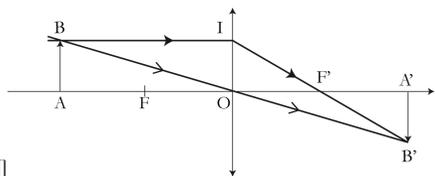


## CB1 de PHYSIQUE PCSI CORRECTION

### I Objectif photographique

#### Première partie : Objectif bifocal

##### QUESTIONS PRÉLIMINAIRES



1.  $|\gamma|$  À l'aide de la relation de Thalès dans les triangles  $OAB$  et  $OA'B'$ , ainsi que  $OF'H$  et  $F'A'B'$ , on a :

$$\gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA} = -\frac{F'A'}{f'}$$

Alors :

$$\frac{OA'}{OA} = -\frac{F'O + OA'}{f'} = 1 + \frac{OA'}{f'}$$

On en déduit la relation de conjugaison de Descartes :

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$$

2. (a)  $\infty \xrightarrow{L_1} F_1' \xrightarrow{L_2} A'$

On applique la relation de conjugaison de Descartes à  $(L_2)$  :

$$\frac{1}{O_2A'} - \frac{1}{-d + f_1'} = \frac{1}{f_2'} \Rightarrow O_2A' = \frac{(f_1' - d)f_2'}{f_1' + f_2' - d}$$

- (b) Lorsque  $d = 0$ , on a  $O_1 = O_2 = O$  et  $\frac{1}{O_2A'} = \frac{1}{f_1'} + \frac{1}{f_2'} = \frac{1}{f_{12}'}$ , ce qui correspond à la relation de conjugaison de l'ensemble des deux lentilles, pour un objet à l'infini. Ainsi, pour un objet réel à l'infini, les deux lentilles minces accolées peuvent être remplacées par une lentille mince unique de centre optique confondu avec les centres optiques communs des deux lentilles, de distance focale image  $f_{12}'$ .
- (c) Avec un objet  $A$  sur l'axe optique, on a :

$$A \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_2} A'$$

Les relations de conjugaison avec  $O_1 = O_2 = O$  donnent :

$$\begin{cases} \frac{1}{OA_1} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f_1'} \\ \frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA_1} = \frac{1}{f_2'} \end{cases}$$

En sommant ces deux relations, il vient :

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f_{12}'}$$

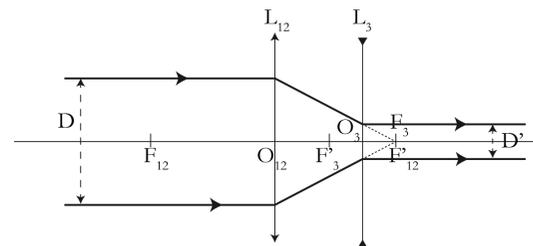
Le remplacement des lentilles accolées par une unique lentille de distance focale image  $f_{12}'$  reste donc valable pour tout objet.

#### RÉALISATION D'UN OBJECTIF PHOTOGRAPHIQUE BIFOCAL

3. (a)  $\overline{O_1F_{12}} = f_{12}' = \frac{f_1'f_2'}{f_1' + f_2'} = 84 \text{ mm} > 0$  La lentille équivalente  $L_{12}$  est **convergente**.

(b) Il faut que  $F_{12}' = F_3$ , donc  $\Delta = \overline{O_1O_3} = f_{12}' + f_1' = \frac{f_1'(f_1' + 2f_2')}{f_1' + f_2'} = 24 \text{ mm}$ .

- (c) D'après la relation de Thalès dans les triangles homothétiques s'appuyant sur le sommet commun  $F_3$ , on a :



$$\gamma_1 = \frac{D'}{D} = \frac{-f_1'}{f_{12}'} = -\left(1 + \frac{f_1'}{f_2'}\right) = 0,71$$

- (d) Le grandissement pour tout objet placé à distance finie reste  $|\gamma_1|$ . En effet, l'image  $A'$  de  $A$  reste sur l'axe optique et  $B'$  peut être obtenu grâce au rayon lumineux parallèle à l'axe optique, ce qui revient à faire la même construction que précédemment.

