

THERMODYNAMIQUE

CALCULATRICES AUTORISÉES

Les deux parties sont indépendantes.

I. Fonctionnement d'une turbine à gaz

On se propose d'étudier dans ce problème le fonctionnement d'une turbine à combustion (ou turbine à gaz). Elles fonctionnent habituellement selon un cycle ouvert selon le schéma de la Fig. 1.

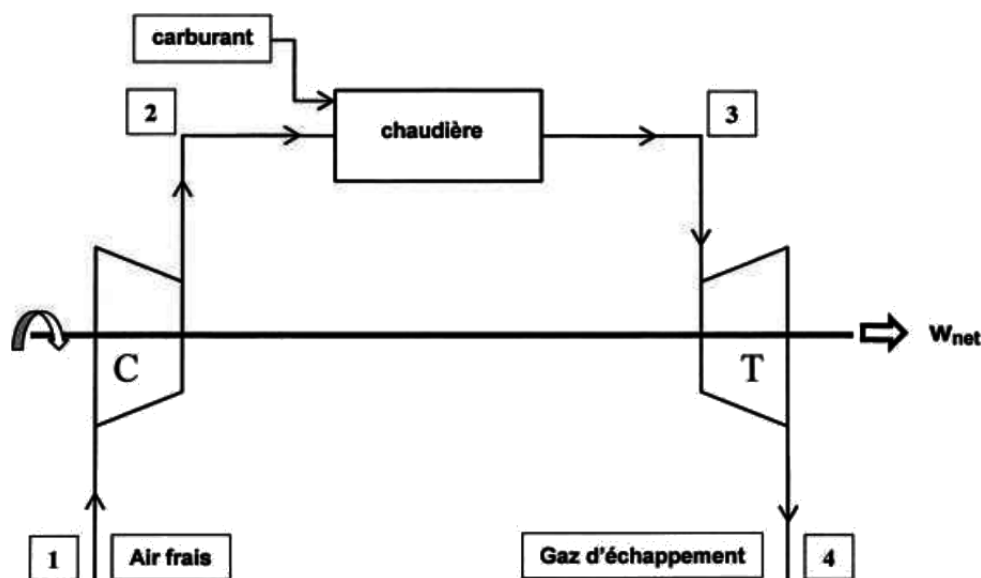


Figure 1 : Cycle ouvert d'une turbine à gaz.

L'air frais pris à l'atmosphère est comprimé à haute pression dans le compresseur (C) puis il est admis dans la chambre de combustion (chaudière). Les gaz chauds résultants de la combustion se détendent alors dans la turbine (T) avant d'être évacués dans l'atmosphère sous forme de gaz d'échappement. Le compresseur et la turbine sont montés sur un même arbre permettant de récupérer un travail net noté w_{net} récupéré pour l'admission d'un kilogramme d'air frais par seconde.

I.1. Préliminaires

Considérons une machine thermodynamique ouverte telle que présentée sur la Fig. 2. Le fluide s'écoule en régime stationnaire avec un débit massique noté D . Il entre dans la machine à une altitude z_e dans les conditions de pression et de température (P_e, T_e) avec une vitesse d'écoulement c_e . Il sort de la machine à une altitude z_s avec une vitesse c_s dans les conditions de pression et température (P_s, T_s). Les canalisations d'entrée et de sortie de la machine sont calorifugées. Le fluide ne peut échanger de chaleur avec l'extérieur que lorsqu'il se trouve dans la machine, où il reçoit le transfert thermique (ou chaleur) massique q . Lors de son passage, l'interaction avec des éléments mobiles de la machine lui apporte un travail massique *utile* (ou travail *indiqué*) noté w .

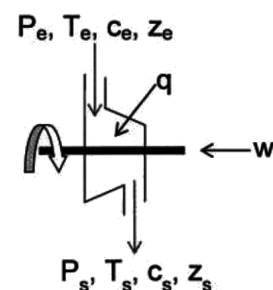


Figure 2 : Bilan en écoulement.

1. Montrer que le premier principe de la thermodynamique appliqué à un système que vous préciserez soigneusement, permet d'établir l'expression suivante en régime stationnaire :

$$(h_s - h_e) + \frac{1}{2}(c_s^2 - c_e^2) + g(z_s - z_e) = q + w$$

avec h l'enthalpie massique du fluide et g la norme du champ de pesanteur terrestre.

