l'intensité du champ de pesanteur. On prendra $\rho_e = 1000\,\text{kg.m}^{-3}$ et $g = 9,81\,\text{m.s}^{-2}$ pour les application numériques.

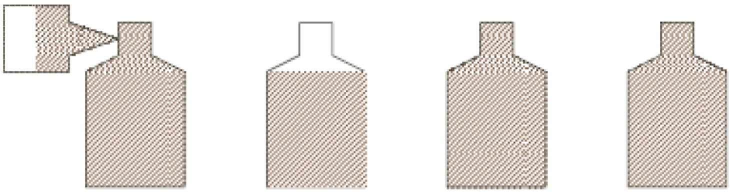
Les manipulations expérimentales sont les suivantes :

- On part de l'**état 0** où l'air contenu dans le récipient est à la pression $p_0$ et à la température $T_0$, les mêmes que celles de l'air extérieur.
- On introduit lentement, de manière à assurer l'équilibre thermique avec l'extérieur, de l'air à l'intérieur du récipient à l'aide de la poire pour créer une compression. On atteint l'**état 1** pour lequel on mesure la dénivellation $d_1 = 3,2\,\text{cm}$.
- On ouvre et on ferme rapidement le robinet. On constate que l'équilibre mécanique s'établit car la dénivellation s'annule brutalement (**état 2**, $d_2 = 0,0\,\text{cm}$), en revanche l'équilibre thermique ne s'établit pas. On considère comme réversible la transformation du gaz qui reste dans le récipient, la quantité d'air qui s'échappe étant faible.
- On constate alors qu'une dénivellation réapparaît progressivement pour se stabiliser à une valeur $d_3 = 0,9\,\text{cm}$ inférieure à $d_1$ mais de même sens : **état 3**.

**1. Étude du manomètre à dénivellation liquide.**
Une extrémité du tube en U est reliée au récipient, l'autre extrémité est à l'air libre.

- **a)** On suppose que l'eau est un fluide incompressible. Que cela signifie-t-il ?
- **b)** Calculer la dénivellation $d$ en fonction de la différence $\Delta p$ entre la pression $p$ qui règne dans le récipient et la pression atmosphérique constante $p_0$.
  *Par la suite, on sera amené à mesurer des dénivellations de l'ordre de quelques centimètres.*
- **c)** Calculer $\Delta p$ pour $d = 3,2\,\text{cm}$.
- **d)** Calculer la dénivellation $d'$ (en cm) qu'on obtiendrait pour la même surpression que précédemment, si l'on remplaçait l'eau par du mercure ($\rho_{Hg} = 13530\,\text{kg.m}^{-3}$). Conclure.

**2. Étude des trois transformations.**
On considère le système fermé $\mathcal{S}$ correspondant au gaz contenu dans le récipient à l'état 3. Voici quatre schémas qui représentent le système $\mathcal{S}$ (zone hachurée) dans les états 0, 1, 2 et enfin 3.




Dans l'état 0, une partie du système $\mathcal{S}$ se trouve hors du récipient.

**a)** Donner les caractéristiques des transformations $0 \to 1$, $1 \to 2$, et $2 \to 3$ subies par $\mathcal{S}$.

**b)** Classer par ordre croissant $p_0$, $p_1$, $p_2$ et $p_3$, pressions du système $\mathcal{S}$ dans les états 0, 1, 2 et 3, ainsi que $T_0$, $T_1$, $T_2$ et $T_3$, températures de $\mathcal{S}$ dans les états 0, 1, 2 et 3. On justifiera ces classements par les propriétés des transformations.

**c)** Représenter graphiquement ces trois transformations dans le diagramme de Clapeyron $(p, V)$.

**3. Calcul de $\gamma$ par la relation de Reech.**
La relation de Reech relie les pentes des courbes représentant les transformations adiabatique et isotherme en coordonnées de Clapeyron par :

$$\gamma = \frac{\text{pente de l'adiabatique}}{\text{pente de l'isotherme}}$$

en leur point d'intersection.

**a)** Démontrer la relation de Reech. On notera les pentes respectives $\left(\frac{dp}{dV}\right)_{adiab}$ et $\left(\frac{dp}{dV}\right)_{isoth}$.

**b)** Justifier brièvement pourquoi on peut considérer en première approximation les courbes des transformations dans le diagramme de Clapeyron comme des droites.

**c)** En déduire une expression approximative de $\gamma$ en fonction des pressions $p_1$, $p_2$ et $p_3$ puis en fonction des dénivellations $d_1$ et $d_3$ (on rappelle que $d_2 = 0\,\text{cm}$).

**d)** Faire l'application numérique. Commenter.

* * * FIN DE L'ÉPREUVE * * *