4. (a) Les lentilles  $L_1$  et  $L_3$  étant **identiques**, l'association  $L_1$  puis  $L_{23}$  est identique, par **retour inverse de la lumière**, à celle  $L_{12}$  suivie de  $L_3$ . Ainsi, on obtient également un système afocal.

- (b) Par retour inverse de la lumière, on passe de  $D'$  à  $D$ , donc :

$$\gamma_2 = \frac{D}{D'} = \frac{1}{\gamma_1} = -\frac{f_2'}{f_1' + f_2'} = 1,4$$

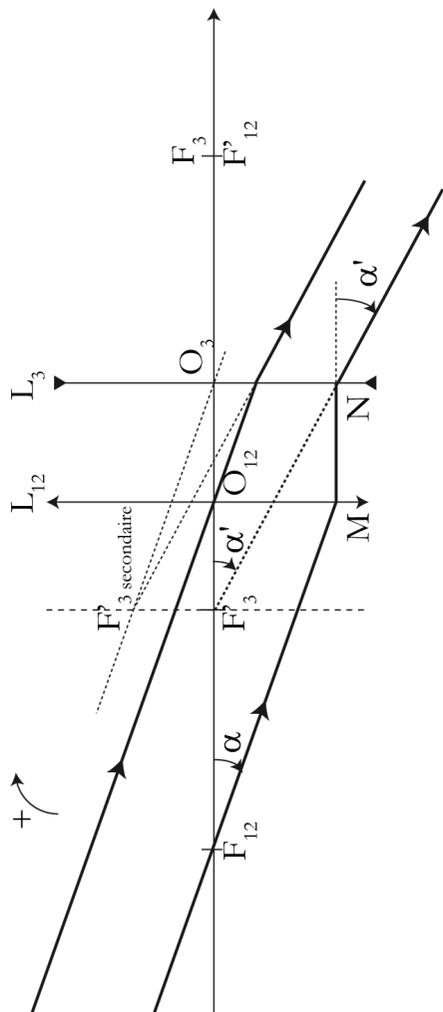
5. (a) Voir le tracé page suivante.  
Rq : pour la construction des rayons lumineux émergents de  $L_3$ , on pouvait aussi s'aider du fait que l'on doit obtenir un faisceau parallèle en sortie du dispositif.

- (b) Dans les triangles  $F_{12}O_{12}M$  puis  $O_{12}O_3N$  on peut lire respectivement les tangentes des angles  $\alpha$  et  $\alpha'$  :

$$\begin{cases} \alpha \simeq \tan \alpha = \frac{MO_{12}}{f_{12}'} \\ \alpha' \simeq \tan \alpha' = -\frac{NO_3}{f_1'} = -\frac{MO_{12}}{f_1'} \end{cases} \Rightarrow G_1 = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{f_{12}'}{f_1'} = -\frac{f_2'}{f_1' + f_2'} = 1,4$$

Rq : on aurait aussi pu s'aider de la construction de l'image intermédiaire pour relier  $\alpha$  et  $\alpha'$ .

- (c) Nous venons de montrer que  $G_1 = \frac{1}{\gamma_1}$ .



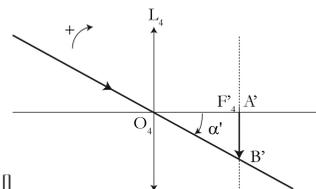
(d) Par retour inverse de la lumière, on a :

$$G_2 = \frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{1}{G_1} = \gamma_1 \Rightarrow G_2 = - \left( 1 + \frac{f'_1}{f'_2} \right) = 0,71$$

6. (a) Le capteur doit être placé dans le **plan focal image de L4**, donc 50 mm après O4.  
La distance entre L3 et L4 n'a **en théorie aucune importance** puisque l'objet pour L4 est à l'infini. Cependant, en pratique, pour **limiter l'encombrement** de l'objectif et pour s'assurer qu'un **maximum de lumière** passe dans L4, il vaut mieux approcher L4 au maximum de L3.

(b) Pour avoir un **encombrement minimal**, il faut accoler L4 à L3 (O3O4 = 0).

