

CB1 de PHYSIQUE PCSI
Jeudi 25 janvier 2018 (durée : 4 h)

CALCULATRICES AUTORISÉES

I Objectif photographique

Les deux parties du problème sont largement indépendantes.

Première partie : objectif bifocal

Dans toute cette partie, les conditions de l'approximation de GAUSS sont supposées vérifiées.

QUESTIONS PRÉLIMINAIRES

1. À partir d'une construction géométrique, déterminer la relation de conjugaison axiale (relation de conjugaison de DESCARTES) et la relation de conjugaison transverse (ou grandissement transverse), avec origine au centre, d'une lentille mince de centre optique O et de foyers objet F et image F' .
2. On considère deux lentilles minces de distances focales images respectives f'_1 et f'_2 , de même axe optique principal et dont les centres optiques O_1 et O_2 sont distants de $d = O_1O_2$. On supposera O_1 situé avant O_2 dans le sens de propagation de la lumière.
 - (a) Déterminer, en fonction de d , f'_1 et f'_2 , la position par rapport à O_2 de l'image A' d'un point lumineux réel A situé à l'infini sur l'axe optique principal.
 - (b) Montrer que, pour tout objet, deux lentilles minces accolées ($d = 0$) peuvent être remplacées par une lentille mince unique de centre optique confondu avec les centres optiques communs des deux lentilles, dont la distance focale image f'_{12} est telle que :

$$\frac{1}{f'_{12}} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2}$$

RÉALISATION D'UN OBJECTIF PHOTOGRAPHIQUE BIFOCAL

On étudie, de manière simplifiée, le principe d'un objectif photographique présentant deux distances focales images possibles.

3. On considère un système optique comprenant, sur un même axe optique principal, trois lentilles minces L_1 , L_2 et L_3 , de centres optiques respectifs O_1 , O_2 , O_3 et de foyers principaux images respectifs F'_1 , F'_2 et F'_3 .
 L_1 et L_3 sont des lentilles **identiques**, divergentes, de distance focale image $f'_1 = -60$ mm.
 L_2 est une lentille convergente de distance focale image $f'_2 = 35$ mm.
 Dans la première position (*position 1*), les lentilles L_1 et L_2 sont accolées ($O_1O_2 = 0$).
 - (a) Déterminer, en fonction de f'_1 et de f'_2 , la position, par rapport à O_1 , du foyer image F'_{12} de la lentille mince L_{12} équivalente à l'ensemble des deux lentilles L_1 et L_2 .
 Application numérique : calculer $O_1F'_{12}$.
 L_{12} est-elle convergente ou divergente ?

