

# THERMODYNAMIQUE

## I. Variations d'intensité du champ de pesanteur (d'après CCP TSI 2010)

### Pendule sans ressort de rappel

- Le pendule n'est soumis qu'à son poids et à l'action du pivot parfait (de moment nul par rapport à  $(Oz)$ ). On applique le TMC scalaire selon l'axe  $(Oz)$ , au  $\{pendule\}$ , dans le référentiel terrestre considéré galiléen. Le poids admet le centre de masse  $G$  comme point d'application, d'où :

$$J\ddot{\theta} = 0 - mga \sin \theta \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{mga}{J} \sin \theta = 0$$

Aux petites oscillations au voisinage de 0,  $\sin \theta \simeq \theta$  et l'équation différentielle devient :

$$\ddot{\theta} + \frac{mga}{J} \theta = 0 \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mga}}$$

- Lorsque  $g$  varie de  $dg$ ,  $T$  varie de  $dT$ . On obtient <sup>1</sup> :

$$dT = 2\pi \sqrt{\frac{J}{ma}} \left(-\frac{1}{2}\right) \frac{dg}{g^{3/2}} \Rightarrow dT = -\frac{T}{2g} dg \Rightarrow \Delta T = -T \frac{\Delta g}{2g} \Rightarrow s = \frac{\Delta T}{T} = -\frac{\Delta g}{2g}$$

### Pendule avec ressort spiral de rappel

- On détermine le travail élémentaire associé au couple  $\Gamma$  pour le pendule en rotation autour de l'axe  $(Oz)$  :

$$\delta W = \mathcal{P} dt = \Gamma \dot{\theta} dt = -K\theta d\theta = -d\left(\frac{1}{2}K\theta^2\right) \Rightarrow E_{p,r} = \frac{1}{2}K\theta^2$$

Le travail est bien indépendant du chemin suivi et on peut donc écrire l'énergie potentielle du couple de rappel, en prenant la référence  $E_{p,r} = 0$  pour  $\theta = 0$ .

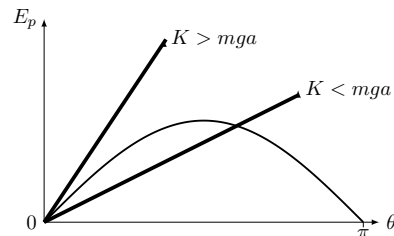
- La seule autre force s'exerçant sur le pendule est son poids, force conservative dont l'énergie potentielle s'écrit, en gardant la même référence d'énergie potentielle :

$$E_{p,p} = mga(\cos \theta - 1) \Rightarrow E_p = \frac{1}{2}K\theta^2 + mga(\cos \theta - 1)$$

- Les positions d'équilibre sont ici les solutions de  $\frac{dE_p}{d\theta} = 0$  car le moment résultant par rapport à  $Oz$  vérifie  $\mathcal{M}^z = -\frac{dE_p}{d\theta}$ . Il faut donc satisfaire l'équation :

$$K\theta = mga \sin \theta, \text{ dont } \theta = 0$$

est une solution évidente. Les solutions sur  $[0, \pi]$  sont illustrées ci-contre ( $mga \sin \theta$  en trait fin et  $K\theta$  en trait épais), celles sur  $[-\pi, 0]$  s'obtiennent par parité de la fonction  $E_p(\theta)$ . On voit qu'il existe **3 positions d'équilibre si  $K < mga$**  (dont deux symétriques et  $\theta = 0$ ), **sinon seule  $\theta = 0$  est possible si  $K \geq mga$** .



1. On peut aussi utiliser directement la différentielle logarithmique :  $\ln(T) = \ln\left(2\pi \sqrt{\frac{J}{ma}}\right) - \frac{1}{2} \ln(g) \Rightarrow \frac{dT}{T} = -\frac{1}{2} \frac{dg}{g}$

- $\theta = 0$  est une position d'équilibre stable si c'est un minimum d'énergie potentielle. Or  $\frac{d^2 E_p}{d\theta^2}(\theta = 0) = K - mga$ , donc c'est un minimum si  $K > mga$ . De plus si  $K = mga$ , on a  $\frac{dE_p}{d\theta} = K(\theta - \sin \theta) > 0 (< 0)$  si  $\theta > 0$  (respectivement si  $\theta < 0$ ) donc  $\theta = 0$  est encore un minimum local.