On a alors :  $\ell = \Delta + f'_4 = f'_{12} + f'_1 + f'_4 = 74 \text{ mm}$ .



(c) [r] Un faisceau parallèle incliné de l'angle  $\alpha'$  arrive sur L4. L'image finale se formera donc dans le plan focal de L4 avec une dimension  $A'B'$  telle que :

$$\alpha' \simeq \tan \alpha' = -\frac{A'B'}{f'_4} \Rightarrow A'B' = -\alpha' f'_4$$

Dans la position 1, on a alors :

$$A'B'_{pos1} = -\alpha G_1 f'_4 = -6,1 \text{ mm}$$

et dans la position 2 :

$$A'B'_{pos2} = -\alpha G_2 f'_4 = -3,1 \text{ mm}$$

**Deuxième partie : traitement anti-reflet des verres de lentilles**

7. La couleur est liée à la **fréquence f** de l'onde.

On a :  $\lambda = \frac{v}{f}$  et  $\lambda_0 = \frac{c}{f}$ . Or l'indice optique est défini par  $n = \frac{c}{v}$ , donc  $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$ .

8. (a)  $\Delta t = \frac{2e}{v} = \frac{2ne}{c}$ .

(b) Le retard  $\Delta t$  de l'onde (2) sur l'onde (1) induit un déphasage  $\varphi = -(2\pi f)\Delta t = -4\pi \frac{ne}{\lambda_0}$ .

Rq : la question portant sur le déphasage entre les deux ondes, le signe + est également possible si l'on considère le déphasage de (1) par rapport à (2).

(c) L'amplitude sera minimale si les **interférences sont destructives**, c'est-à-dire pour :

$$\varphi = -(2p + 1)\pi \text{ avec } p \in \mathbb{Z}$$

Ainsi, comme  $e \geq 0$ , il vient :

$$e = \frac{(2p + 1)\lambda_0}{4n} \text{ avec } p \in \mathbb{N}$$

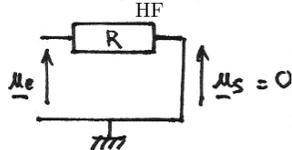
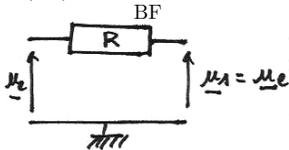
- (d) L'épaisseur minimale de couche anti-reflet est de 95 nm (pour  $p = 0$ ). L'épaisseur possible suivante est de 285 nm (pour  $p = 1$ ). Il faut donc choisir  $\boxed{475 \text{ nm}}$ , ce qui correspond à  $p = 2$ .
9. L'épaisseur de couche anti-reflet a été calculée pour minimiser les reflets à 570 nm (jaune). La lumière naturelle étant composée de toutes les couleurs du spectre visible, le **jaune-vert est très atténué** par rapport aux autres couleurs dans la lumière réfléchie. Celle-ci apparaît alors colorée en magenta.
10. Nous n'avons considéré que le cas de la lumière incidente pour calculer le déphasage entre les ondes réfléchies, et donc déterminer la condition d'interférences destructives. La **lumière arrivant avec d'autres incidences** aura un déphasage plus grand et donc les interférences ne seront plus destructives avec la valeur choisie pour  $e$ .

**CONCOURS BLANC N°1**

**II. Circuits à retard**

**Étude fréquentielle**

1. a) À Basse Fréquence (BF) le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert, alors qu'à Haute Fréquence (HF) il se comporte comme un simple fil, d'où les circuits asymptotiques suivants.

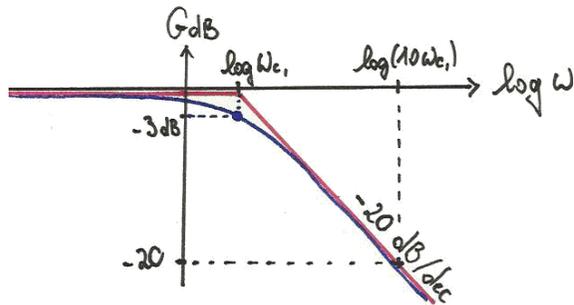


Il s'agit donc d'un **filtre passe-bas**.