- (b) En déduire, en fonction de f'_1 et de f'_2 la distance $\Delta = \overline{O_1O_3}$, entre les lentilles L_1 et L_3 pour qu'un rayon incident parallèle à l'axe optique principal ressorte du système parallèle à cet axe (le système sera dit afocal).
Application numérique : calculer Δ .
- (c) Déterminer, en fonction de f'_1 et de f'_2 , le rapport $\gamma_1 = \frac{D'}{D}$, (appelé grandissement), entre le diamètre D' du faisceau émergent et le diamètre D d'un faisceau incident cylindrique parallèle à l'axe optique principal.
Application numérique : calculer γ_1 .
- (d) En déduire le grandissement transverse de l'objectif photographique pour tout objet AB placé à distance finie.
4. Dans la deuxième position (*position 2*), les lentilles L_2 et L_3 sont accolées ($O_2O_3=0$).
- (a) Montrer sans calcul que si l'on déplace, suivant la direction de l'axe optique, la lentille L_2 jusqu'à la lentille L_3 , (L_1 et L_3 restant fixes) on obtient aussi un système afocal (*position 2*, c'est-à-dire $O_2O_3=0$).
- (b) En déduire dans ce cas ($O_2O_3=0$), en fonction de f'_1 et de f'_2 , le rapport γ_2 entre les diamètres du faisceau de sortie et du faisceau d'entrée.
Application numérique : calculer γ_2 .
5. (a) Sur l'**annexe 1, à rendre avec la copie**, construire la marche du faisceau lumineux incliné de l'angle orienté α par rapport à l'axe optique principal, à travers le système, dans la première configuration (*position 1*). N.B. : les échelles ne sont pas respectées sur la figure. Indiquer l'angle orienté α' du faisceau émergent, angle compté depuis l'axe optique principal.
- (b) En déduire, en fonction de f'_1 et de f'_2 , la valeur du rapport $G_1 = \frac{\alpha'}{\alpha}$ entre les angles orientés de sortie et d'entrée du faisceau (G_1 est le grossissement du système afocal).
Application numérique : calculer G_1 .
- (c) Quelle est la relation entre G_1 et γ_1 ?
- (d) En déduire, en fonction de f'_1 et de f'_2 , la valeur du grossissement G_2 du système dans la *position 2*.
Application numérique : calculer G_2 .
6. On dispose alors, derrière L_3 , une lentille mince convergente L_4 de distance focale image $f'_4 = \overline{O_4F'_4} = 50$ mm.
- (a) Où doit-on placer le capteur de l'appareil photographique pour obtenir une image nette d'un objet à l'infini. La distance entre L_3 et L_4 a-t-elle de l'importance ? Justifier.
- (b) Où doit-on placer la lentille L_4 pour que l'encombrement du système lentilles-capteur soit le plus faible possible ? Quelle est alors la distance ℓ entre L_1 et le capteur photographique ?
- (c) Quelle est la dimension de l'image $\overline{A'B'}$ sur le capteur, d'un objet \overline{AB} à l'infini, caractérisé par son diamètre apparent α (angle sous lequel est vu AB), lorsque :
- L_2 est confondue avec L_1 (*position 1*),
 - L_2 est confondue avec L_3 (*position 2*).
- Application numérique : calculer la taille de l'image $\overline{A'B'}$, pour les positions 1 et 2, avec $\alpha = 5^\circ$.

Deuxième partie : traitement anti-reflet des verres de lentilles

Toute surface vitreuse reflète une partie de la lumière (environ 4% par face). Ces reflets parasites sont une perte de lumière que l'on souhaite éviter. Afin de réduire fortement le pourcentage de flux lumineux réfléchi, les verres des objectifs photographiques peuvent être traités anti-reflet. On recouvre pour cela les verres d'une couche transparente d'indice n (légèrement inférieur à l'indice du verre recouvert) et

d'épaisseur e . Le traitement antireflet s'appuie alors sur les phénomènes d'interférence pour minimiser la réflexion.

Sauf indication contraire, on suppose la lumière monochromatique, de longueur d'onde dans le vide λ_0 . On note c la célérité de la lumière dans le vide.

7. À quelle grandeur ondulatoire est liée la couleur d'une radiation monochromatique ?
Rappeler le lien entre la longueur d'onde λ d'une onde progressive, la vitesse de propagation v de l'onde dans le milieu et la fréquence f de l'onde.
En déduire la relation entre la longueur d'onde λ dans un milieu d'indice n et la longueur d'onde λ_0 dans le vide.
8. On considère dans cette question le cas de l'onde incidente arrivant selon la normale au dioptre air/couche anti-reflet. Cette onde donne naissance à une onde réfléchie (1) et à une onde transmise. L'onde transmise arrive alors sur le dioptre couche anti-reflet/verre en donnant naissance à une deuxième onde réfléchie (2) et à une onde transmise (cf figure 1).

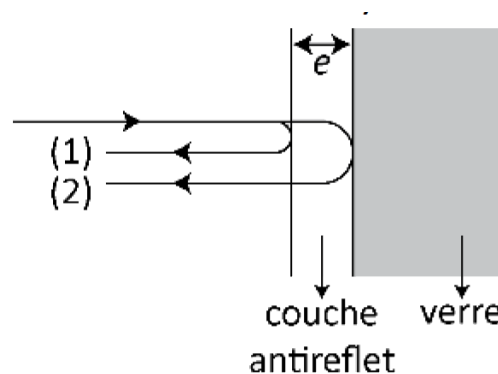


FIGURE 1 – Vue en coupe d'un verre traité anti-reflet. Les rayons tracés (correspondants à l'onde incidente, à l'onde réfléchie (1) et à l'onde réfléchie (2)) sont confondus, leurs représentations ont été décalées pour la lisibilité du schéma.

