CB 1 de PHYSIQUE
Samedi 19 décembre 2015 (durée : 4h)

CALCULATRICES AUTORISÉES

1 Microscope optique

On modélise un microscope optique par deux lentilles convergentes considérées comme minces. La première, l'**objectif**, devra donner de l'objet une image agrandie. La seconde, l'**oculaire** rendra cette image observable par l'œil sans effort.
On notera $\mathcal{L}$ les lentilles minces, $\mathcal{O}$ la position de leur centre optique, F et F' les positions des foyers objet et image. On notera AB les objets, A étant sur l'axe optique, et $\overline{AB}$ leur taille algébrique. Ces objets seront considérés comme plans, et perpendiculaires à l'axe optique.

1. Qu'appelle-t-on stigmatisme ? Est-il rigoureux dans les systèmes optiques usuels ?
2. Définir ce qu'est un objet, une image au sens de l'optique géométrique.
3. Qu'appelle-t-on aplanétisme ?
4. Qu'appelle-t-on foyer image d'un système optique ? Comment peut-on le déterminer expérimentalement de façon très simple ?
5. Qu'est-ce qu'une lentille sphérique ? Qu'appelle-t-on lentille sphérique mince ?
6. Comment peut-on distinguer une lentille convergente d'une lentille divergente ?
7. On observe à l'aide d'un système optique un objet AB très lointain. D'où proviennent les rayons que l'on trace parallèles à l'axe optique ?
8. Rappeler les formules de conjugaison de Descartes et de Newton pour une lentille mince.

Modélisation d'un microscope

L'objectif. L'objectif sera réalisé avec une lentille convergente $\mathcal{L}_1$, placée en O_1, de distance focale $f_1'=\overline{O_1F_1'}$. On prendra $f_1'=5\,\text{mm}$, $\overline{O_1A}=-7{,}5\,\text{mm}$ et $\overline{AB}=a=5\,\text{mm}$.

9. Effectuer la construction géométrique de A_1B_1, image de AB à travers $\mathcal{L}_1$. On prendra pour échelle horizontale 4 cm pour 1 cm.
10. Définir puis calculer le grandissement γ_1 de cette lentille en fonction de f_1' et de $\overline{O_1A}$. Faire l'application numérique.
11. Où doit-on placer l'objet AB par rapport à $\mathcal{L}_1$ pour que son image A_1B_1 soit réelle et agrandie ? On analysera toutes les possibilités.

L'oculaire. Pour l'oculaire, on prendra $f_2'=2\,\text{cm}$.

12. Peut-on observer une image réelle directement à l'œil nu ?
13. Où faut-il placer l'oculaire $\mathcal{L}_2$ pour qu'un œil normal puisse observer l'image $A'B'$ de A_1B_1 à travers $\mathcal{L}_2$ sans accommodation ?
14. Déterminer dans ces conditions l'expression de $\overline{O_1O_2}$ en fonction f_1', f_2', et de $\overline{O_1A}$. En déduire l'expression de $\Delta = \overline{F_1'F_2}$ en fonction des mêmes grandeurs. Faire les applications numériques pour les deux.

Doublet de lentilles minces.

15. On appelle doublet de lentilles minces, une association de deux lentilles $\mathcal{L}_1$ et $\mathcal{L}_2$. On caractérise ce doublet par les distances focales f_1' et f_2' et par l'écartement $\Delta = \overline{F_1'F_2}$.
    (a) Dans le cas général, donner les positions des foyers F et F' du doublet en fonction de f_1', f_2' et Δ. Faire les applications numériques.
    (b) Vérifier ces positions par une construction graphique de F et F' dans le cas où le microscope est réglé tel que $\Delta = 10$ mm. On prendra pour échelle horizontale 1 cm pour 1 cm.