- b) La relation du pont diviseur de tension conduit immédiatement à  $H_1 = \frac{1}{1 + jRC\omega}$ .

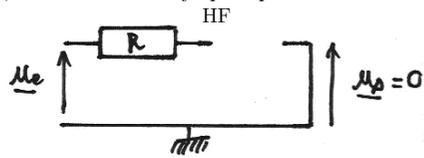
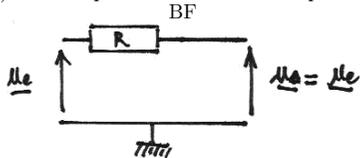
c)

Le gain vaut  $G_1(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}}$ , d'où les asymptotes BF  $G_{dB} \approx 0 = G_{dB,max}$ , et HF  $G_{dB} \approx -20 \log(RC\omega)$ . La pulsation de coupure est définie telle que  $G_{dB}(\omega_{c1}) = G_{dB,max} - 3dB \Leftrightarrow G = \frac{G_{max}}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \omega_{c1} = \frac{1}{RC}$ . D'où le diagramme de Bode en gain ci-contre (asymptotes en rouge).



- d)  $f_{c1} = \frac{1}{2\pi RC} = 8,0 \times 10^2 \text{ Hz}$ .

2. a) À Basse Fréquence (BF) la bobine se comporte comme un simple fil, alors qu'à Haute Fréquence (HF) il se comporte comme un interrupteur ouvert, d'où les circuits asymptotiques suivants.



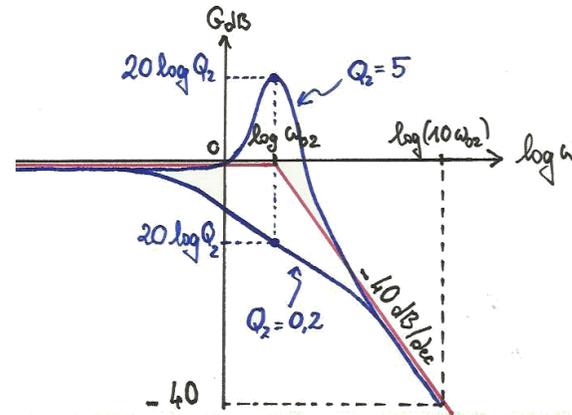
Il s'agit donc toujours d'un **filtre passe-bas**.

- b) De même la relation du pont diviseur de tension conduit à  $H_2 = \frac{1}{1 + j\omega C(R + j\omega L)}$ . On identifie  $LC\omega^2$  à  $\frac{\omega^2}{\omega_{c2}^2}$  puis  $Q\omega_{c2} \frac{\omega}{\omega_{c2}}$  à  $RC\omega$ , ce qui donne  $H_2 = \frac{H_{02}}{1 + j \frac{\omega}{Q\omega_{c2}} - (\frac{\omega}{\omega_{c2}})^2}$  avec  $H_{02} = 1$ ,  $\omega_{c2} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  et

$$Q_{02} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

c)

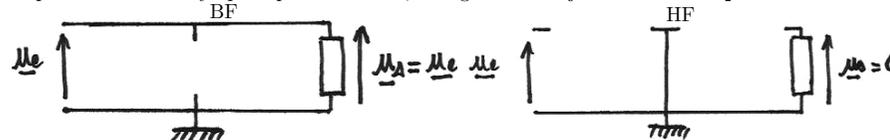
Le gain vaut  $G_2(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(1-x^2)^2 + \frac{x^2}{Q_2^2}}}$ , en posant  $x = \frac{\omega}{\omega_{02}}$ . D'où les asymptotes BF  $G_{dB} \approx 0$ , et HF  $G_{dB} \approx -40 \log \frac{\omega}{\omega_{02}}$ . Le gain admet une résonance (un maximum) en  $x_r = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q_2^2}}$  si  $Q_2 \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$ . On peut noter la valeur particulière  $G_{dB}(x=1) = 20 \log Q_2 = -14 \text{ dB}$  si  $Q_2 = 0,2$ , et  $G_{dB}(x=1) = 14 \text{ dB}$  si  $Q_2 = 5$ . On obtient les diagrammes ci-contre. On note que pour  $Q_2 = 5$  la résonance est en  $\omega_{r2} \approx \omega_{02}$ , ce qui apparaît bien sur le graphe.