Finalement, **l'équilibre est stable si et seulement si  $K \geq mga$** . Ainsi, la constante de rappel du ressort spiral doit être suffisamment forte pour contrer l'effet de la pesanteur.

- On complète l'énergie potentielle par l'énergie cinétique du pendule :

$$E_m = \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}K\theta^2 + mga(\cos \theta - 1)$$

Le système étant conservatif (seul le poids et le couple de torsion travaillent), on a conservation de l'énergie mécanique :

$$\frac{dE_m}{dt} = 0 = J\dot{\theta}\ddot{\theta} + K\theta\dot{\theta} - mga\dot{\theta} \sin \theta$$

En simplifiant par  $\dot{\theta}$  on a alors l'équation du mouvement :

$$J\ddot{\theta} + K\theta - mga \sin \theta = 0$$

- Aux petits angles, au voisinage de  $\theta = 0$ , l'équation différentielle devient à l'ordre 1

$$\ddot{\theta} + \frac{K - mga}{J} \theta = 0$$

Il s'agit bien d'une équation harmonique tant que  $K > mga$ , donnant des oscillations stables autour de  $\theta = 0$ . La période (propre) de ces oscillations s'écrit :

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{J}{K - mga}}$$

Notons que si  $K = mga$ , il faut développer à l'ordre 3, l'équation n'est alors plus harmonique et les oscillations ne sont plus isochrones.

- Calculons <sup>2</sup>  $dT'$  :

$$dT' = 2\pi \sqrt{J} \left(-\frac{1}{2}\right) \frac{-madg}{(K - mga)^{3/2}} = T' \frac{ma}{2(K - mga)} dg$$

Ainsi on obtient :

$$s' = \frac{\Delta T'}{T'} = \frac{ma}{2(K - mga)} \Delta g$$

- On veut  $|s'| > |s|$ , c'est-à-dire

$$\left|\frac{s'}{s}\right| > 1 \Leftrightarrow \frac{mga}{(K - mga)} > 1 \Leftrightarrow mga > K - mga$$

Compte tenu de la condition sur  $K$  déjà exprimée pour la stabilité de la position d'équilibre  $\theta = 0$ , il vient alors la condition sur la raideur du ressort spiral :

$$mga < K < 2mga$$

Plus la raideur  $K$  sera prise proche de  $mga$ , plus la sensibilité sur pendule avec ressort spiral sera importante.

2. Là encore on peut utiliser avantageusement la différentielle logarithmique :  $\frac{dT'}{T'} = -\frac{1}{2} \frac{-madg}{K - mga} = \frac{ma}{2(K - mga)} dg$

## Bilan du DS - Commentaires après correction des copies

Étude du mouvement d'un solide en rotation autour d'un axe fixe soumis à la pesanteur (mouvement pendulaire) et à un couple de torsion. L'approche repose sur le théorème du moment cinétique et l'approche énergétique. Tout a été fait dans le cours et dans le TD, mis-à-part les calculs de sensibilité par rapport au champ (principe du calcul différentiel déjà rencontré plusieurs fois).

### Liaison Pivot et TMC

- Son effet est souvent oublié, ou remplacé par la tension d'un fil (! confusion avec le TRC où on assimile le solide à un point matériel situé en son centre de masse).
- La résultante  $\vec{R}$  des actions de contact (système de forces) de l'axe du pivot est non nulle, mais ce n'est pas elle qui nous intéresse pour le TMC, c'est le **moment résultant** des actions de contact :  $\vec{M}(O)_{\text{pivot}}$ , ou seulement  $\vec{M}_{\text{pivot}}^{Oz}$  car on utilise le TMC scalaire.
- Il ne faut pas l'écrire  $\vec{M}(O)_{\vec{R}}$  car cela laisse penser qu'on va écrire le moment de la résultante  $\vec{R}$ ... or
- **Le moment résultant n'est en général pas égal au moment de la résultante !!!**<sup>3 4</sup>
- Ainsi on conclut en disant simplement que **par définition, une liaison pivot parfaite est telle que**