Caractéristiques d'un microscope

L'œil normal peut voir entre le Punctum Proximum PP situé à une distance $d_{PP} = 25$ cm, et le Punctum Remotum PR situé à une distance infinie d_{PR}.
Pour les questions suivantes, on se placera dans les conditions de Gauss.

Grossissement commercial.

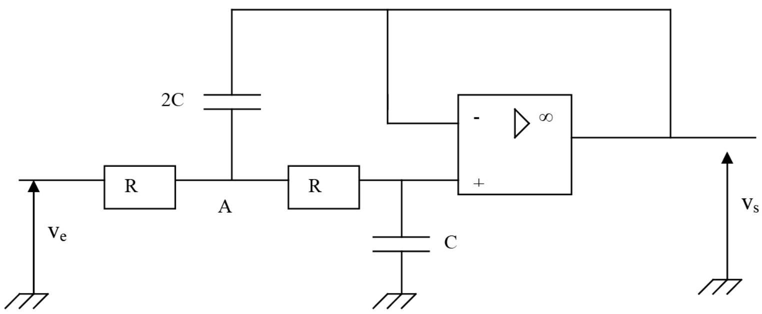
16. On appelle grossissement commercial d'un instrument optique la grandeur $G_c = \left|\frac{\alpha'}{\alpha_{\text{ref}}}\right|$ calculée pour un œil normal : α_{ref} est l'angle sous lequel l'œil voit AB à son PP, et α' l'angle sous lequel il voit l'image $A'B'$ à son PR.
    (a) Déterminer l'expression du grossissement de l'oculaire G_{c2} en fonction de f'_2 et de d_{PP}.
    (b) Exprimer le grossissement G_c du microscope en fonction de G_{c2} et de γ_1. Faire l'application numérique.
    (c) On appelle *puissance intrinsèque* d'un instrument d'optique la grandeur $P_i = \left|\frac{\alpha'}{AB}\right|$, avec les notations définies précédemment. Calculer la puissance intrinsèque du microscope en fonction de γ_1 et de f'_2. Faire l'application numérique.
    (d) En gardant les mêmes lentilles, comment modifier le système pour augmenter les valeurs de G_c et P_i ?

Profondeur de champ (ou latitude de mise-au-point).

17. Le microscope est réglé pour regarder sans accommodation l'objet A tel que $\overline{O_1A} = -7,5$ mm. On considère que l'oeil est placé en F'_2.
    (a) Donner la position des images intermédiaires extrêmes A_{1R} et A_{1P} (sur l'axe) que l'œil peut voir net à travers l'instrument.
    (b) Quel est alors la profondeur de champ l, c'est-à-dire la distance entre les points objets extrêmes A_R et A_P situés sur l'axe que l'œil pourra voir net ? On exprimera le résultat en fonction de f'_1, f'_2, d_{pp} et Δ. Faire l'application numérique.

2 Filtrage

Le but de ce problème est d'étudier un circuit électronique permettant de filtrer des signaux. On considère le circuit électronique suivant :



Le composant symbolisé par un rectangle à trois bornes est un «Amplificateur Opérationnel» (A.O.), aussi appelé «Amplificateur Linéaire Intégré» (ALI). L'A.O. est considéré idéal (symbole ∞) et fonctionne en régime linéaire. Cela signifie :

- d'une part que les courants entrant au niveau des bornes $+$ et $-$ sont toujours nuls,
- et d'autre part que les potentiels des bornes $+$ et $-$ d'un même A.O. sont toujours égaux.

On notera aussi qu'un AO délivre un courant en sa sortie (côté droit), mais ce courant n'est pas connu a priori, puisqu'il dépend du reste du circuit. On peut bien sûr le déterminer si besoin à l'aide des lois de Kirchhoff.

