INDUCTION

I. Dispositifs à induction dans un véhicule *(d'après CCP TSI 2013)*

I.1. Amortissement électromagnétique

1. **a)** $\Phi = Baz$.

b) Loi de Faraday en convention générateur : $e = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -Ba\dot{z}$.

c) **SCHEMA** $e = Ri$ donc $\boxed{i = -\dfrac{Ba}{R}\,\dot{z}}$.

2. Les forces appliquées aux portions de cadre verticales se compensent mutuellement car le courant change de sens. Seul le côté horizontal (supérieur) contribue à la force de Laplace : $\boxed{\vec{F} = aBi\vec{u}_z}$.

3. Ceci conduit à $\boxed{\vec{F} = -\dfrac{a^2B^2}{R}\,\dot{z}\vec{u}_z}$. Il s'agit d'une force linéaire en la vitesse verticale et qui lui est toujours opposée, donc elle agit comme une force de frottement fluide.
Un tel système a l'avantage de ne pas nécessiter de contact mécanique, et aussi d'être réglable via l'ajustement du champ magnétique.

4. Posons $\vec{F} = -h\,\dot{z}\vec{u}_z$ avec $h = \frac{a^2B^2}{R}$, d'où $\boxed{B = \dfrac{\sqrt{hR}}{a}}$.

5. On obtient $B = \underline{10\,\mathrm{T}}$.
Un aimant permanent peut produire un champ de l'ordre de 10^{-2} à 10^{-1} T.
On peut atteindre 10 T à l'aide d'une électro-aimant (ex : dans les appareil IRM-RMN).

I.2. Freinage électromagnétique

6. Le mouvement de la roue induit une variation de flux dans les spires qui baignent partiellement dans le champ magnétique, donc des fem induites. Ceci induit des courants qui donnent lieu à des forces de Laplace dont l'effet doit être de freiner la roue, en vertu de la Loi de Lenz.

7. **SCHEMA** En notant θ l'angle du secteur circulaire plongé dans le champ magnétique (orienté dans le sens de ω), le flux magnétique vaut $\Phi = \frac{1}{2}L^2\theta$ d'où $\boxed{e = -\frac{1}{2}L^2\omega}$.

8. Considérons d'abord les spires formées par deux rayons consécutifs qui baignent dans le champ $\vec{B}$. Elles sont traversées par un flux constant, donc **la fem induite totale dans chacune est nulle**. Donc en procédant de proche en proche depuis le rayon (ON) (qui est le siège de la fem e centripète), on en déduit que chaque rayon immergé dans $\vec{B}$ est le siège d'une fem égale $e = -\frac{1}{2}L^2\omega$ d'orientation centripète.
De même les spires totalement à l'extérieur du champ ne sont le siège d'aucune fem. Donc en procédant de proche en proche depuis le rayon (OM) (qui n'est le siège d'aucune fem), on en déduit que chaque rayon de la zone hors champ n'est le siège d'aucune fem induite.
Ceci est cohérent avec la seconde spire partiellement immergée (à droite), qui donnerait par le calcul un résultat symétrique à celui de la spire $(OMNO)$.

9. Chaque rayon immergé est de résistance R, il est soumis à la même tension u (car les arcs de cercle ne sont pas résistifs), et il est le siège de la même fem induite. Donc il est traversé par un courant centripète i_0 tel que $u = e - Ri_0$, c'est-à-dire $i_0 = (e-u)/R$. Ainsi c'est le même courant qui parcourt chacun de ces rayons.
On peut dire de même pour les rayons non immergés, qui sont tous parcourus par un même courant $i_1 = -u/R$.

10. La loi des nœuds impose $\frac{N}{2}(i_0+i_1) = 0$ donc $i_0 = -i_1$. On en déduit $u = \frac{e}{2}$ et $\boxed{i_0 = -i_1 = \dfrac{e}{2R} = -\dfrac{BL^2}{4R}\,\omega}$.

11. Chaque rayon immergé donne une contribution identique (attention on intègre en progressant le long d'un rayon dans le sens de i_0) :

$$\vec{\mathcal{M}}_i(O) = \int_{r=L}^{r=0} \vec{OP} \wedge (i_0\mathrm{d}\vec{OP} \wedge \vec{B}) = Bi_0\,(-\vec{e}_x)\int_L^0 r\mathrm{d}r = \frac{1}{2}L^2Bi_0\,\vec{e}_x$$

(le facteur $\frac{1}{2}$ revient à considérer un point d'application de la force de Laplace au milieu du rayon). Il y a $\frac{N}{2}$ tels rayons donc au total

$$\boxed{\vec{\mathcal{M}}(O) = \frac{1}{4}NL^2Bi_0\,\vec{e}_x}.$$

12. La roue subit les actions de Laplace ainsi que son poids et la réaction du support. Ces dernières actions donnent un moment résultant nul si la roue est équilibrée d'une part, et si la liaison pivot est idéale d'autre part. En remplaçant i_0 dans $\vec{\mathcal{M}}(O)$, le théorème du moment cinétique dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen donne :

$$J\dot{\omega} = -\frac{NL^2B}{16R}\,\omega \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\dot{\omega} + \frac{1}{\tau}\,\omega = 0} \quad \text{avec} \quad \boxed{\tau = \frac{16RJ}{NB^2L^4}}.$$

La résolution conduit à $\boxed{\omega = \omega_0\,e^{-\frac{t}{\tau}}}$. **SCHEMA**

13. Bilan mécanique : $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}J\omega^2\right) = -\frac{NL^2B}{16R}\,\omega^2 = \mathcal{P}_L$.
Bilan énergétique sur les rayons immergés : $2Ri_0 = e$ donc $\frac{N}{2}2Ri_0^2 = \frac{N}{2}ei_0 = -\mathcal{P}_L$.
D'où en sommant ces deux équations :

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}J\omega^2\right) = -NRi_0^2}.$$

Ainsi, **toute l'énergie cinétique de la roue est dissipée par effet Joule dans les résistances de tous les rayons**.

14. **a)** La puissance des actions de Laplace, $\mathcal{P}_L$, est proportionnelle à ω^2 donc la puissance de ce freinage est d'autant moins importante que le véhicule roule lentement. Ainsi le véhicule ne peut s'arrêter. Il faut un freinage secondaire qui permet de s'arrêter rapidement.

b) Dans les freins à disque, l'énergie cinétique du véhicule est convertie aussi en chaleur, mais par **frottements solides**.
Les freinages par courant de Foucault sont utiles à grande vitesse, et permettent d'**économiser les plaquettes de freins**, qui s'usent par frottement. D'autre part ils évitent le phénomène de **lubrification** par frottement au niveau du contact plaquettes-disques, qui peut se produire si les frottements sont intenses.