$$\boxed{\vec{M}_{\text{pivot}}^{Oz} = 0}.$$

### Énergie potentielle associée au couple de torsion

- Comme je l'ai dit de nombreuses fois, on utilise par abus de langage le mot « couple » pour signifier le moment résultant du couple, car **la résultante dynamique d'un couple est nulle par définition**.
- Il est donc absurde de considérer le couple  $\Gamma \vec{u}_z = -K\theta \vec{u}_z$  comme une force... Et puisqu'il s'agit d'un moment résultant, on calcule sa puissance en le multipliant par la vitesse angulaire :

$$\mathcal{P} = \Gamma \vec{u}_z \cdot \dot{\theta} \vec{u}_z \Rightarrow \delta W = \Gamma d\theta = -K\theta d\theta = \dots$$

- Confusion (ultra classique, je l'ai signalé plusieurs fois) entre la dérivation de l'énergie (potentielle ou mécanique) par rapport au temps et par rapport à la position (ici  $\theta$ ) :
  - si on cherche les positions d'équilibre (puis leur stabilité), on calcule (et on annule) la dérivée de  $E_p$  par rapport à la position (ici  $\frac{dE_p}{d\theta} = 0$ ).
  - si on cherche l'équation du mouvement, on dérive l'énergie mécanique par rapport au temps :

$$0 = \frac{dEm}{dt} = \dot{\theta}. \text{ (équation du mouvement)}$$

puis on « simplifie par  $\dot{\theta}$  » car  $\theta(t)$  n'est « pas identiquement nul » (il est faux d'écrire « car  $\dot{\theta} \neq 0$  » car il y a évidemment des instants où  $\dot{\theta} = 0$ ).

- On ne dit pas que « équilibre stable  $\Leftrightarrow \frac{d^2 E_p}{d\theta^2}(\theta_{\text{eq}}) > 0$  » car cela n'est qu'une **condition suffisante**. L'équivalence c'est que cela doit être un minimum d' $E_p$ , ce qui est plus large et comprend les situations où  $\frac{d^2 E_p}{d\theta^2}(\theta_{\text{eq}}) = 0$ . Par ailleurs la condition ne porte pas sur tout  $\theta$ , mais seulement sur la valeur d'équilibre  $\theta_{\text{eq}}$ . Ici on avait  $\theta_{\text{eq}} = 0$ , ce qui donnait

$$\frac{d^2 E_p}{d\theta^2}(\theta_{\text{eq}}) = K - mga \cos \theta_{\text{eq}} = K - mga > 0 \Leftrightarrow \boxed{K > mga}.$$

La position d'équilibre est déterminée par les paramètres physiques du système (pas les conditions initiales du mouvement), donc la condition de stabilité porte aussi uniquement sur ces paramètres.

3. C'est comme pour tout le reste, si vous ne comprenez pas cette phrase il faut le dire rapidement car je l'ai déjà répétée un grand nombre de fois.

4. Il y a égalité si on a trouvé un point d'application pour le système de forces, comme définit dans le cours. C'est le cas pour la pesanteur.

## Équation du pendule et période propre de l'oscillateur harmonique

- On trouve une équation du type  $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin \theta = 0$ . C'est une équation *anharmonique*. On ne peut en déduire une unique période...
- C'est uniquement pour les petites oscillations au voisinage de  $\theta = 0$  que l'équation devient harmonique  $\theta + \omega_0^2 \theta = 0$ , donc les oscillations isochrones, de période propre  $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ .

### Sensibilité de $T$ par rapport à $g$

- On obtient  $T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mag}}$ , beaucoup en déduisent que pour une variation  $dg$  de  $g$ , on a une variation  $dT = 2\pi \sqrt{\frac{J}{madg}} \dots$ . Tout d'abord ce résultat est absurde car alors :  $dT \xrightarrow{dg \rightarrow 0} \infty$ , ce qui est peu probable... ! Vous oubliez que vous savez dériver cette fonction :

$$\frac{dT}{dg} = -\pi \sqrt{\frac{J}{ma}} \frac{1}{g^{\frac{3}{2}}} \Leftrightarrow dT = -\pi \sqrt{\frac{J}{ma}} \frac{dg}{g^{\frac{3}{2}}} = \dots = T \left( -\frac{dg}{2g} \right).$$

Par ailleurs la méthode de la dérivée logarithmique est ici plus efficace et a été vue plusieurs fois depuis.

