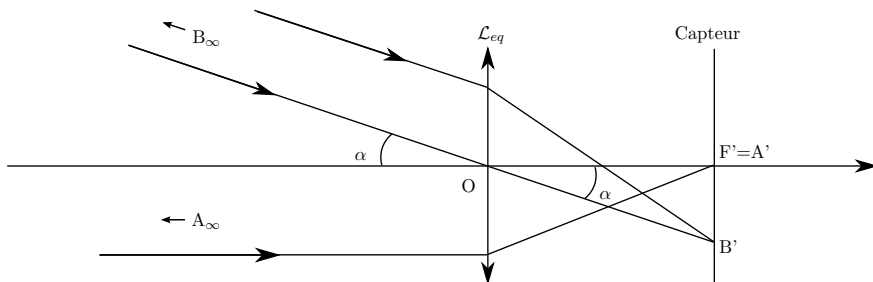


# Optique géométrique

d'après CCP MP 2011

## I. Objectif assimilé à une simple lentille mince

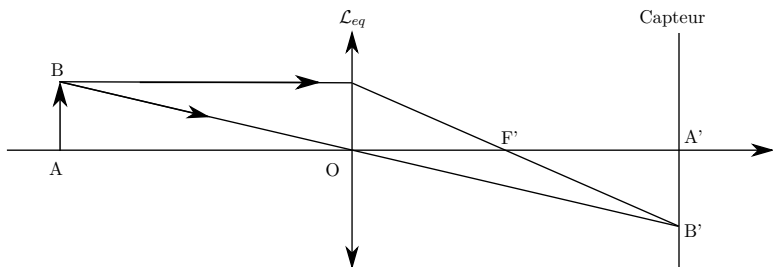
- Théorème de Pythagore :  $d = \sqrt{l^2 + L^2} = 43 \text{ mm}$ .
- L'image  $A'$  est déterminée par l'intersection du rayon confondu avec l'axe optique et d'un rayon parallèle à cet axe, émergent par le foyer image  $F'$ . Il peut aussi être trouvé par la propriété d'aplanétisme après avoir trouvé  $B'$ .  
L'image  $B'$  est un foyer image secondaire dont la position est obtenue grâce au rayon passant  $O$  qui est non dévié.



- L'angle n'étant pas orienté, on a  $A'B' = f'_{eq} \tan \alpha$ .
- L'image a une taille maximale  $A'B' = \frac{d}{2}$  donc

$$2 \times \alpha_{max} = 2 \arctan \left( \frac{d}{2f'_{eq}} \right) = 2 \arctan \left( \frac{\sqrt{l^2 + L^2}}{2f'_{eq}} \right) = 0,82 \text{ rad} = 47^\circ.$$

- Etant donné que l'objet se rapproche, l'image s'éloigne (se voit sur la construction ou sur une relation de conjugaison). Donc il faut **déplacer l'objectif vers l'objet** (l'éloigner du capteur).



- La relation de conjugaison de Descartes s'écrit

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'_{eq}} \Leftrightarrow \frac{1}{f'_{eq} + t} + \frac{1}{x} = \frac{1}{f'_{eq}} \Rightarrow t = f'_{eq} \left( \left( 1 - \frac{f'_{eq}}{x} \right)^{-1} - 1 \right) = -\frac{f'_{eq} \cdot 2}{f'_{eq} - x}.$$

- Si  $x \in [100f'_{eq}; +\infty]$  alors  $t \in [0; 0,01f'_{eq}] = [0; 0,5 \text{ mm}]$ . Un tel déplacement est quasi imperceptible. En pratique il n'y a donc pas de mise-au-point à faire à de telles distances.
- Si  $x \in [10f'_{eq}; 100f'_{eq}]$  alors  $t \in [0,01f'_{eq}; 0,1f'_{eq}] = [0,5 \text{ mm}; 5 \text{ mm}]$ . Cette fois la mise-au-point devient indispensable.

## II. Objectif bifocal

### II.1. Configuration (a)

- Soit un objet  $A$  ayant pour image par  $\mathcal{L}_2$  le point  $A_1$  qui a pour image par  $\mathcal{L}_3$  le point  $A'$ . Les relations conjugaison avec origine au centre  $O_2 = O_3$  s'écrivent :

$$\frac{1}{O_2A_1} - \frac{1}{O_2A} = \frac{1}{f'_2} \quad \text{et} \quad \frac{1}{O_2A'} - \frac{1}{O_2A_1} = \frac{1}{f'_3} \quad \text{d'où en sommant,} \quad \frac{1}{O_2A'} - \frac{1}{O_2A} = \frac{1}{f'_2} + \frac{1}{f'_3}.$$