- (a) Exprimer, en fonction de e , n et c , le retard temporel Δt de l'onde (2) par rapport à l'onde (1) à l'interface air/couche anti-reflet.
- (b) En déduire le déphasage φ de l'onde (2) par rapport à l'onde (1), en fonction de e , n et λ_0 .
- (c) À quelle condition sur e l'amplitude de l'onde réfléchie totale est-elle minimale ?
- (d) L'ingénieur opticien souhaite rendre les interférences destructives pour $\lambda_0 = 570$ nm, (longueur d'onde correspondant au jaune, maximum de sensibilité de l'œil). Il doit choisir entre deux épaisseur de la couche anti-reflet dont il doit recouvrir les verres : 380 nm ou 475 nm. Sachant que $n = 1,50$, laquelle doit-il choisir ? Justifier.
9. Ce genre de traitement anti-reflet a pour conséquence, en lumière naturelle, de provoquer des reflets colorés (magentas). À votre avis, pourquoi ?
10. Même pour une lumière monochromatique à λ_0 , le traitement anti-reflet n'éteint pas tous les rayons réfléchis. Proposer une explication.

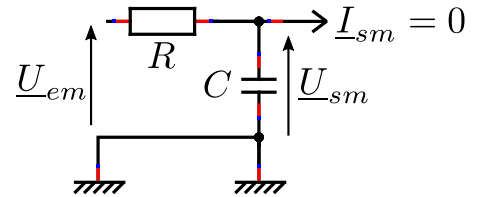
II Circuits à retard

On étudie des circuits permettant de retarder un signal électrique. Les trois sections suivantes sont relativement indépendantes. Chaque circuit représenté dans les figures ci-dessous est en sortie ouverte. La tension d'entrée est sinusoïdale de pulsation ω , $u_e(t) = U_{em} \cos(\omega t)$, la sortie est $u_s(t) = U_{sm} \cos(\omega t + \varphi)$. On note les amplitudes complexes associées $\underline{U}_{em} = U_{em}$ et $\underline{U}_{sm} = U_{sm} e^{j\varphi}$, avec $j^2 = -1$.

Étude fréquentielle

1. On considère dans un premier temps le circuit RC série ci-contre.

- (a) Déterminer la nature du filtre, en utilisant les comportements asymptotiques équivalents.
- (b) Établir sa fonction de transfert, notée $\underline{H}_1 = \frac{\underline{U}_{sm}}{\underline{U}_{em}}$.



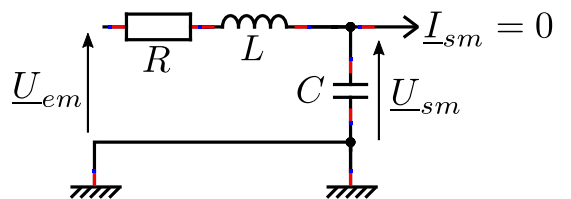
- (c) Tracer soigneusement l'allure de son diagramme de Bode en gain (en dB), en fonction du logarithme de la pulsation ω . On déterminera les équations des asymptotes et la pulsation de coupure à -3 dB notée ω_{c1} .
- (d) Calculer la fréquence f_{c1} correspondant à ω_{c1} pour $R = 20 \text{ k}\Omega$ et $C = 10 \text{ nF}$.

2. On considère ensuite le circuit RLC série ci-contre.

- (a) Déterminer la nature du filtre, en utilisant les comportements asymptotiques équivalents.
- (b) Établir sa fonction de transfert, notée $\underline{H}_2 = \frac{\underline{U}_{sm}}{\underline{U}_{em}}$. On la mettra sous la forme canonique suivante :

$$\underline{H}_2 = \frac{H_{02}}{1 + j \frac{\omega}{Q_2 \omega_{02}} - \left(\frac{\omega}{\omega_{02}}\right)^2},$$

en identifiant la constante réelle H_{02} , une pulsation caractéristique ω_{02} et un facteur de qualité Q_2 .