2. Par la suite, on sera amené à étudier un écoulement d'air supposé gaz parfait, dont on négligera le travail du poids ainsi que la variation d'énergie cinétique. On notera alors c_p et c_v les capacités thermiques massiques respectivement à pression et volume constants. Elles seront considérées indépendantes de la température.

Sous ces hypothèses, déduire de la question 1. une expression simplifiée faisant intervenir les températures d'entrée et de sortie du fluide.

3. On note R la constante des gaz parfaits, M la masse molaire de l'air, et on définit le coefficient adiabatique $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$. Déterminer c_p et c_v en fonction de R , M et γ .

Pour l'air on prend $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$, $\gamma = 1,4$ et $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$. Calculer c_p et c_v .

I.2. Modélisation idéale du cycle : cycle de Joule

Le cycle ouvert présenté en Fig. 1 peut être modélisé comme un cycle fermé. Ce cycle est présenté sur la Fig. 3.

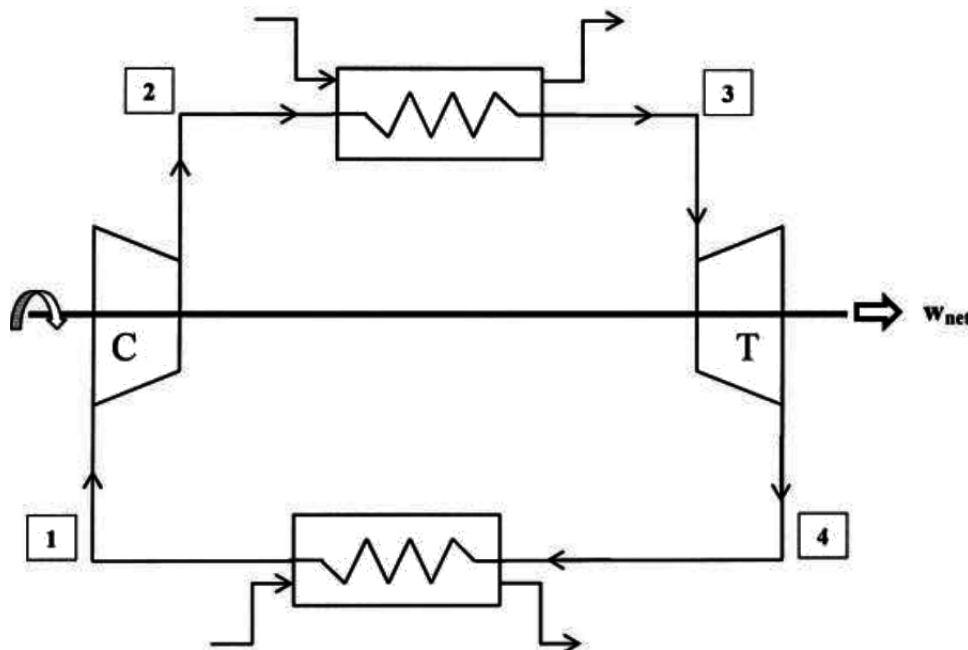


Figure 3 : Cycle de Joule.

Les évolutions de compression et de détente restent inchangées. Le phénomène de combustion est remplacé par une évolution d'échange de chaleur à pression constante avec une source de chaleur externe. L'échappement des gaz brûlés et l'admission d'air frais sont remplacés par une évolution d'échange de chaleur à pression constante avec le milieu extérieur.

L'air subit une succession de 4 évolutions réversibles au cours du cycle :

- au point 1 l'air entre dans le compresseur pour y subir **une compression isentropique** jusqu'au point 2.
- entre les points 2 et 3 l'air échange de la chaleur avec un fluide extérieur dans un échangeur de chaleur **isobare** modélisant la chaudière.
- au point 3 l'air entre dans la turbine pour y subir une **détente isentropique** jusqu'au point 4.
- entre les points 4 et 1 l'air échange de la chaleur avec l'atmosphère dans un échangeur de chaleur **isobare**. L'air du cycle est ainsi refroidi.

4. On note v le volume massique de l'air. Représenter dans le diagramme de Clapeyron (P, v) le cycle subi par l'air. On précisera les points 1, 2, 3, et 4, et le sens de parcours du cycle.