## II. Impact mécanique de la pluie sur un pare-brise d'avion (d'après X-ENS-ESPCI PC 2016)

### II.1. Effort mécanique

1. a) Rayon d'une goutte de pluie :  $r \sim 1 \text{ mm}$ , vitesse de chute de la pluie :  $u \sim 10 \text{ m.s}^{-1}$ .
- b) Pendant  $dt$ , les gouttes qui vont toucher le sol sur une surface horizontale  $S$  sont contenues dans un cylindre de hauteur  $udt$ . Elles sont donc au nombre de

$$N_0 S u dt = \frac{I S dt}{\frac{4}{3} \pi r_0^3} \implies N_0 = \frac{3I}{4\pi r_0^3 u}$$

- c) Application numérique :  $N_0 = \frac{3}{4\pi} \times \frac{300 \times 10^{-3}}{3600} \times \frac{1}{125 \times 10^{-12} \times 10} \approx 1,6 \times 10^4 \text{ gouttes.m}^{-3}$ .
- d) Chaque goutte dispose individuellement en moyenne d'un volume  $d_0^3 = \frac{1}{N_0}$ . D'où une distance

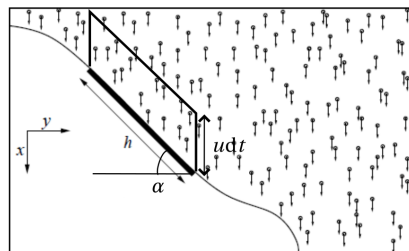
moyenne entre gouttes  $d_0 = \left(\frac{1}{N_0}\right)^{\frac{1}{3}} \approx 4 \text{ cm}$ .

2. a) L'avion étant immobile, les gouttes qui vont toucher le pare-brise pendant  $dt$  sont contenues dans un parallélépipède représenté ci-contre.

b) Ce parallélépipède a pour volume  $dV = h \cos \alpha u dt$ , et contient  $N_0 dV$  goutte. Chaque goutte, de masse  $m_g$ , cède sa quantité de mouvement  $m_g u \vec{u}_x$  à l'avion, d'où un apport global  $N_0 dV m_g u \vec{u}_x = \vec{F}_0 dt$ . En notant que  $m_g = \rho_e \frac{4}{3} \pi r_0^3$ , on obtient finalement

$$\vec{F}_0 = k \cos \alpha S \rho_e u^2 \vec{u}_x \quad \text{avec} \quad k = \frac{4}{3} \pi r_0^3 N_0$$

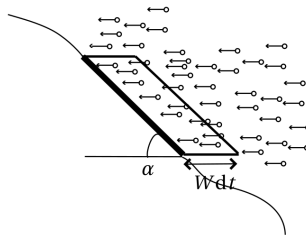
On a donc  $[k] = 1$ . Le nombre  $k$  est donc sans dimension.



- c) On obtient  $F_0 \approx 0,3 \text{ N}$ .

3. a) Un avion volant à Mach 1 a une vitesse de l'ordre de  $340 \text{ m.s}^{-1} \approx 1200 \text{ km.h}^{-1}$ . On peut donc donner comme ordre de grandeur de la vitesse d'un avion de ligne  $W \approx 3 \times 10^2 \text{ m.s}^{-1} \approx 10^3 \text{ km.h}^{-1}$ .

b) On a  $W \gg u$ . Dans le référentiel de l'avion, les gouttes ont donc une vitesse quasi horizontale. Le schéma précédent devient donc celui ci-contre.



c) Le calcul est identique au précédent, sauf que la vitesse des gouttes,  $u' \approx -W \vec{u}_y$ , ainsi que le volume,  $dV = h \sin \alpha W dt$ .

On en déduit  $\vec{F}_0 = -k \sin \alpha S \rho_e W^2 \vec{u}_y$ .

- d) On obtient  $F_0 \approx 2,6 \times 10^2 \text{ N}$ .

