

Devoir de rentrée

I. Les LIDAR « Light Detection And Ranging »

I.1. Le LIDAR topographique embarqué

- Un LASER émet un rayonnement **très peu divergent**, et de *grande cohérence temporelle*, c'est-à-dire **quasi-monochromatique** (spectre très étroit).
- Les lampes flash servent à élever les atomes du cristal dans des niveaux excités, principalement dans le niveau E_3 .
- La transition depuis le niveau fondamental requiert l'absorption d'un photon issu de la lampe flash, dont l'énergie vaut $\Delta E = E_3 - E_0 = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$, en notant c la célérité des ondes électromagnétiques dans l'air.

$$\text{On obtient } \lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \underline{808 \text{ nm}}.$$

- Le trajet aller-retour s'effectue sur une distance $2(H - h)$ à une vitesse c , donc $\Delta t = \frac{2(H - h)}{c}$.
- Comme le montre la relation précédente, la durée Δt décroît lorsque h croît. C'est donc le **graphique a** qui est correct.
- On en déduit $h = H - \frac{1}{2}c\Delta t = \underline{1,46 \text{ km}}$.
- Le rapport entre la distance parcourue par l'avion pendant Δt à la vitesse v et la longueur approximative du parcours du rayon est $r = \frac{v\Delta t}{2(H-h)}$. Donc d'après 4., ceci conduit à $r = \frac{v}{c} = 4 \times 10^{-7} \ll 1$. On peut donc négliger le déplacement de l'avion pendant la mesure si l'on tolère une erreur de l'ordre de 0,00004%.

I.2. Le LIDAR bathymétrique

- Une partie de l'énergie lumineuse de l'impulsion est réfléchiée par le dioptre air-eau vers le détecteur. Cela génère en retour une première impulsion, qui est intense car il y a peu d'absorption dans l'atmosphère et car la distance parcourue est relativement courte. La seconde impulsion correspond à une autre partie de l'énergie qui revient au détecteur après avoir effectué un aller-retour dans l'eau avec réflexion sur le fond marin. Elle est nettement moins intense notamment à cause de l'absorption dans l'eau, ainsi qu'à la distance plus grande de parcours (la divergence du faisceau suffit à atténuer son intensité).
- Le spectre d'absorption indique que le vert est beaucoup moins absorbé que l'infrarouge dans l'eau. La seconde impulsion est donc verte. Quant à la première, rien ne nous permet physiquement de savoir quelle couleur domine, mais c'est logiquement le rouge car sinon il n'y aurait pas d'intérêt à utiliser deux lasers.
- L'intervalle de temps Δt séparant les deux impulsions est causé uniquement par le trajet supplémentaire dans l'eau, de profondeur h à la vitesse c_e : $h = \frac{1}{2}c_e\Delta t = \underline{4,0 \text{ m}}$.

II. Les drones grand public

II.1. Connexion WiFi

- En supposant une puissance maximale émise \mathcal{P}_m , la puissance maximale P_r reçue par le drone à la distance d vérifie¹ :

$$10 \log \frac{P_m}{P_r} = 20 \log \frac{d}{d_0} \Leftrightarrow P_r = \mathcal{P}_m \left(\frac{d_0}{d} \right)^2 = \underline{1,00 \times 10^{-4} \text{ mW}}.$$

- Le débit nécessaire pour la vidéo est $D_v = 1280 \times 720 \times 24 \times 30 = 6,6 \times 10^8 \text{ bits.s}^{-1}$, ce qui est supérieur à ce que permet la norme WIFI proposée. Donc la vidéo doit être vue en différé, ou comporter moins d'images par seconde (ou une moins bonne résolution).
- L'effet Doppler induit une fréquence reçue inférieure à la fréquence d'émission car le drone s'éloigne :

$$\frac{f_E - f_R}{f_E} = \frac{v}{c} = \underline{1 \times 10^{-8}}.$$

- La longueur d'onde vérifie $\lambda = \frac{c}{f_E} = \underline{13 \text{ cm}}$.

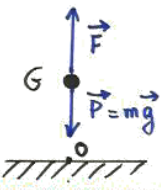
La diffraction sera perceptible si λ et le diamètre de l'arbre sont du même ordre de grandeur. En effet l'ouverture angulaire d'un faisceau d'onde initialement plane diffracté par une fente de largeur a est $\frac{2\lambda}{a} \approx 0,26 \text{ rad} \approx 15^\circ$ pour un arbre de 1 m de diamètre. La diffraction par un arbre est donc perceptible (d'autant plus que le tronc est mince).

- Les interférences sont destructives si les ondes arrivent en opposition de phase, donc si les distances parcourues diffèrent d'un nombre impair de fois la demi-longueur d'onde : $c\Delta t = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$ où k est un entier positif, ce qui donne $\Delta t = \frac{k + \frac{1}{2}}{f_E}$.