On donne le cycle dans le diagramme (T, s) où s est l'entropie massique de l'air en Fig. 4.

5. Exprimer l'entropie massique de l'air à la température T et à la pression P , notée $s(T, P)$ en fonction de l'entropie massique à la température T_0 et la pression P_0 notée $s(T_0, P_0) = s_0$.
6. En déduire qu'une évolution isobare se représente comme une exponentielle conformément au cycle tracé dans le diagramme (T, s) de la Fig. 4.

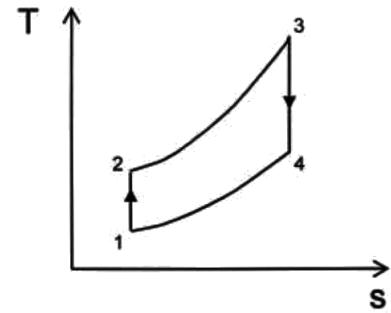


Figure 4

Détermination des grandeurs énergétiques.

Par la suite, on notera toute grandeur relative au point i du cycle, X_i . Par exemple, la température du point 1 est notée T_1 .

7. Déterminer les transferts thermiques q_{23} et q_{41} reçus par l'air dans les deux échangeurs de chaleur en fonction des différentes températures des points 1, 2, 3 et 4 du cycle et des capacités thermiques de l'air.
8. Déterminer les travaux massiques utiles w_{12} et w_{34} , reçus par l'air en traversant respectivement le compresseur et la turbine, en fonction des différentes températures des points 1, 2, 3 et 4 du cycle et des capacités thermiques de l'air.
9. En déduire l'expression de w_{net} (défini en début d'énoncé) en fonction des différentes températures des points 1, 2, 3 et 4 du cycle et des capacités thermiques de l'air.

Expression du rendement et optimisation.

10. Définir le rendement η de l'installation.
En déduire son expression en fonction des températures des points 1, 2, 3 et 4 du cycle.
11. On introduit le taux de compression défini par $\tau = \frac{P_2}{P_1}$. En utilisant les relations existant entre les températures, montrer alors que l'on peut mettre le rendement sous la forme :

$$\eta = 1 - \frac{1}{z}$$

avec z que vous exprimerez uniquement en fonction du taux de compression τ et de γ .

12. Sur quelle(s) grandeur(s) peut-on influencer pour augmenter le rendement ?

Optimisation du travail récupéré sur l'arbre

On impose le fonctionnement de cette turbine à gaz à T_1 fixé à 300 K (température de l'air pris à l'atmosphère), T_3 fixé à 1000 K (grandeur limitée par la résistance des matériaux des aubes de la turbine). T_2 et T_4 quant à elles varient selon le rapport de compression choisi.

13. Dans le diagramme de Clapeyron, que représente l'aire du cycle subi par le fluide ? On justifiera avec soin la réponse.
14. En déduire que l'aire du cycle subi par le fluide en diagramme (T, s) représente le travail net récupéré sur l'arbre w_{net} . On pourra exploiter l'expression du premier principe pour une transformation infinitésimale sur un chemin réversible (autrement appelée *identité thermodynamique*).
15. Les températures des points 1 et 3 du cycle étant fixées ainsi que la pression entre les points 4 et 1 du cycle, représenter le cycle de Joule (en diagramme (T, s)) dans les deux cas suivants :
- Un rapport de compression tel que T_2 se rapproche de la valeur de T_3 .
 - Un rapport de compression tel que T_2 se rapproche de la valeur de T_1 .

En déduire que w_{net} passe forcément par un maximum.

16. Exprimer le travail net w_{net} uniquement en fonction de c_p , T_3 , T_1 et z .
17. Déterminer la valeur de z_m rendant w_{net} maximal uniquement en fonction de T_1 et T_3 (T_1 et T_3 étant considérés fixés). En déduire la valeur maximale que w_{net} peut atteindre, qu'on exprimera uniquement en fonction de c_p , T_3 et T_1 .
18. Calculer numériquement w_{net} , T_2 , T_4 et le rendement dans ce cas de figure.

I.3. Mise en place d'une compression étagée

La compression des gaz est une opération délicate et surtout très coûteuse. Pour répondre à ce problème, on est amené à procéder à une *compression étagée* comme proposé sur la partie droite de la figure ci-dessous.

