

SIGNAUX

1. Quelques questions d'électricité

1. Réseau à 2 mailles

La tension u s'applique à une résistance équivalente $R_e = R_3 // (R_2 + R_4) = \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2 + R_4}\right)^{-1}$. Par la loi du pont diviseur de tension on a donc

$$u = \frac{E}{1 + R_1/R_e} \quad \text{donc} \quad u = E \left(1 + \frac{R_1}{R_3} + \frac{R_1}{R_2 + R_4}\right)^{-1} = 1,5 \text{ V}$$

Par la loi d'Ohm, on en déduit $i = u/(R_2 + R_4)$ donc $i = E \left(\left(1 + \frac{R_1}{R_3}\right)(R_2 + R_4) + R_1\right)^{-1} = 15 \text{ mA}$.

Autre méthode, plus basique : passer par les lois de Kirchhoff. Il y a deux mailles indépendantes, donc deux relations à écrire, en fonction de 2 courants inconnus. On introduit i_1 qui traverse R_1 dans le sens de E . D'où

$$E = R_1 i_1 + R_3(i_1 - i) \quad \text{et} \quad R_3(i_1 - i) = (R_2 + R_4) i.$$

La résolution de ce système de 2 équations à 2 inconnues conduit au même résultat (de façon moins pédestre!).

2. Bilan de puissance pour un générateur

1. La puissance cédée en convention récepteur s'écrit $\mathcal{P}_c = ui$ avec $u = E - R_g i$, d'où $\mathcal{P}_c = E i - R_g i^2$. Elle admet un maximum en $i = \frac{E}{2R_g}$

(après dérivation) tel que $\mathcal{P}_{\max} = \frac{E^2}{2R_g}$.

2. Le point de fonctionnement a pour courant $i = \frac{E}{2R_g}$ donc pour tension $u = E - R_g i = \frac{E}{2}$.

3. Cette puissance reçue par la résistance n'est autre que la puissance cédée par le générateur, $\mathcal{P}_c = ui$. Mais cette fois on a un pont diviseur de tension : $u = \frac{R}{R + R_g} E$ et $i = u/R$ donc

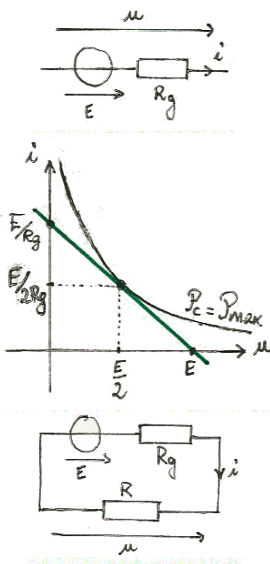
$$\mathcal{P}_c = \frac{R E^2}{(R + R_g)^2} = \mathcal{P}_{\max} \frac{2x}{(1 + x)^2} \quad \text{avec} \quad x = \frac{R}{R_g}.$$

On a $\lim_{x \rightarrow 0, +\infty} \mathcal{P}_c = 0$. Le courant et la tension u étant bornées, la puissance reçue par la résistance tend vers 0 lorsque $R \rightarrow 0$ car alors $u \rightarrow 0$, ou lorsque $R \rightarrow \infty$ car alors $i \rightarrow 0$.

4. On aura donc une puissance maximale pour une valeur intermédiaire de x donc de R (car la puissance est positive). Une étude de fonction permet de le vérifier. Le maximum est obtenu pour $x = 1$, donc $R = R_g$,

ce qui conduit à $\mathcal{P}_c = \mathcal{P}_{\max} = \frac{E^2}{2R_g}$. Et on retrouve que $u = \frac{E}{2}$ ce qui

correspond bien au point de fonctionnement trouvé en 1.. D'ailleurs si on superpose au graphe la caractéristique $i = \frac{u}{R_g} = \frac{u}{R}$, on voit qu'elle passe par ce même point de fonctionnement.



3. Association de dipôles

La diode est modélisée a priori avec une tension de seuil U_s et une résistance dynamique r_d (cf cours, cf figure a). On raisonne sur une caractéristique $i = f(u)$.

On commence par associer en SERIE la diode avec R , ce qui revient à **additionner les caractéristiques horizontalement** (figure a, vert+noir=orange). On obtient une caractéristique similaire à celle de la diode mais de pente $\frac{1}{r_d + R}$.