- d) On obtient  $Q_2 \approx 0,44 < \frac{1}{\sqrt{2}}$ . Il n'y a donc pas de résonance et le gain est décroissant. La pulsation de coupure correspond à  $G(\omega_{c2}) = \frac{G_{2,max}}{\sqrt{2}}$  avec  $G_{2,max} = |H_{02}| = 1$ . En posant  $X = x_c^2 = \frac{\omega_{c2}^2}{\omega_{02}^2}$  on obtient

l'équation  $X^2 + (\frac{1}{Q_2^2} - 2)X - 1 = 0$  qui conduit à  $\omega_{c2} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 - \frac{1}{2Q_2^2} + \sqrt{2 - \frac{1}{Q_2^2} + \frac{1}{4Q_2^4}}}$ , après avoir éliminé les solutions négatives. On en déduit  $f_{c2} = \frac{\omega_{c2}}{2\pi} = 3,9 \text{ kHz}$ .

3. a) D'après les circuits asymptotiques ci-dessous, il s'agit donc toujours d'un **filtre passe-bas**.

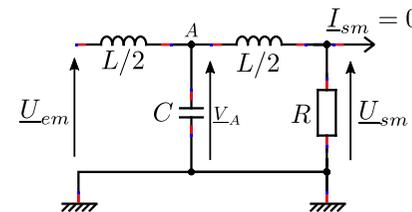


- b) On nomme A le nœud situé entre les deux bobines et le condensateur, et  $v_A$  son potentiel complexe à l'instant t (cf ci-dessous).

La relation du pont diviseur donne  $v_s = \frac{v_A}{1 + j\omega L/(2R)}$ . Ensuite on relie  $v_A$  à  $v_e$  soit par un autre pont diviseur,

$$v_A = \frac{v_e}{1 + j\omega \frac{L}{2} (j\omega C + (R + j\omega \frac{L}{2})^{-1})}$$

soit grâce à la loi des nœuds en terme de potentiel appliquée en A qui donne,  $v_A(2 - \omega^2 \frac{L}{2} C) = v_e + v_s$ .



En combinant ces deux relations on trouve bien  $H_3 = \frac{H_{30}}{1 + \alpha j\omega + \beta (j\omega)^2 + \gamma (j\omega)^3}$  avec  $H_{03} = 1$ ,

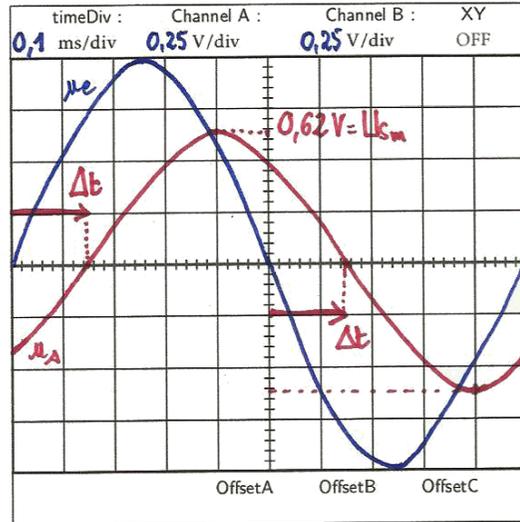
$$\alpha = \frac{L}{R}, \quad \beta = \frac{LC}{2} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{L^2 C}{4R} = \frac{\alpha \beta}{2}$$

## Retard temporel en régime sinusoïdal forcé

4. a) Notons  $\varphi_1 = \arg(\underline{H}_1)$ , on a  $\varphi_1 = -\arctan(RC\omega) = -\arctan\left(\frac{f}{f_{c1}}\right)$ . Cette phase est **négative décroissante**. Le signal de sortie accuse donc un **retard de phase par rapport au signal d'entrée**, d'autant plus prononcé que la fréquence est élevée.

b)