### II.2. Distribution du rayon des gouttes

4. a) Par définition, on a la condition de normalisation :  $\int_{r=0}^{\infty} dP = 1$  ou

$$N_0 = \int_{r=0}^{\infty} dN = \int_0^{\infty} n_0 e^{-\frac{r}{\lambda}} dr = n_0 \lambda \quad \text{d'où} \quad N_0 = n_0 \lambda$$

- b) On fait la somme des probabilités compatibles avec l'événement aléatoire  $r \leq \lambda$  :

$$\mathcal{P}(r \leq \lambda) = \int_{r=0}^{\lambda} dP = \int_0^{\lambda} \frac{n_0}{N_0} e^{-\frac{r}{\lambda}} dr \Leftrightarrow \mathcal{P}(r \leq \lambda) = 1 - e^{-1} = 0,63$$

De même, on fait la somme des probabilités compatibles avec l'événement aléatoire  $r > \lambda$  :

$$\mathcal{P}(r > \lambda) = \int_{r=\lambda}^{\infty} dP = \int_{\lambda}^{\infty} \frac{n_0}{N_0} e^{-\frac{r}{\lambda}} dr \Leftrightarrow \mathcal{P}(r > \lambda) = \frac{1}{e} = 0,37$$

Il y a donc environ **deux fois plus de gouttes qui ont un rayon inférieur à  $\lambda$**  que de gouttes qui ont un rayon supérieur à  $\lambda$ .

- c) Le rayon moyen s'obtient en pondérant chaque valeur de rayon par sa probabilité :

$$\langle r \rangle = \int_{r=0}^{\infty} r dP = \int_0^{\infty} \frac{n_0}{N_0} e^{-\frac{r}{\lambda}} r dr \implies \langle r \rangle = \lambda$$

La dernière égalité est obtenue en calculant l'intégrale via une intégration par partie.

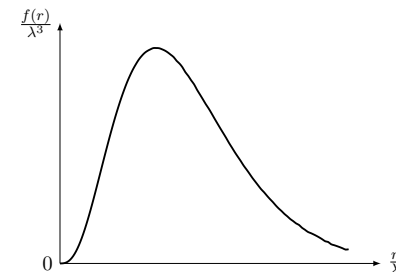
Les gouttes ne sont pas réparties moitié-moitié entre les gouttes qui ont rayon inférieur à  $\lambda$  et les gouttes qui ont un rayon supérieur à  $\lambda$ , il y en a plus qui ont un rayon inférieur à la moyenne. La médiane n'est pas égale à la moyenne.

5.

- a)  $dM(r)$  représente la masse des gouttes de rayon compris entre  $r$  et  $r + dr$  par unité de volume.

- b)  $\mu(r) = \rho_e \frac{4\pi}{3} n_0 f(r)$  avec  $f(r) = r^3 e^{-\frac{r}{\lambda}}$ . Cette fonction positive admet un unique maximum en  $r = 3\lambda$  et  $\lim_{r \rightarrow 0, \infty} f(r) = 0$ . L'allure est représentée ci-contre.

- c) Le rayon des gouttes dont la contribution à la masse totale par unité de volume est la plus importante correspond au maximum de  $f(r)$ , donc  $r = 3\lambda$ .



- d) La masse totale par unité de volume vaut  $M_{\text{tot}} = \int_0^{\infty} dM(r) = \rho_e \frac{4\pi}{3} n_0 \lambda^4 I$  avec  $I = \int_0^{\infty} x^3 e^{-x} dx = 6$  (par intégrations par parties successives). Finalement, en utilisant  $N_0 = n_0 \lambda$ , on obtient la masse moyenne des gouttes  $\langle m \rangle = \frac{M_{\text{tot}}}{N_0} = \rho_e 8\pi \lambda^3$ .

- e)  $m_{(r)} = \rho_e \frac{4\pi}{3} \lambda^3$ . Or  $8 > \frac{4}{3}$  donc  $\langle m \rangle > m_{(r)}$ . La masse variant comme le rayon au cube, la contribution des gouttes de plus fort rayon à la masse totale est plus importante. La masse ne varie pas linéairement avec le rayon !

