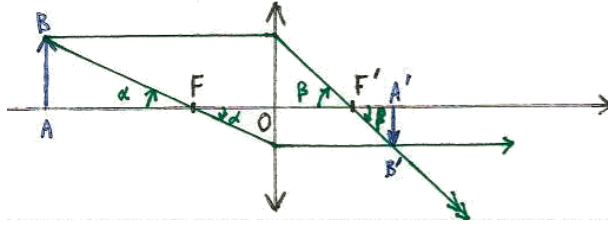


Devoir de rentrée

I. Photographie de l'expérience de Rüchardt

1. a) L'image B' de B est obtenue par intersection de deux rayons émergeant particuliers. On choisit, pour la suite, le rayon incident passant par le foyer objet F , qui émerge parallèle à l'axe, ainsi que le rayon incident parallèle à l'axe qui émerge en passant par le foyer image F' . L'image A' de A est obtenue par aplanétisme, valable dans les conditions de Gauss.



- b) On utilise les angles orientés α et β définis sur le schéma, associés à deux couples de triangles semblables... cf cours. On obtient la relation de conjugaison $\overline{FA.F'A'} = -f'^2$ et la relation de grandissement

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{f'}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{F'A'}}{f'}$$

- c) Travaillons à partir de la relation de grandissement, avec des grandeurs positives : $\overline{AF} = f' \frac{\overline{AB}}{\overline{B'A'}} = f' \frac{h}{\overline{B'A'}}$. On souhaite que $\overline{B'A'} \leq c$ donc il faut $\overline{AF} \geq f' \frac{h}{c} \approx 1,0 \text{ m}$.

2. a) Le mouvement étant sinusoïdal, il s'écrit de façon générale ainsi : $z(t) = Z_m \cos(2\pi f_0 t + \varphi)$. La vitesse est alors $\dot{z} = -2\pi f_0 Z_m \sin(2\pi f_0 t + \varphi)$, de valeur maximale en valeur absolue $v_{\max} = 2\pi f_0 Z_m$.

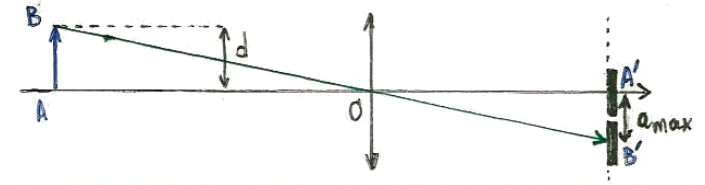
- b) Lorsque la bille atteint sa vitesse maximale, elle parcourt la distance d en un temps Δt . Il est alors nécessaire, pour avoir une photo nette, que la durée d'exposition τ soit inférieure à Δt . Ainsi, $\tau_{\max} = \Delta t = \frac{d}{v_{\max}}$ soit $\tau_{\max} = \frac{d}{2\pi f_0 Z_m} = 1,6 \times 10^{-3} \text{ s}$.

- c) Le nombre de photons reçus par la pellicule pour un niveau d'éclairement donné est proportionnel à la durée d'exposition τ , et proportionnel à la surface d'ouverture du diaphragme $\frac{\pi}{4} D^2$. Donc $Q = K \tau D^2$, avec K une constante dépendant entre autres de l'éclairement (sans importance ici).

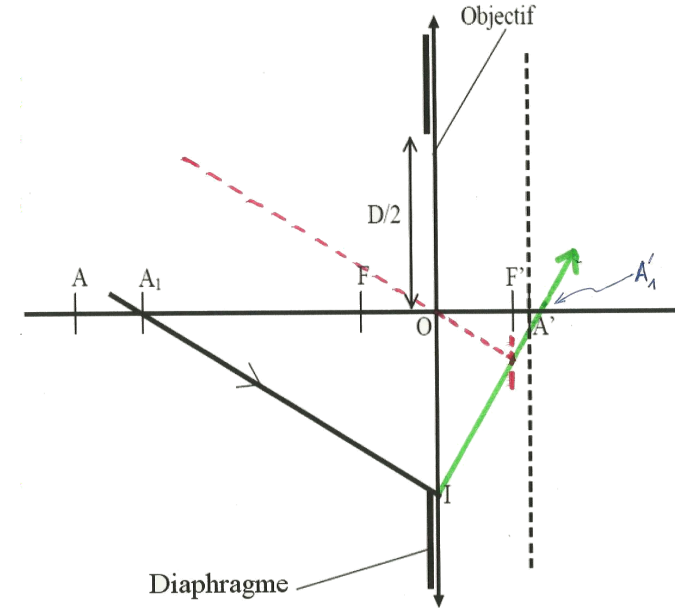
Si $\tau = \tau_{\max}$, le diaphragme vérifie $\tau_{\max} D^2 = \tau_0 D_0^2$, d'où $D = \sqrt{\frac{\tau_0}{\tau_{\max}}} D_0 = 16 \text{ mm}$.

- d) On raisonne sur un objet \vec{AB} représentant deux positions de la bille espacées d'une distance d lorsqu'elle atteint sa vitesse maximale. Les images A' et B' sont situées sur la pellicule, mais d'après la relation de conjugaison $\frac{\overline{A'F'}}{f'} = \frac{f'}{\overline{FA}} = \frac{f'}{\ell} \approx 0,05 \ll 1$. Donc on peut faire l'approximation $A \approx F'$ (l'image est quasiment dans le plan focal).

Par ailleurs, l'image risque d'être floue à partir du moment où A' et B' se trouvent sur des grains voisins, c'est-à-dire $\overline{A'B'} = -a_{\max}$ (cf figure ci-dessous). Le théorème de Thalès (ou la relation de grandissement) conduit alors à $a_{\max} \approx f' \frac{d}{\ell} \approx 50 \mu\text{m}$.