Ensuite on associe ce nouveau dipôle en DERIVATION avec R' , ce qui revient à **additionner les caractéristiques verticalement** cette fois (cf figure b, vert+noir=orange). On obtient une caractéristique passant par 0 (dipôle passif), de pente $\frac{1}{r_d + R}$ pour $u > U_s$ et de pente $\frac{1}{R'}$ pour $u < U_s$. Il s'agit en quelque sorte d'un pseudo-conducteur ohmique dont la résistance dépendrait du signe de $u - U_s$.

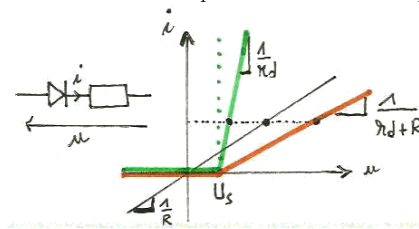


figure a

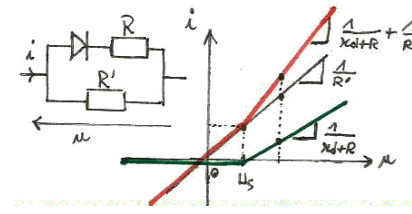


figure b

II. Interférences à l'aide de fentes d'Young

1. Dispositif des fentes d'Young

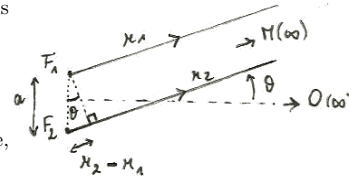
1. Les deux sources secondaires F_1 et F_2 sont synchrones, donc interfèrent¹.
2. Le problème est invariant par translation selon l'axe Oy . Les figures d'interférence formées par chaque couple de sources ponctuelles (pour une valeur donnée de y) vont se superposer. On raisonne donc dans des plans parallèles au plan Oxz . Dans chacun de ces plans, chaque point source émet une onde sphérique dont la phase en M (appartenant à ce plan) est $\frac{2\pi}{\lambda_0}(ct - r_i)$ avec $i = 1$ ou 2 . D'où $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}(r_2 - r_1)$. Au point O , on a $r_1 = r_2$ donc $\Delta\varphi = 0$. Les ondes sont en phase donc la frange est brillante.

3. L'écran étant considéré à l'infini, on peut considérer les deux "rayons" F_iM parallèles.

Ainsi $r_2 - r_1 \approx a \sin \theta$ avec θ l'angle sous lequel est vu le point M depuis les fentes sources. Comme $\tan \theta = \frac{x}{D}$ et $\sin \theta \approx \tan \theta$, on obtient

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{ax}{D}$$

Les courbes de déphasage constant correspondent à $x = \text{constante}$, donc les franges d'interférences sont des droites $x = \text{constante}$.



4. Les franges brillantes correspondent à une interférence constructive $\Delta\varphi = p2\pi$ avec $p \in \mathbb{Z}$. Deux franges brillantes successives sont séparées d'une distance i . La frange p vérifie $p2\pi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{ax}{D}$, et la frange $p+1$ vérifie $(p+1)2\pi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{a(x+i)}{D}$. Par différence on obtient $2\pi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{ai}{D}$ d'où $i = \frac{\lambda_0 D}{a} = 2,5 \text{ mm}$. Cette distance ne dépend pas de p donc les franges brillantes sont équidistantes.

5. Les franges sombres correspondent à une interférence destructive : $\Delta\varphi = (p + \frac{1}{2})2\pi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{ax_p}{D}$ avec $p \in \mathbb{Z}$. D'où les positions $x_p = (p + \frac{1}{2})i$.