2.1 Étude en régime permanent sinusoïdal

La tension d'entrée est fournie par un générateur basse fréquence et s'écrit $\mathrm{v}_e(t) = E_m \cos(\omega t)$ où $E_m > 0$ est la valeur maximale et ω la pulsation de la tension d'entrée. La tension de sortie sera notée $\mathrm{v}_s(t) = V_m \cos(\omega t + \varphi)$ où $V_m > 0$ désigne la valeur maximale de la tension de sortie et φ le déphasage de celle-ci par rapport à la tension d'entrée. L'étude du filtre sera effectuée en utilisant la notation complexe $\underline{\mathrm{v}_e}$ et $\underline{\mathrm{v}_s}$ pour ces deux tensions (avec $j^2 = -1$) :

$$\begin{cases} \underline{\mathrm{v}_e} = E_m e^{j\omega t} \\ \underline{\mathrm{v}_s} = V_m e^{j(\omega t + \varphi)} \end{cases}$$

1. Déterminer, de manière qualitative et sans calcul, la nature probable du filtre proposé.
2. Montrer que la fonction de transfert de ce circuit peut s'exprimer sous la forme :

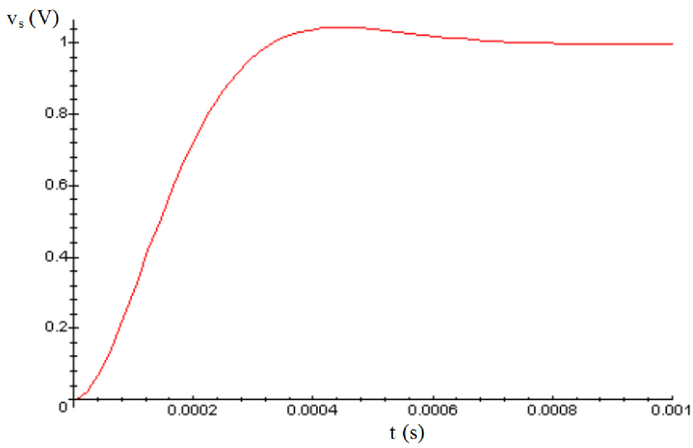
$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{\mathrm{v}_s}}{\underline{\mathrm{v}_e}} = \frac{1}{1 + 2j\sigma\frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

   On exprimera les constantes σ (coefficient d'amortissement du filtre) et ω_0 en fonction de R et C.
3. Déterminer, en fonction de σ et ω_0 :
   (a) le gain du filtre, noté $H(\omega)$, module de la fonction de transfert. Simplifier son expression compte tenu de la valeur de σ.
   (b) le déphasage φ, dont on donnera l'expression de $\tan\varphi$ ainsi que son intervalle de variation.
4. Déterminer la bande passante du filtre, définie comme l'intervalle de pulsations pour lequel on a $H(\omega) \geq \frac{H(0)}{\sqrt{2}}$.
5. Donner l'expression du gain exprimé en décibels, noté G_{dB}. Déterminer le comportement asymptotique du gain en décibels G_{dB}, pour $\omega \ll \omega_0$ et $\omega \gg \omega_0$. Justifier la nature du filtre.
6. Tracer le diagramme de Bode en gain (en dB) : diagramme asymptotique et allure du diagramme réel.
7. A. N. : on donne $C = 1{,}00\,\mu\mathrm{F}$ et $R = 100\,\Omega$. Calculer ω_0 ainsi que la bande passante du filtre.

2.2 Étude du circuit en régime transitoire

La tension d'entrée v_e est désormais quelconque.

8. Déterminer, en utilisant l'expression de la fonction de transfert donnée à la question 2, l'équation différentielle du second ordre qui relie les deux tensions v_e et v_s.
9. On suppose que la tension d'entrée est un échelon de tension, c'est-à-dire que $\mathrm{v}_e(t) = 0$ pour $t < 0$ et $\mathrm{v}_e(t) = E$ pour $t \geq 0$, où E est une tension constante. La figure ci-dessous, obtenue avec un logiciel de calculs formels, donne la variation de la tension de sortie v_s en fonction du temps. Les valeurs numériques sont les mêmes que celles de la question 7.