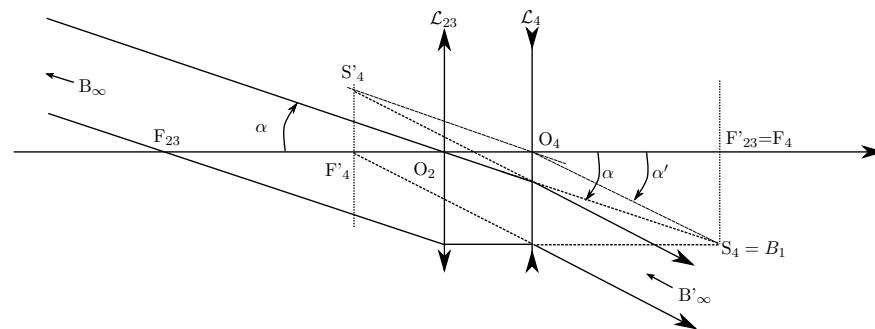
On a bien un système équivalent à une seule lentille dont la focale serait :  $f'_{23} = \left( \frac{1}{f'_2} + \frac{1}{f'_3} \right)^{-1} = 84 \text{ mm}$ .

Puisque  $f'_{23} > 0$ , la lentille équivalente est **convergente**.

- Un système est afocal si un objet à l'infini donne une image à l'infini. Nécessairement, cela impose donc une image intermédiaire  $A_1$  qui soit à la fois dans le plan focal image de  $\{\mathcal{L}_2, \mathcal{L}_3\}$  et dans le plan focal objet de  $\mathcal{L}_4$ . Donc  $A_1 = F'_{23} = F_4$ . Ainsi  $O_2O_4 = O_2F'_{23} + F_4O_4$  donc  $O_2O_4 = \left( \frac{1}{f'_2} + \frac{1}{f'_3} \right)^{-1} + f'_4 = 24 \text{ mm}$ .

- Le rayon passant par  $F_{23}$  émerge de  $\mathcal{L}_3$  parallèle à l'axe puis émerge de  $\mathcal{L}_4$  en passant par  $F'_4$ . Le rayon passant par  $O_2$  n'est pas dévié par  $\mathcal{L}_3$ , puis émerge parallèle au rayon précédent puisque le système est afocal.

Toutefois on peut aussi trouver sa marche après  $\mathcal{L}_4$  comme suit :  
 — soit grâce au foyer image secondaire  $S'_4$  (image d'un faisceau parallèle incident fictif, pointillés serrés) ;  
 — soit grâce au foyer objet secondaire  $S_4$  (dont l'image est un faisceau parallèle).  
 On note que  $S_4$  est aussi l'image intermédiaire  $B_1$  par  $\mathcal{L}_3$  du point  $B_\infty$  situé à l'infini.

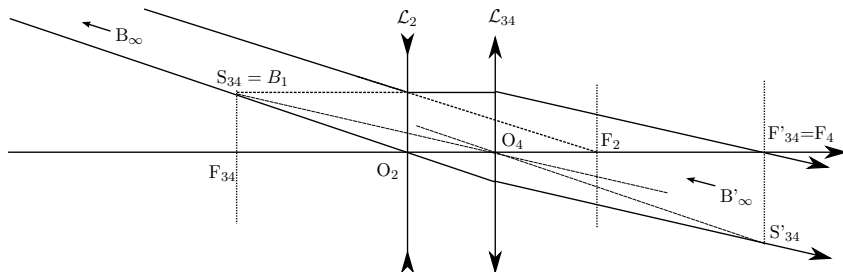


- Soit  $\overline{A_1B_1}$  l'image intermédiaire (on a  $A_1 = F_4$ ). D'après le tracé précédent, il vient  $\tan \alpha = \frac{\overline{A_1B_1}}{f'_{23}}$  et  $\tan \alpha' = -\frac{\overline{A_1B_1}}{f'_2}$ . Dans les conditions de Gauss on a  $\tan \alpha \sim \alpha$  et  $\tan \alpha' \sim \alpha'$ , d'où :

$$G_a = -\frac{f'_{23}}{f'_4} = -\frac{1}{f'_4} \left( \frac{1}{f'_2} + \frac{1}{f'_3} \right)^{-1} = 1,4.$$

**II.2. Configuration (b)**

13. Les lentilles  $\mathcal{L}_2$  et  $\mathcal{L}_4$  étant identiques, on a en fait un système correspondant à la permutation des deux lentilles  $\mathcal{L}_{23}$  et  $\mathcal{L}_4$  dans la configuration précédente. Or d'après le **principe de retour inverse** de la lumière, on ce système est afocal quelque soit le sens de propagation de la lumière. **Le système est donc toujours afocal.**
14. La méthode est la même que précédemment. Le rayon passant par  $F_2$  émerge de  $\mathcal{L}_{23}$  parallèle à l'axe puis émerge de  $\mathcal{L}_{34}$  en passant par  $F'_{34}$ . Le rayon passant par le centre  $O_2$  émerge parallèle au précédent. On peut aussi se servir soit du foyer secondaire image  $S'_{34}$ , ou du foyer secondaire objet  $S_{34}$ , qui est aussi l'image intermédiaire  $B_1$  formée par  $\mathcal{L}_2$ .