- Le déphasage entre  $u_s$  et  $u_e$  est  $\varphi_1 \approx -0,90$  rad. Cela correspond à un écart temporel entre deux zéros montant successifs de  $\Delta t_1 = -\frac{\varphi_1}{2\pi f} \approx 0,14$  ms, pour une période  $T = \frac{1}{f} = 1,0$  ms. On peut donc travailler avec une sensibilité horizontale de 0,1 ms/div.
- L'amplitude du signal de sortie est  $U_{sm} = U_{em} G_1(f) \approx 0,62$  V, avec  $U_{em} = 1,0$  V. On peut donc choisir pour les voies A et B une sensibilité verticale de 0,25 V/div.



5. a) On a  $\underline{u}_s(t) = \underline{u}_e(t - \tau) = U_{em} e^{j\omega(t-\tau)} = e^{-j\omega\tau} \underline{u}_e(t)$ , donc  $\underline{H}_r(j\omega) = e^{-j\omega\tau}$ .
- b) À l'ordre 1,  $\underline{H}_r \approx 1 - j\omega\tau$  et  $\underline{H}_1 \approx 1 - j\omega RC$ . Donc on choisit  $RC = \tau$  et on utilise des pulsations

très faibles telles que  $\omega \ll \frac{1}{RC} = \omega_{01}$ .

6. Par identification, on choisit  $\tau = \frac{1}{Q_2\omega_{02}}$  et  $-\frac{\tau^2}{2} = \frac{1}{\omega_{02}^2} - \frac{1}{Q_2^2\omega_{02}^2}$ . Ceci conduit plus simplement à  $\sqrt{LC} = \frac{1}{\omega_{02}} = \frac{\tau}{\sqrt{2}}$

$$\text{et } \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = Q_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

## Mise en cascade du filtre

7. a) De nouveau par identification on en déduit  $\alpha = \tau = \frac{L}{R}$  et  $\beta = \frac{LC}{2} = \frac{\tau^2}{2}$ .

b) Ceci conduit à  $L = R\tau = 1,25$  mH et  $C = \frac{\tau}{R} = 20$  nF.

c) On calcule par associations série ou dérivation :  $\underline{Z}_e = j\omega \frac{L}{2} + \left( j\omega C + \left( R + j\omega \frac{L}{2} \right)^{-1} \right)^{-1}$ .

À suffisamment basse fréquence, on obtient  $\underline{Z}_e \approx R(1 + j\omega\tau)$  à l'ordre 1, et donc  $\underline{Z}_e \xrightarrow{\omega \rightarrow 0} R$ , et on peut utiliser l'approximation  $\underline{Z}_e \approx R$  valable à l'ordre 0.

8. a) Pour chaque cellule individuelle, l'aval du circuit est assimilable à une impédance d'entrée. La cellule  $n$  associée à  $R$  est équivalente à une impédance  $\underline{Z}_e \approx R$  pour la cellule  $n-1$ , si la fréquence est suffisamment faible. Par conséquent la cellule  $n-2$  voit elle aussi en sortie une impédance d'entrée de l'ordre de  $R$ , et ainsi de suite jusqu'à la première. Ainsi, **chaque cellule associée à l'impédance équivalente de son aval constitue un circuit équivalent au circuit de la question précédente, à condition d'être à basse fréquence**. Donc chaque cellule applique une fonction de transfert  $\underline{H}_3$  à son signal d'entrée. Finalement le signal de sortie vaut  $\underline{u}_s = (\underline{H}_3)^n \underline{u}_e \approx e^{j\omega n\tau}$ . Donc à basse fréquence ( $f \ll f_{c2} \approx \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ ), le circuit est assimilable à un circuit à retard de retard  $\tau' = n\tau = n\sqrt{2LC}$ .

- b) Pour  $n = 10$  et  $R = 500 \Omega$ , on se retrouve dans la situation précédente avec  $\tau = 10 \mu\text{s}$ , donc les valeurs de  $L$  et  $C$  sont celles de la question 7.b). Mettre en cascade les cellules permet de réduire le produit  $LC$ , donc d'utiliser des composants plus petits (car  $L$  et  $C$  croissent avec la taille des composants).