6. a) On remplace  $\vec{F}$  par  $d\vec{F}$  en changeant  $N_0$  en  $dN$  et  $r_0$  en  $r$ . Puis on intègre :

$$\vec{F}_D = \int_0^{\infty} -Q r^3 n(r) dr \vec{e}_y = -Q n_0 \lambda^4 I \vec{e}_y \quad \text{avec} \quad I = \int_0^{\infty} x^3 e^{-x} dx = 6 \quad \text{d'où} \quad \vec{F}_D = -6Q N_0 \lambda^3 \vec{e}_y$$

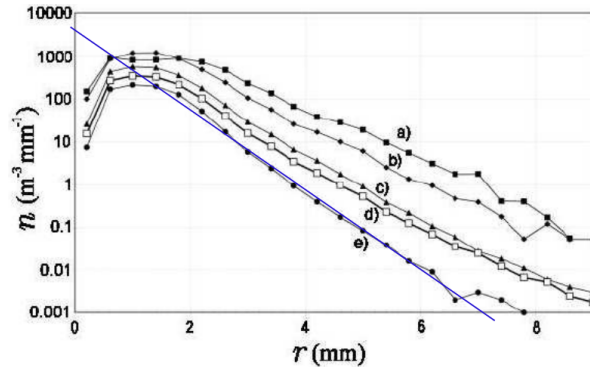
- b) D'où  $\varphi = 6$ .

- c) La prise en compte de la distribution du rayon des gouttes augmente la force exercée sur le pare-brise d'un facteur 6, ce qui donne finalement  $F_D = 1,6 \times 10^3 \text{ N}$ . Cela représente une pression (la surface du pare-brise est de  $0,5 \text{ m}^2$ ) d'environ  $3 \times 10^3 \text{ Pa}$ . L'effet mécanique de la pluie est environ **10 fois plus faible que celui correspondant au maintien en pression de l'habitacle**.

7. a) L'échelle est log-linéaire. Selon la loi de Marshall-Palmer, les relevés devraient être des droites décroissantes d'équation  $\log(n) = \log(n_0) - \frac{r}{\lambda}$ . Cela est **bien vérifié pour les rayons supérieurs à 1,5 mm environ**, mais pas pour les faibles rayons.

b) Le nombre de gouttes par unité de volume est  $N_0 = \int_0^\infty n(r)dr$ . Donc l'aire sous la courbe est d'autant plus petite que le régime de précipitation est faible. Le régime le plus faible est donc représenté par la courbe la plus basse dans le graphe, à savoir la e).

On détermine graphiquement l'équation de la droite (cf ci-dessous) :  $\log(n) = b - ar$  avec  $b = \log(n_0)$  et  $a = \frac{1}{\lambda}$  en  $\text{mm}^{-1}$ . On trouve  $n_0 \approx 4 \times 10^3 \text{ gouttes.m}^{-3}.\text{mm}^{-1}$  et  $\lambda \approx 1 \text{ mm}$ .



c) On en déduit le rayon moyen  $\langle r \rangle = \lambda \approx 1 \text{ mm}$ , et le nombre total de gouttes par unité de volume  $N_0 = n_0 \lambda \approx 4 \times 10^3 \text{ gouttes.m}^{-3}$ . C'est une pluie 4 fois moins intense que celle considérée au début (question 1.c)).

d) L'erreur porte sur les petits rayons dans la loi  $n(r)$ . L'intégration pour le calcul de  $N_0$ , de  $\langle r \rangle$  et de  $\vec{F}_D$  porte respectivement sur  $n(r)$ , sur  $r.n(r)$  et sur  $r^3.n(r)$ . C'est donc la troisième intégration, soit  $\vec{F}_D$ , qui est la moins sensible aux erreurs sur les petits rayons car  $r^3$  tend plus vite vers 0 que  $r$  et que 1.