2. Interféromètre de Rayleigh

6. Le déphasage s'écrit maintenant $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{ax'}{f'}$. Par le même raisonnement que précédemment on obtient $i' = \frac{\lambda_0 f'}{a}$. N'ayant pas la valeur de f' , on ne peut faire l'AN.
7. L'onde lumineuse venant de F_1 se propage dans un milieu moins dense à travers T_1 , donc plus rapidement (l'indice est d'autant plus faible que l'air est rare). Elle arrive donc au point O avec une légère avance de phase par rapport à l'onde passant par T_2 . Par conséquent, les deux ondes ne sont plus en phase en $x = 0$, mais le sont un peu plus bas ($x < 0$), de telle sorte que l'avance de phase due à la raréfaction de l'air dans le tube T_1 soit compensée par un retard de phase dû à un trajet plus long en passant par ce chemin. Ainsi, la frange brillante située au début en $x = 0$ se décale progressivement vers le bas, suivie des autres franges brillantes situées au dessus d'elle.
8. On observe un défilement de 101,5 franges, soit $q + \frac{1}{2}$ avec $q = 101$. Ceci correspond à un déphasage $\Delta\varphi = (q + \frac{1}{2})2\pi$ qui peut s'exprimer par ailleurs via la différence de temps de trajet Δt entre les deux tubes : $\Delta\varphi = 2\pi\nu_0\Delta t$ où $\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0}$ est la fréquence de l'onde lumineuse, et $\Delta t = \frac{n_{\text{air}}L}{c} - \frac{L}{c} = \Delta n \frac{L}{c}$. Ceci conduit à

$$(q + \frac{1}{2})2\pi = 2\pi \Delta n \frac{L}{\lambda_0} \Leftrightarrow \Delta n L = (q + \frac{1}{2})\lambda_0$$

Cette dernière expression exprime les choses en terme de différence de marche. Finalement, on obtient

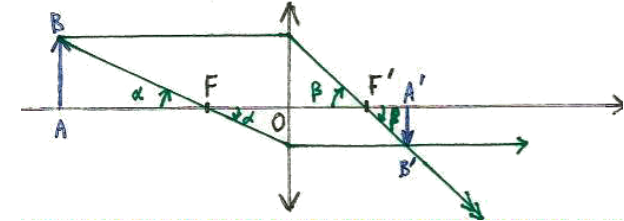
$$\Delta n = (q + \frac{1}{2}) \frac{\lambda_0}{L} = 2,93 \times 10^{-3}$$

On remarque au passage la grande précision accessible grâce aux méthodes interférentielles.

1. On verra en SPE que la lumière étant constituée de trains d'onde, il ne suffit pas que les sources soient synchrones. Il faut aussi que les deux ondes proviennent de la même source primaire.

III. Photographie de l'expérience de Rüchardt

1. a) L'image B' de B est obtenue par intersection de deux rayons émergents particuliers. On choisit, pour la suite, le rayon incident passant par le foyer objet F , qui émerge parallèle à l'axe, ainsi que le rayon incident parallèle à l'axe qui émerge en passant par le foyer image F' . L'image A' de A est obtenue par aplanétisme, valable dans les conditions de Gauss.



b) On utilise les angles orientés α et β définis sur le schéma, associés à deux couples de triangles semblables... cf cours. On obtient la relation de conjugaison $\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2$ et la relation de grandissement

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{f'}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{F'A'}}{f'}$$

c) Travaillons à partir de la relation de grandissement, avec des grandeurs positives : $\overline{AF} = f' \frac{\overline{AB}}{\overline{B'A'}} = f' \frac{h}{h'}$. On souhaite que $\overline{B'A'} \leq c$ donc il faut $\overline{AF} \geq f' \frac{h}{c} \approx 1,0 \text{ m}$.

2. a) Le mouvement étant sinusoïdal, il s'écrit de façon générale ainsi : $z(t) = Z_m \cos(2\pi f_0 t + \varphi)$. La vitesse est alors $\dot{z} = -2\pi f_0 Z_m \sin(2\pi f_0 t + \varphi)$, de valeur maximale en valeur absolue $v_{\text{max}} = 2\pi f_0 Z_m$.

b) Lorsque la bille atteint sa vitesse maximale, elle parcourt la distance d en un temps Δt . Il est alors nécessaire, pour avoir une photo nette, que la durée d'exposition τ soit inférieure à Δt . Ainsi, $\tau_{\text{max}} = \Delta t = \frac{d}{v_{\text{max}}}$ soit $\tau_{\text{max}} = \frac{d}{2\pi f_0 Z_m} = 1,6 \times 10^{-3} \text{ s}$.

c) Le nombre de photons reçus par la pellicule pour un niveau d'éclairement donné est proportionnel à la durée d'ouverture τ , et proportionnel à la surface d'ouverture du diaphragme $\frac{\pi}{4} D^2$. Donc $Q = K \tau D^2$, avec K une constante dépendant entre autres de l'éclairement (sans importance ici).