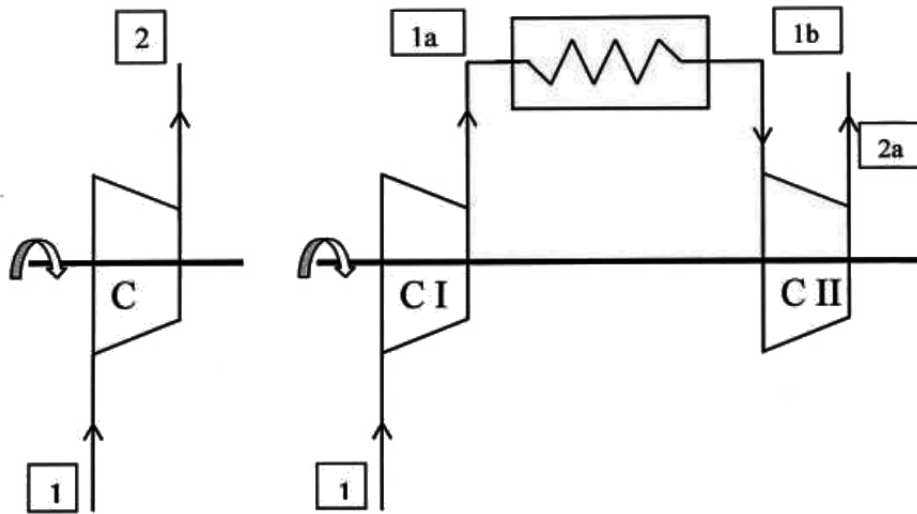


Figure 5 : Compression à un étage (à gauche) et deux étages (à droite).

Au point 1, l'air est sous la pression P_1 et à la température T_1 .

Compression à un étage :

- Évolution $1 \rightarrow 2$: compression isentropique de P_1 à P_2 .

Compression à deux étages :

- Évolution $1 \rightarrow 1a$: compression isentropique de P_1 à P_x .
- Évolution $1a \rightarrow 1b$: refroidissement isobare jusqu'à la température T_1 .
- Évolution $1b \rightarrow 2a$: compression isentropique de P_x à P_2 .

19. En Fig. 6 (ci-contre), on donne le tracé de deux évolutions à partir d'un point 1 du diagramme de Clapeyron : l'une isotherme, l'autre isentropique. Reprenez sur votre copie ce diagramme en identifiant le tracé de l'évolution isentropique et de l'évolution isotherme. On justifiera la réponse en démontrant une relation entre la pente d'une isotherme et la pente d'une isentrope.

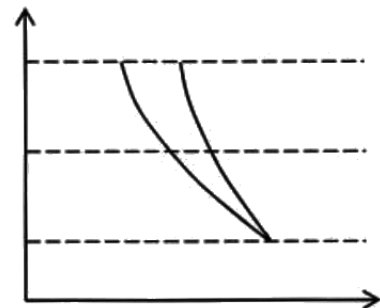


Figure 6

20. Toujours à partir de la Fig. 6, tracer un nouveau diagramme de Clapeyron en y faisant figurer la courbe représentative de l'évolution de $1 \rightarrow 2$ relative à la configuration de compression à un étage. Sur le même graphe, représenter les trois évolutions $1 \rightarrow 1a$, $1a \rightarrow 1b$ et $1b \rightarrow 2a$ relatives à la configuration de compression à deux étages.
21. Par un raisonnement graphique, en déduire l'intérêt d'une compression à deux étages par rapport à la compression à un étage.

22. Dans un diagramme entropique (T, s) , représenter les trois isobares P_1 , P_x , et P_2 . Faire figurer également l'isotherme T_1 . En enfin faire apparaître les trois évolutions $1 \rightarrow 1a$, $1a \rightarrow 1b$ et $1b \rightarrow 2a$.

On pourrait alors montrer que, pour obtenir un travail minimal de compression, il faut choisir un rapport de pression entre chaque étage identique. À savoir ici :

$$\frac{P_2}{P_x} = \frac{P_x}{P_1}.$$

I.4. Turbine à gaz avec compresseur et turbine à 2 étages et régénérateur

Ce que l'on vient de montrer dans la section 3 pour le compresseur est aussi valable pour la turbine . La Fig. 7 représente le schéma de fonctionnement d'une turbine à gaz comprenant un compresseur à deux étages, une chambre de combustion, une turbine à deux étages puis un régénérateur.