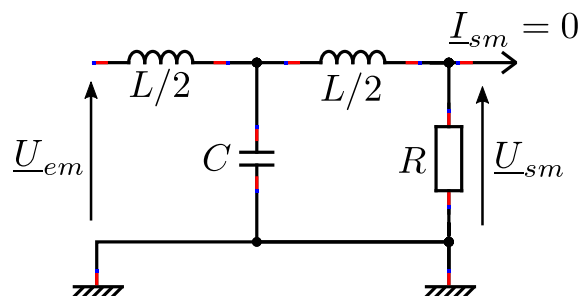
- (c) Établir comme précédemment son diagramme de Bode en gain pour $Q_2 = 0,2$ et $Q_2 = 5$ (superposer les 2 courbes). On étudiera en particulier l'existence d'un éventuel maximum local.
- (d) Calculer la valeur du facteur de qualité Q_2 pour $R = 5,0 \text{ k}\Omega$, $L = 50 \text{ mH}$ et $C = 10 \text{ nF}$. En déduire l'expression de la pulsation de coupure ω_{c2} . Calculer la valeur de la fréquence de coupure f_{c2} correspondante.

3. On étudie enfin le filtre « en T » ci-contre muni de sa résistance de charge.

- (a) Déterminer la nature du filtre, en utilisant les comportements asymptotiques équivalents.
- (b) Établir sa fonction de transfert, notée $\underline{H}_3 = \frac{\underline{U}_{sm}}{\underline{U}_{em}}$. On la mettra sous la forme :

$$\underline{H}_3 = \frac{H_{03}}{1 + \alpha j\omega + \beta (j\omega)^2 + \gamma (j\omega)^3},$$

où H_{03} , α , β et γ sont des constantes réelles.



Retard temporel en régime sinusoïdal forcé

4. On s'intéresse ici au filtre RC série de la question 1.
- Déterminer l'expression de la phase de la fonction de transfert \underline{H}_1 et préciser son signe. Commenter.
 - Le signal u_e est sinusoïdal, d'amplitude $U_e = 1,00\text{ V}$ et sa fréquence est $f_1 = 1,0\text{ kHz}$. Représenter sur l'oscillogramme de la figure 3 (situé en annexe) l'allure de $u_e(t)$ et $u_s(t)$ pour les paramètres de la question 1d. On précisera en particulier les calibres horizontal et verticaux choisis parmi les suivants :

$$5\text{ ms/div} \quad ; \quad 1\text{ ms/div} \quad ; \quad 0,5\text{ ms/div} \quad ; \quad 0,25\text{ ms/div} \quad ; \quad 0,1\text{ ms/div}$$

$$5\text{ V/div} \quad ; \quad 1\text{ V/div} \quad ; \quad 0,5\text{ V/div} \quad ; \quad 0,25\text{ V/div} \quad ; \quad 0,1\text{ V/div}$$

On rappelle les développements limités à l'ordre 1 pour $|x| \ll 1$ (donc quand $x \rightarrow 0$), dont on admet qu'ils sont également valables pour $x \in \mathbb{C}$:

$$e^x \approx 1 + x \quad \frac{1}{1-x} \approx 1 + x.$$

5. Le filtre recherché doit retarder le signal d'entrée d'une durée fixée, notée τ . Pour un signal d'entrée $u_e(t)$, le signal de sortie doit donc être :

$$u_s(t) = u_e(t - \tau). \quad (1)$$

- Déterminer pour un signal sinusoïdal de pulsation ω , en notation complexe, la fonction de transfert correspondant à la relation (1) ci-dessus *i.e.* le quotient $\frac{U_{sm}}{U_{em}}$. On la note $\underline{H}_r(j\omega)$.
 - Établir les développements limités à l'ordre 1 en ω pour $\omega \rightarrow 0$ de \underline{H}_r et \underline{H}_1 . En déduire comment choisir les paramètres du circuit RC série pour réaliser le retard τ . Pour quel domaine de pulsations cette fonction est-elle réalisée ?
6. On cherche à améliorer le dispositif précédent en utilisant maintenant le filtre RLC série. Les développements limités de \underline{H}_r et \underline{H}_2 à l'ordre 2 en ω pour $\omega \rightarrow 0$ sont donnés ci-dessous :

$$\underline{H}_r \approx 1 - j\omega\tau - \frac{\omega^2\tau^2}{2} \quad \text{et} \quad \underline{H}_2 \approx 1 - j\frac{\omega}{Q_2\omega_{02}} + \left(1 - \frac{1}{Q_2^2}\right) \frac{\omega^2}{\omega_{02}^2}.$$