15. Le dispositif correspond au précédent dans lequel on a inversé le sens de propagation de la lumière. Cela revient donc à inverser les rôles de  $\alpha$  et  $\alpha'$  par rapport à la question 12., donc :

$$G_b = \frac{1}{G_a} = -f'_2 \left( \frac{1}{f'_3} + \frac{1}{f'_4} \right) = \underline{0,71}.$$

**II.3. Système complet**

16. L'image donnée par  $\mathcal{L}_4$  est à l'infini, donc l'image donnée par  $\mathcal{L}_1$  est dans son plan focal image. C'est là qu'on doit placer le capteur.  
La distance  $\overline{O_4O_1}$  n'a pas d'influence puisque l'image intermédiaire est à l'infini.
17. Pour diminuer l'encombrement, il vaut mieux accoler les lentilles  $\mathcal{L}_4$  et  $\mathcal{L}_1$ .
18. En sortie de  $\mathcal{L}_4$ , l'angle du faisceau est  $\alpha'$  (cf 12. et 15.). Le résultat de la question 3. s'applique donc ici avec l'angle  $\alpha'$  et la focale  $f'_1$  :  $\overline{A''B''} = f'_1 \tan \alpha' = f'_1 \frac{\tan \alpha'}{\tan \alpha} \tan \alpha$ .  
Or le grossissement obtenu précédemment dans les conditions de Gauss vérifie toujours  $G_i = \frac{\tan \alpha'}{\tan \alpha} = G_i$  (ceci est vrai même pour  $\alpha$  et  $\alpha'$  non petits). On en déduit

$$\overline{A''B''} = f'_1 G_i \tan \alpha$$

19. D'après la question 3., on a  $d = 2\overline{A''B''}_{\max} = 2f'_{eq} \tan \alpha_{\max}$ . Or ici  $2\overline{A''B''}_{\max} = 2f'_1 G_i \tan \alpha_{\max}$ , donc on en déduit la focale équivalente

$$f'_{eq} = f'_1 G_i.$$

Ceci conduit dans les deux configurations à  $f'_a = f'_1 G_a = \underline{70 \text{ mm}}$  et  $f'_b = f'_1 G_b = \underline{36 \text{ mm}}$ .

20. D'après la question 3., on obtient alors avec ces focales extrêmes

$$2 \times \alpha_{\max,a} = 2 \arctan \left( \frac{d}{2f'_a} \right) = \underline{0,60 \text{ rad} = 34^\circ} \quad \text{et} \quad 2 \times \alpha_{\max,b} = 2 \arctan \left( \frac{d}{2f'_b} \right) = \underline{1,1 \text{ rad} = 62^\circ}.$$

Ces champs sont trop importants pour respecter les conditions de Gauss, qui ne sont plus vérifiées.

21. Intérêt : l'objectif bifocal permet de **faire varier la focale** dans une plage (somme toute réduite) **entre 36 et 70 mm**. Rappelons en effet que plus la focale est grande plus l'image sera grande pour un objet lointain (effet de « zoom »).  
Toutefois, cela se fait au prix d'un **encombrement supérieur** non négligeable :  $\overline{O_2O_4} + f'_1 = 24 + 50 = 74 \text{ mm}$ .  
L'autre inconvénient est qu'il sera probablement plus difficile de bien corriger les **aberrations géométriques et chromatiques** puisqu'il y a plusieurs lentilles. Certains photographes préfèrent ainsi utiliser une focale fixe pour la qualité de l'image.

**III. Objectifs dédiés spécifiquement à la macrophotographie**

22. En reprenant les notations et les équations de la question 6., on obtient

$$x_m = \left( \frac{1}{f'_1} - \frac{1}{f'_1 + t_M} \right)^{-1} = f'_1 \left( 1 + \frac{f'_1}{t_M} \right) = \underline{47 \text{ cm}}$$

23. Les relations conjugaison avec origine au centres s'écrivent :

$$\frac{1}{\overline{O_5A_1}} - \frac{1}{\overline{O_5A}} = \frac{1}{f'_5} \quad \text{et} \quad \frac{1}{\overline{O_1A'}} - \frac{1}{\overline{O_1A_1}} = \frac{1}{f'_1} \quad \iff \quad \frac{1}{\overline{O_5A_1}} + \frac{1}{x} = \frac{1}{f'_5} \quad \text{et} \quad \frac{1}{f'_1 + t_M} + \frac{1}{e - \overline{O_5A_1}} = \frac{1}{f'_1}.$$

En les combinant, ceci conduit à

$$x_m = \left( \frac{1}{f'_5} - \left( e - \left( \frac{1}{f'_1} - \frac{1}{f'_1 + t_M} \right)^{-1} \right)^{-1} \right)^{-1} = \underline{22 \text{ cm}}.$$

On a bien rapproché la limite de ce que l'on peut photographier.