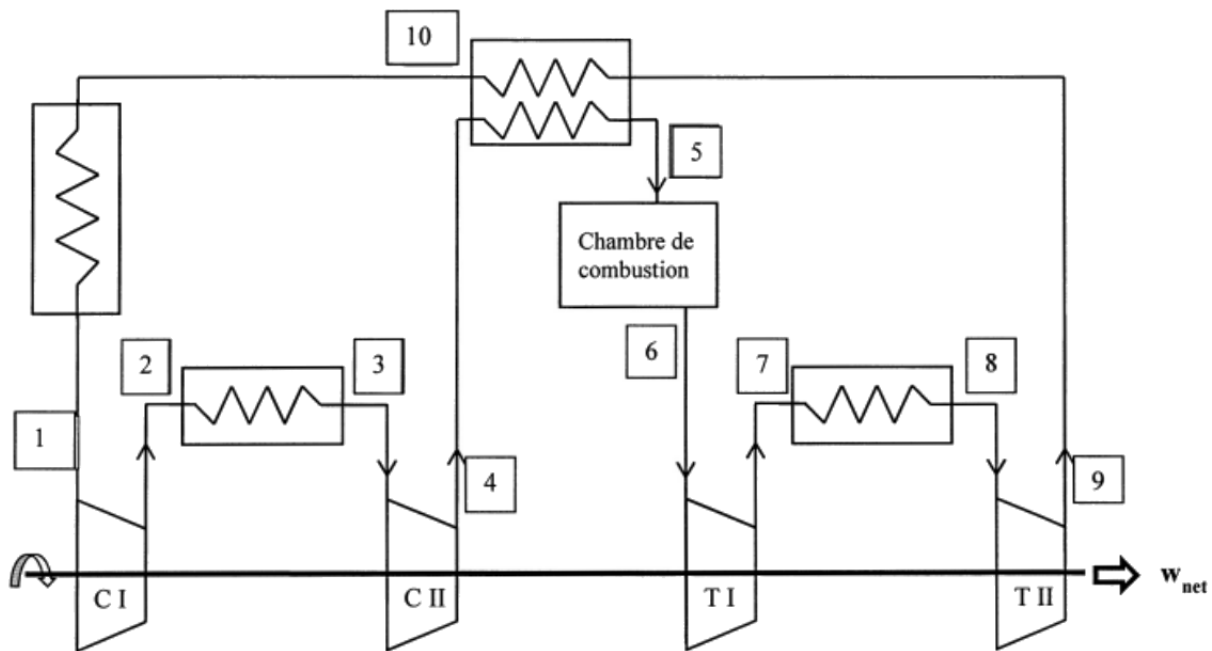


Figure 7 : Turbine à gaz complète.

Les évolutions subies par l'air sont les suivantes :

1 \rightarrow 2 Compression isentropique de P_1 à P_x .

2 \rightarrow 3 Refroidissement isobare.

3 \rightarrow 4 Compression isentropique de P_x à P_2 .

4 \rightarrow 5 L'air passe dans le régénérateur où il est mis en contact avec l'air chaud récupéré en sortie de la turbine à deux étages (point 9). Ce régénérateur permet un préchauffage de l'air avant la combustion. L'air y reçoit un transfert thermique q_{45} de manière isobare.

5 \rightarrow 6 Passage de l'air dans la chambre de combustion où il reçoit de l'extérieur un transfert thermique q_{56} de manière isobare.

6 \rightarrow 7 Détente isentropique de P_2 à P_x .

7 \rightarrow 8 Réchauffement isobare.

8 \rightarrow 9 Détente isentropique de P_x à P_1 .

9 \rightarrow 10 L'air passe dans le régénérateur (supposé idéal), où il est mis en contact avec l'air sortant du compresseur à deux étages (point 4). L'air y reçoit un transfert thermique q_{910} de manière isobare.

10 \rightarrow 1 Refroidissement isobare. L'air reçoit de l'extérieur un transfert thermique q_{101} .