II.2. Étude dynamique du vol d'un drone

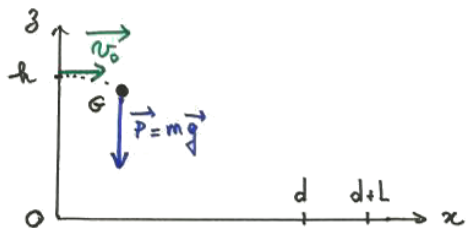
- La vitesse verticale s'obtient soit en dérivant l'altitude $z(t)$, ce qui donne $v_z(t) = 2,0t$, soit en intégrant l'accélération et en prenant une vitesse initiale nulle pour la constante d'intégration, ce qui conduit au même résultat.
-

Le Principe Fondamental de la Dynamique (PFD) appliqué au drone de masse m dans le référentiel terrestre supposé galiléen s'écrit selon la verticale : $a_z = \frac{F}{m} - g$, d'où $F = m(a_z + g) = \underline{1,3 \text{ N}}$.



- Cette fois le PFD s'écrit $ma'_z = F - (m + m_w)g$, en notant a'_z la nouvelle accélération en présence de webcam. Le décollage devient impossible si $a'_z = 0$, ce qui arrive pour une masse maximale m_w telle que $m_w g = F - mg = ma_z$, d'où $m_w = m \frac{a_z}{g} = \underline{22 \text{ g}}$.

1. Attention il y avait une erreur d'énoncé ici, sinon l'atténuation devient une amplification...!



9. En chute libre, le PFD s'écrit $m\vec{a} = m\vec{g}$, ce qui donne après projection selon Ox et Oz respectivement :

$$\ddot{x} = 0 \quad \text{et} \quad \ddot{z} = -g.$$

On intègre une première fois ces relations en prenant pour vitesse initiale $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_x$, donc $\dot{x}(t=0) = v_0$ et $\dot{z}(t=0) = 0$, ce qui donne

$$\dot{x} = v_0 \quad \text{et} \quad \dot{z} = -gt.$$

Une seconde intégration en prenant pour position initiale $z(0) = h$ et $x(0) = 0$ conduit à

$$\boxed{x(t) = v_0 t} \quad \text{et} \quad \boxed{z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + h}.$$

11. Sans réaction de l'opérateur, le drone touche le sol à l'instant t_s tel que $z(t_s) = 0$, d'où $\boxed{t_s = \sqrt{\frac{2h}{g}}} = 1,2 \text{ s}$.

12. La chute se fait à l'abscisse $x(t_s) = v_0 t_s$ donc $\boxed{x(t_s) = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}} = 4,8 \text{ m} < d$. Ainsi le drone ne tombe pas dans la piscine.

III. Détection et habitabilité d'une exoplanète

1. Le spectre de la lumière en provenance de l'étoile est analysé à différents instants. On mesure le décalage des longueurs d'ondes caractéristiques du spectre du à l'effet Doppler, par rapport à leur position moyenne. Ce décalage permet de remonter à la vitesse radiale de l'étoile à chaque instant.

2. On compte 4 périodes pour une durée $\Delta t = 8 \text{ j } 20 \text{ h}$, ce qui donne une période de révolution $\boxed{T = \frac{\Delta t}{4}} = 1,9 \times 10^5 \text{ s} \approx 2 \text{ j } 5 \text{ h}$.

3. La courbe de vitesse étant proche d'une sinusoïde, la trajectoire est donc approximativement **circulaire**.

4. Le PFD est appliqué à la planète de masse m dans le référentiel centré sur l'étoile qui est supposé galiléen. On suppose que le mouvement est circulaire et **uniforme**², donc l'accélération est radiale et vaut $-\frac{v^2}{R}$. Le PFD s'écrit selon l'axe radial : $-m\frac{v^2}{R} = -\mathcal{G}\frac{mM}{R^2} \Leftrightarrow Rv^2 = \mathcal{G}M$.

Par ailleurs, le mouvement étant uniforme, la vitesse est reliée à la période par $v = \frac{2\pi R}{T}$. En injectant cette relation dans la précédente on obtient la 3ème loi de Kepler : $\boxed{\frac{R^3}{T^2} = \frac{\mathcal{G}M}{4\pi^2}}$.

5. On en déduit $\boxed{R = \left(\frac{\mathcal{G}MT^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}}} = 4,6 \times 10^9 \text{ m} = 0,031 \text{ U.A.}$.

6. Si l'on considère l'étoile très similaire au Soleil, la planète en est donc beaucoup plus proche que la Terre du Soleil. Donc **elle n'est pas dans la zone d'habitabilité**.

2. La rédaction complète de cette question sera revue en cours d'année dans la partie MÉCANIQUE.