(a) Quelle est la valeur numérique de la tension E ?

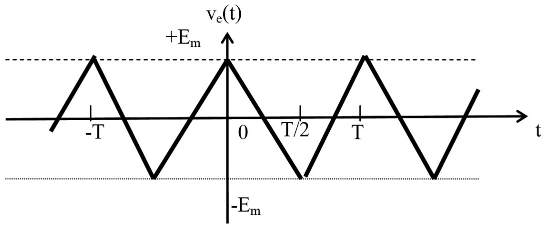
(b) Quelle est la nature du régime transitoire observé ? Justifier.
Établir l'expression de la pseudo-pulsation en fonction de ω_0 et σ.

2.3 Analyse de Fourier

10. La tension d'entrée est désormais une tension triangulaire (voir figure ci-dessous) de pulsation Ω et de période $T = \frac{2\pi}{\Omega}$, dont la décomposition en série de Fourier s'écrit :

$$\mathrm{v}_e(t) = \frac{8E_m}{\pi^2}\left[\cos\Omega t + \frac{1}{3^2}\cos(3\Omega t) + \frac{1}{5^2}\cos(5\Omega t) + ...\right]$$

E_m, valeur maximale de v_e, vaut ici $E_m = 1\,\mathrm{V}$.



On se place dans cette question à $\Omega = \omega_0$ et l'on constate expérimentalement que la tension de sortie v_s est une fonction sinusoïdale du temps.

(a) Déterminer la pulsation ω de la tension de sortie.

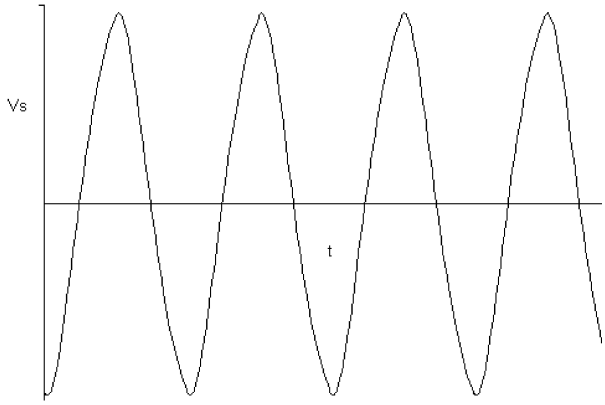
(b) Donner l'expression complète de cette tension de sortie sinusoïdale. On déterminera en particulier la valeur maximale de la tension de sortie, ainsi que son déphasage par rapport à l'entrée.

(c) Reproduire l'allure de $\mathrm{v}_e(t)$ et tracer sur le même schéma l'allure de la tension de sortie $\mathrm{v}_s(t)$.

11. La tension d'entrée est désormais une tension créneau de pulsation Ω et de période $T = \frac{2\pi}{\Omega}$ dont la décomposition en série de Fourier s'écrit :

$$\mathrm{v}_e(t) = \frac{2E_0}{\pi}\left[\cos(\Omega t) - \frac{1}{3}\cos(3\Omega t) + \frac{1}{5}\cos(5\Omega t) - \frac{1}{7}\cos(7\Omega t) + ...\right] = \frac{2E_0}{\pi}\sum_{p=0}^{\infty}(-1)^p\frac{\cos((2p+1)\Omega t)}{2p+1}$$

Quand $\Omega = \omega_0$, on constate expérimentalement que la tension de sortie v_s est presque une fonction sinusoïdale du temps (voir figure ci-dessous).



Quelle est la période du signal de sortie ? Expliquez pourquoi la tension $\mathrm{v}_s(t)$ n'est pas tout à fait sinusoïdale. Montrer que $\mathrm{v}_s(t)$ peut s'écrire avec une bonne approximation comme la somme de deux sinusoïdes que l'on déterminera.

********* FIN de l'ÉPREUVE *********