## Bilan du DS - Commentaires d'après correction des copies

→ Le sujet était manifestement trop difficile pour la majorité d'entre-vous. Cela est dû en partie à un manque de recul sur la thermo (1er DS de thermo), mais aussi à une assimilation trop superficielle du cours. En effet les raisonnements demandés sur la force de la pluie sont des variantes des raisonnements faits pour la cinétique des gaz et la pression cinétique. Ce sont des raisonnements plus subtils que ceux abordés généralement (raisonnement entre  $t$  et  $t + dt$ , avec des paramètres choisis arbitrairement qui se simplifient, comme la surface d'impact par exemple pour le calcul de  $N_0$ ). C'est l'occasion de voir si vous les avez compris en profondeur, si vous êtes capable de les adapter dans un nouveau contexte.

→ Je reste perplexe devant le nombre de copies qui me donnent le bon résultat sans aucune justification (ex l'expression de  $N_0$ , question I.2). Comment peut-on donner un point dans ces conditions ? Par ailleurs j'ai rappelé maintes fois qu'il faut faire usage d'un schéma le plus souvent en physique, particulièrement pour ce genre de raisonnement, même si cela n'est pas demandé explicitement dans l'énoncé !

→ Concernant la rédaction en général, je dois rappeler que le style télégraphique (phrases incomplètes, sans articles ou verbe..., abréviations non définies) est proscrit aux concours. Dites-vous que votre correcteur ne vous connaît pas, qu'il a certainement d'autres habitudes que vous. Votre rédaction doit être concise certes, mais surtout transparente... et respectueuse du lecteur. Et toutes les hypothèses nécessaires à l'utilisation d'un théorème doivent toujours être citées. Exemples : référentiel galiléen pour un principe de dynamique ou de thermo, transfo mécaniquement QS et adiabatique d'un Gaz Parfait pour les lois de Laplace<sup>5</sup>.

→ Symboles de variations et quantités infinitésimales :

- Il ne peut normalement y avoir une seule occurrence d'une quantité infinitésimale dans une équation (car c'est une limite en 0!). Par exemple si j'ai  $dt$  d'un côté, j'ai  $dN$  de l'autre...

- On ne peut voir cohabiter dans la même équation un  $\Delta$  (différence finie) et un  $d$  (différence infinitésimale), sauf s'il ne s'agit pas de la même variation. Exemple : lors d'un choc d'une goutte de pluie, sa variation de quantité de mouvement s'écrit  $\Delta \vec{p}_g = -m\vec{u}$ , mais la quantité totale de gouttes dans le système qui choque la paroi entre  $t$  et  $t + dt$  est infinitésimal et vaut  $dN = N_0 S u dt$ . D'où un variation totale de quantité de mouvement du système  $d\vec{p} = dN \Delta \vec{p}_g$ .

→ Erreur physique principale : beaucoup ont essayé de calculer la force de la pluie en se basant sur un calcul de pression, et en reprenant l'expression  $p = \frac{1}{3} n^* m u^2$  trouvée en cours.

Non seulement cette expression n'est pas exigible mais plus fondamentalement, elle n'est pas valable ici car les hypothèses ne sont pas vérifiées :

- le choc n'est pas élastique car la goutte ne rebondit pas, elle perd toute son énergie cinétique ;
- la distribution des vitesses n'est pas isotrope, toutes les gouttes ont la même vitesse vers le bas ( $\vec{e}_x$ ). Par conséquent la force est nécessairement selon  $\vec{e}_x$ .
- Le système constitué par les gouttes dans un volume infinitésimal était rarement défini. C'est là aussi qu'on voit le niveau d'assimilation du cours. Ce n'est pas qu'une question de qualité de la rédaction, c'est aussi ce qui fait qu'on évite certaines erreurs ensuite.
- Du coup le  $\cos \alpha$  qui apparaissait dans la formule ne provient pas d'une projection de la force mais du calcul du volume d'un parallélépipède incliné.
- Pour répondre au fait de savoir si la loi de Marshall-Palmer semble vérifiée, il faut écrire explicitement l'équation attendue, qui est une droite en représentation semi-log. Il fallait donc déjà s'apercevoir que c'était en semi-log !

Ensuite on demandait une détermination graphique donc une régression linéaire. On ne pouvait donc pas échapper à l'écriture de la relation en log :  $n = n_0 e^{-\frac{r}{\lambda}} \rightarrow \log n = \log n_0 - \frac{r}{\lambda}$ .

5. Évitez le « D'après Laplace, ... ».