En déduire deux relations permettant de choisir les paramètres du circuit RLC série pour réaliser le retard τ . Quelle est alors la valeur du facteur de qualité Q_2 ?

Mise en cascade du filtre

7. On envisage enfin d'utiliser le filtre en T. Le développement limité de \underline{H}_3 à l'ordre 2 en ω pour $\omega \rightarrow 0$ est le suivant :

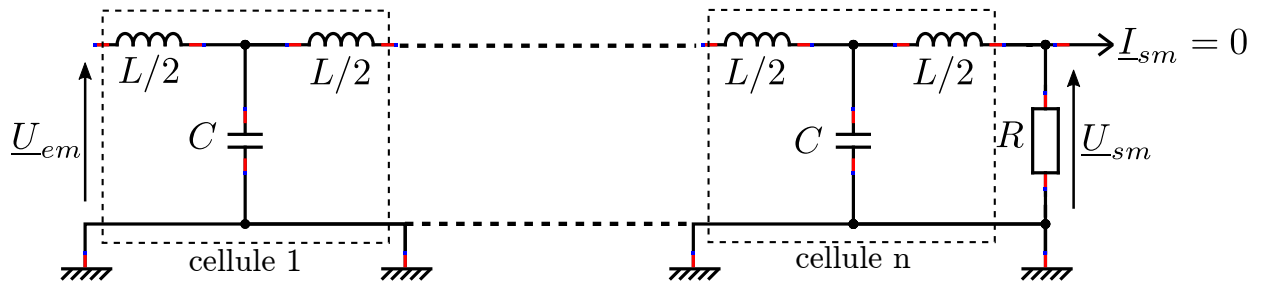
$$\underline{H}_3 \approx 1 - \alpha j\omega + (\beta - \alpha^2)\omega^2.$$

- En déduire deux relations permettant de choisir les paramètres du circuit en T pour réaliser le retard τ .
- Pour $R = 500\ \Omega$, calculer les valeurs de L et C pour réaliser un retard de $10\ \mu\text{s}$.
- Déterminer l'expression de l'impédance d'entrée du filtre en T (muni de sa résistance de charge R), définie par le rapport

$$Z_e = \frac{u_e}{i_e}$$

entre la tension d'entrée u_e et le courant d'entrée i_e (en convention récepteur). Donner sa valeur limite à basses fréquences.

8. On considère enfin le circuit ci-dessous utilisant une cascade de n cellules en T identiques au montage précédent. Les paramètres L , C et R vérifient les conditions déterminées à la question 7a.



- (a) Justifier soigneusement mais sans calcul, que dans l'hypothèse des très basses fréquences, ce montage réalise la fonction de l'expression (1), avec un nouveau retard τ' qu'on exprimera en fonction de τ .
- (b) Calculer, pour $R = 500\ \Omega$, les valeurs de L et C pour réaliser un retard de $100\ \mu\text{s}$ pour un montage à $n = 10$ cellules. Conclure quant à l'intérêt de ce montage par rapport à un montage à une seule cellule.

* * * FIN DE L'ÉPREUVE * * *

(pensez à détacher et rendre vos annexes avec votre NOM et Prénom)

Annexe 1 - (à rendre avec la copie) - NOM Prénom :