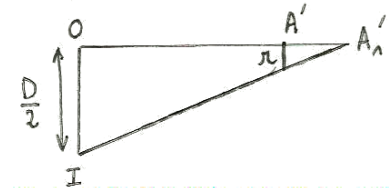


3. a) Pour construire le rayon émergeant, on suppose que (A_1I) appartient à un faisceau parallèle incident, qui doit donc converger dans le plan focal image (en un foyer secondaire). Ce point est obtenu par intersection du plan focal avec le rayon imaginaire de ce faisceau passant par O (trait pointillé rouge).



- b)

On obtient le schéma ci-contre, d'où $r = \frac{D}{2} \frac{A'A_1'}{OA_1'}$.



- c) Pour que l'image A_1' soit vue nette, il est nécessaire que $r_{\max} = \frac{a}{2}$. La relation précédente conduit alors à $\frac{a}{D} = \frac{A'A_1'}{OA_1'} = \frac{\overline{AO}}{\overline{OA_1'}} + 1$, d'où $\frac{a}{D} = 1 - \overline{OA'} \left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{OA_1} \right)$ en appliquant la relation de conjugaison de Descartes. On en déduit $\overline{OA_1} = \left[\frac{1}{\overline{OA'}} \left(1 - \frac{a}{D} \right) - \frac{1}{f'} \right]^{-1}$ ce qui de nouveau se ré-écrit avec la loi de Descartes : $\overline{OA_1} = \left[\left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{OA} \right) \left(1 - \frac{a}{D} \right) - \frac{1}{f'} \right]^{-1}$. Finalement, $\overline{AA_1} = \overline{OA_1} - \overline{OA}$ avec $\overline{OA} = -\ell$, d'où

$$\overline{AA_1} = \left[\left(\frac{1}{f'} - \frac{1}{\ell} \right) \left(1 - \frac{a}{D} \right) - \frac{1}{f'} \right]^{-1} + \ell = 1,25 \text{ cm}$$

Remarque : On peut vérifier que $\overline{AA_1}$ est une fonction (ici positive) croissante du rapport $\frac{a}{D}$. Donc la profondeur de champ augmente lorsque le diaphragme est plus petit, ou lorsque les grains du capteur sont plus gros.

- d) Si A_1 est situé à gauche de A , alors A'_1 est en avant de A' , d'où $\frac{a}{D} = -\frac{A'A_1}{OA_1}$. En reprenant les calculs, on voit que ce changement de signe conduit à

$$\overline{AA_1} = \left[\left(\frac{1}{f'} - \frac{1}{\ell} \right) \left(1 + \frac{a}{D} \right) - \frac{1}{f'} \right]^{-1} + \ell = \underline{-1,28 \text{ cm}}.$$

Remarque : la remarque précédente sur le rôle de $\frac{a}{D}$ est toujours valable.

- e) Pour voir nette la totalité de la profondeur du tube en verre, il est nécessaire que celui-ci soit de diamètre inférieur à la somme des deux distances précédemment calculées, c'est-à-dire inférieure à $1,28 + 1,25 = \underline{2,53 \text{ cm}}$.

II. Influence des réglages d'un appareil photo

- L'exposition varie en D^2 , donc il faut multiplier D par $\sqrt{2}$, donc multiplier N par $\frac{1}{\sqrt{2}}$.
- a) La taille du pixel peut être évaluée par $p = \sqrt{\frac{24 \times 36 \times 10^{-6}}{25 \cdot 10^6}} \approx \underline{5,9 \mu\text{m}}$. L'objet peut être supposé à l'infini par rapport à sa focale. La distance hyperfocale est alors

$$h = \frac{f'^2}{Np} = \frac{0,03^2}{11 \times 5,9 \cdot 10^{-6}} \approx \underline{13,9 \text{ m}}$$

- b) La diffraction conduit à une tache de diamètre $d = 2N\lambda \approx \underline{11 \mu\text{m}} \sim 2p$ pour $\lambda \approx 0,5 \mu\text{m}$. Donc la diffraction joue sur le piqué de l'image, mais de façon uniforme sur la photo. Donc elle ne change pas la distance hyperfocale, en dessous de laquelle l'image des points objet sera vraiment floue.
- La profondeur de champ diminue avec la focale et l'ouverture. Donc pour avoir un flou artistique autour du sujet on utilisera une **grande focale** et une **grande ouverture** : $(f = 100 \text{ mm}, f/2)$. Une focale longue permet aussi d'éviter la **distorsion**.
 - Il s'agit d'un calcul similaire à celui de la question 2. du III. (Expérience de Ruchardt, même schéma que le III.2.d).

Tout d'abord en appliquant la relation issue de la loi de Kepler, on trouve $\omega \approx 5,2 \times 10^{-4} \text{ rad.s}^{-1}$.

On se place au moment où le satellite est sur l'axe optique de l'objectif de l'appareil. Pendant la durée τ_{max} , le satellite tourne autour du centre de la Terre d'une distance $(R_T + h)\omega\tau_{\text{max}}$. Comme l'appareil est à la surface du sol, ce faisant il se décale par rapport à l'axe optique d'un angle $\alpha = \frac{R_T + h}{h}\omega\tau_{\text{max}}$ (on assimile $\tan \alpha$ à α). Pour que l'image de ne soit pas floue il faut qu'elle ne se déplace pas de plus de p sur le capteur : $\alpha \approx \tan \alpha \leq \frac{p}{f}$. D'où $\tau_{\text{max}} = \frac{p}{f(1 + \frac{R_T}{h})\omega} \approx \underline{0,10 \text{ s}}$. Donc on choisit donc la valeur maximale

1/10 s.