Conformément à ce qui été dit à la fin de la section 3, le rapport des pressions de chaque étage de compression doit être le même. Ce résultat est aussi valable pour les étages de détente. Ceci nous permet de poser :

$$T_1 = T_3 \quad ; \quad T_4 = T_2 = T_{10} \quad ; \quad T_5 = T_7 = T_9 \quad \text{et} \quad T_6 = T_8.$$

23. Dans le diagramme (T, s) de la Fig. 8 sont représentées les isobares P_1 , P_2 et P_x et les isothermes T_1 , T_2 , T_5 et T_6 . Sur la Fig. 8 reprise en document annexe **que l'on rendra avec la copie**, tracer le cycle correspondant au schéma de la Fig. 7. On prendra soin de faire figurer les points 1 à 10 du schéma de la Fig. 7, et d'identifier les isobares et les isothermes.
24. Où peut-on lire graphiquement les transferts thermiques q_{45} , q_{56} , q_{910} et q_{101} par simple différence entre deux grandeurs, à un coefficient près que l'on donnera ? Les faire figurer sur votre diagramme de la question 23..

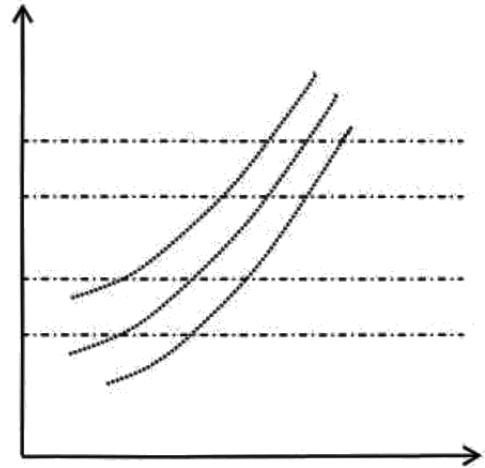


Figure 8

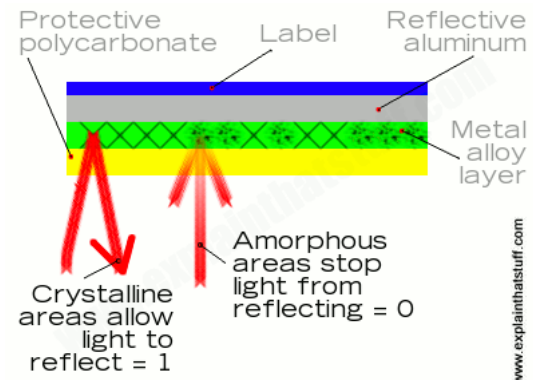
25. Exprimer alors le rendement de cette installation en fonction des différents transferts thermiques massiques échangés au cours du cycle. En déduire une formulation de ce rendement uniquement en fonction des températures T_1 , T_2 , T_5 et T_6 .
26. On désire augmenter le nombre d'étages de compression et de détente, tout en gardant un même rapport de compression (de détente) pour chaque étage de compression (de détente). Considérons n étages de compression pour passer de P_1 à P_2 . Exprimer le taux de compression r d'un étage en fonction de P_1 , P_2 et n .
27. En déduire vers quelle valeur tend ce rapport si n tend vers l'infini.
- On peut alors, dans le cas d'un nombre d'étages de compression et de détente infini, assimiler le cycle subi par l'air à un cycle composé de deux isobares P_1 et P_2 et deux isothermes de température T_a et T_b ($T_a < T_b$) décrit de manière réversible.
28. Tracer ce cycle dans le diagramme (T, s) .
29. Identifier sur ce schéma les évolutions correspondantes au fonctionnement du régénérateur, du réchauffement lors des détentes, et du refroidissement lors des compressions.
30. En appliquant le second principe de la thermodynamique, exprimer le transfert thermique massique q_{ch} échangé par le fluide au cours des détentes, en fonction des températures et pressions caractéristiques du cycle tracé à la question 28..
31. De même, exprimer le transfert thermique massique q_{fr} échangé par le fluide au cours des compressions.
32. En déduire l'expression du rendement η en fonction des températures T_a et T_b .
33. Quelle remarque peut-on faire ? Dans la pratique on se contente de 3 étages. Pourquoi ?