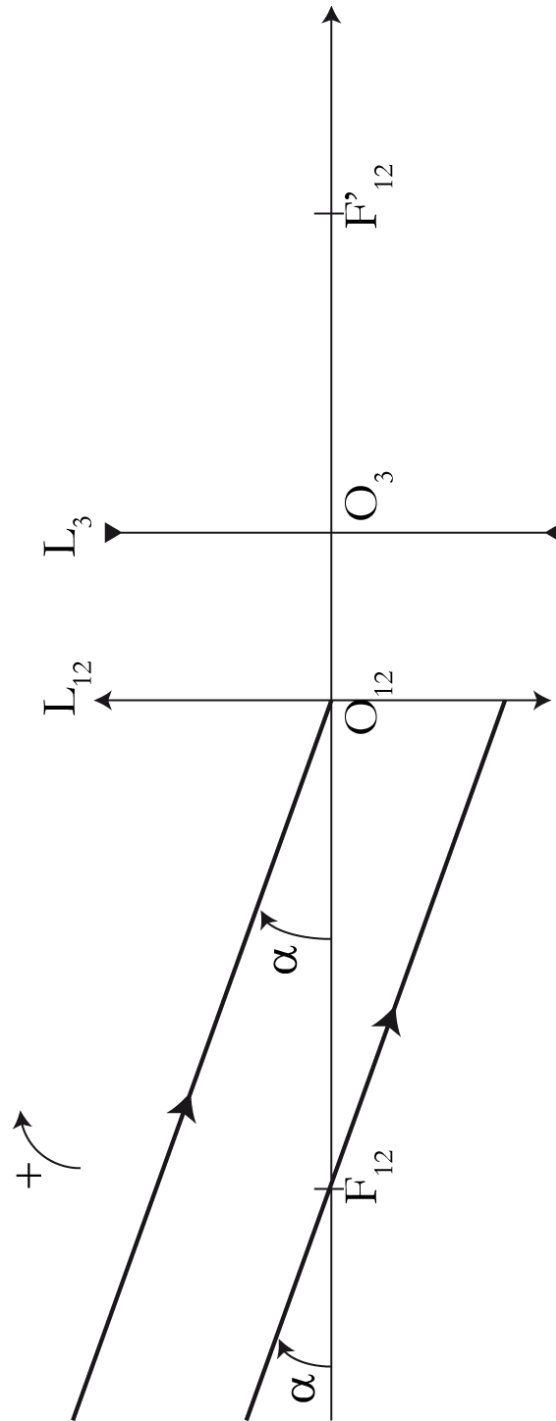


FIGURE 2 – Question 5a du problème I

Annexe 2 - (à rendre avec la copie) - NOM Prénom :

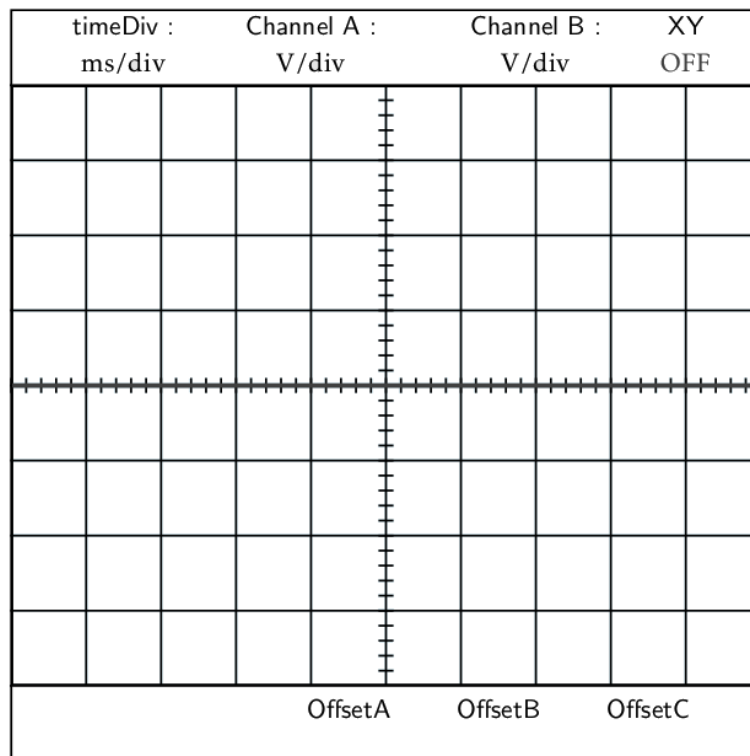


FIGURE 3 – Question 4b du problème II