II. Etude thermodynamique d'un CD-RW

On s'intéresse ici à des disques de type CD-RW (« réinscriptible »), c'est-à-dire sur lesquels il est possible d'enregistrer des informations mais aussi de les effacer. La structure de ces disques est la suivantes : une couche de matériau photosensible (à base d'argent, d'indium, de tellure et d'antimoine), est insérée entre la couche métallique réfléchissante et la couche de polycarbonate.

Ce matériau photosensible possède deux variétés allotropiques (on parle de « polymorphisme ») : l'une est polycristalline et transparente, l'autre est amorphe et opaque. Si l'on fait fondre la couche photosensible polycristalline pendant une durée brève, elle adopte l'état amorphe lors du refroidissement. C'est le processus d'« écriture ». L'« effacement » s'obtient en chauffant la couche photosensible moins fortement mais pendant une durée plus longue. Ce processus permet de ramener la couche photosensible dans son état polycristallin. On s'intéressera ici exclusivement au processus d'écriture de l'information.

On note h_1 l'épaisseur de la couche photosensible, c_1 sa capacité thermique massique, μ_1 sa masse volumique, et ℓ_1 son enthalpie massique de fusion. Sa température de fusion est notée T_{fus} .



II.1. Généralités sur les systèmes diphasés

1. Quelle est la particularité d'un mélange diphasé d'un corps pur dont la pression P est fixée ?
2. Comment appelle-t-on les transitions liquide \rightarrow vapeur et solide \rightarrow vapeur ?
3. Dessiner l'allure du diagramme (P, v) d'un corps pur pour la transition liquide-vapeur, v représentant le volume massique. Tracer quelques isothermes et préciser où se situent la courbe de rosée, la courbe d'ébullition, les domaines du liquide seul, de l'équilibre liquide-vapeur et de la vapeur sèche.

II.2. Evaluation de la vitesse maximale d'écriture

Le faisceau laser d'écriture est assimilé à un cylindre circulaire de rayon r_0 , d'axe orthogonal à la surface du disque. La puissance thermique apportée par le laser à la couche photosensible est notée \mathcal{P}_0 . Elle est supposée uniformément répartie dans la section du faisceau. Le laser fonctionne en régime stationnaire.

Dans un premier temps, le disque ne tourne pas.

4. Exprimer en fonction des données la masse m_1 de couche photosensible qui reçoit la lumière du laser.
5. Exprimer le transfert thermique Q_1 qu'il faut apporter à la masse m_1 de matière photosensible pour la faire passer de la température ambiante T_0 à la température fusion T_{fus} sans changer d'état ?
6. Exprimer le transfert thermique Q_2 qu'il faut apporter à la masse m_1 pour la faire fondre entièrement, la température restant constante et égale à T_{fus} ?
7. On suppose que la puissance du laser est totalement absorbée par la couche photosensible. Exprimer en fonction des données la durée minimale Δt_{min} pendant laquelle il est nécessaire d'illuminer le disque à l'arrêt, pour réchauffer et faire fondre entièrement la zone de la couche photosensible située en face du faisceau ?
8. Calculer Δt_{min} pour $c_1 = 2,50 \times 10^2 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$, $T_0 = 300 \text{ K}$, $T_{\text{fus}} = 900 \text{ K}$, $\ell_1 = 1,00 \times 10^5 \text{ J.kg}^{-1}$, $\mathcal{P}_0 = 14,0 \text{ mW}$, $h_1 = 1,00 \text{ }\mu\text{m}$, $r_0 = 0,550 \text{ }\mu\text{m}$ et $\mu_1 = 3,00 \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$.

À présent, le disque optique est animé d'un mouvement de rotation tel que la piste du CD-RW défile à vitesse linéaire constante v_1 devant le faisceau laser.

9. Quelle est la surface dS balayée sur le disque optique par le faisceau laser pendant une durée dt ?

10. Quel est la masse dm de matériau photosensible que le laser doit amener de la température ambiante T_0 à la température T_{fus} puis faire fondre pendant dt ?
11. En déduire l'expression de la vitesse maximale $v_{1\text{max}}$ d'écriture du CD-RW pour la puissance \mathcal{P}_0 du laser.
12. Calculer $v_{1\text{max}}$ à l'aide des valeurs numériques données à la question 8..

* * * FIN DE L'ÉPREUVE * * *

ANNEXE

NOM Prénom :