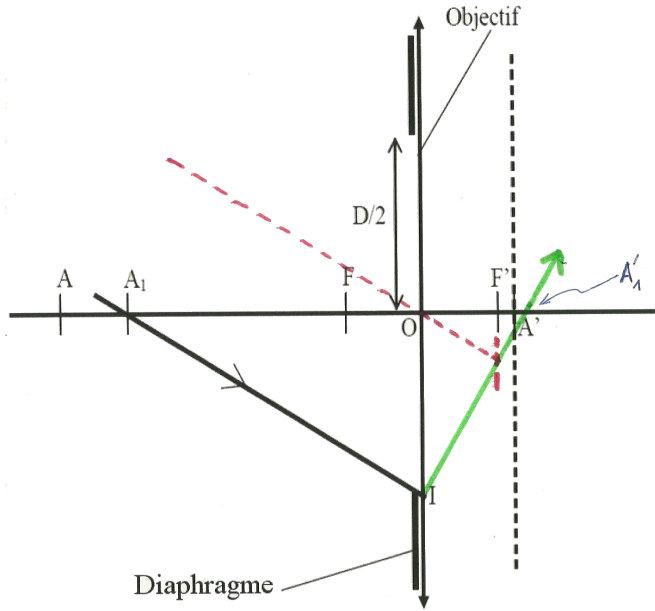
Si $\tau = \tau_{\text{max}}$, le diaphragme vérifie $\tau_{\text{max}} D^2 = \tau_0 D_0^2$, d'où $D = \sqrt{\frac{\tau_0}{\tau_{\text{max}}}} D_0 = 16 \text{ mm}$.

d) On raisonne sur un objet \overline{AB} représentant deux positions de la bille espacées d'une distance d lorsqu'elle atteint sa vitesse maximale. Les images A' et B' sont situées sur la pellicule, mais d'après la relation de conjugaison $\frac{\overline{A'F'}}{f'} = \frac{f'}{\overline{FA}} = \frac{f'}{\ell} \approx 0,05 \ll 1$. Donc on peut faire l'approximation $A \approx F'$ (l'image est quasiment dans le plan focal).

Par ailleurs, l'image risque d'être floue à partir du moment où A' et B' se trouvent sur des grains différents, c'est-à-dire $\overline{A'B'} = -a_{\text{max}}$ (cf figure ci-dessous). Le théorème de Thalès (ou la relation de grandissement) conduit alors à $a_{\text{max}} \approx f' \frac{d}{\ell} \approx 50 \mu\text{m}$.

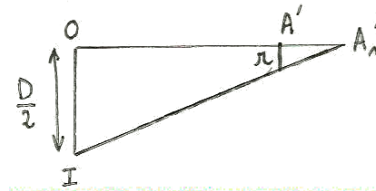


3. a) Pour construire le rayon émergent, on suppose que (A_1I) appartient à un faisceau parallèle incident, qui doit donc converger dans le plan focal image (en un foyer secondaire). Ce point est obtenu par intersection du plan focal avec le rayon imaginaire de ce faisceau passant par O (trait pointillé rouge).



b)

On obtient le schéma ci-contre, d'où $r = \frac{D}{2} \frac{A'A_1}{OA_1}$.



- c) Pour que l'image A'_1 soit vue nette, il est nécessaire que $r_{\max} = \frac{a}{2}$. La relation précédente conduit alors à $\frac{a}{D} = \frac{A'A_1}{OA_1} = \frac{A'O}{OA_1} + 1$, d'où $\frac{a}{D} = 1 - \overline{OA'} \left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{OA_1} \right)$ en appliquant la relation de conjugaison de Descartes. On en déduit $\overline{OA_1} = \left[\frac{1}{\overline{OA'}} \left(1 - \frac{a}{D} \right) - \frac{1}{f'} \right]^{-1}$ ce qui de nouveau se ré-écrit avec la loi de Descartes : $\overline{OA_1} = \left[\left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{\overline{OA}} \right) \left(1 - \frac{a}{D} \right) - \frac{1}{f'} \right]^{-1}$. Finalement, $\overline{AA_1} = \overline{OA_1} - \overline{OA} = -\ell$, d'où

$$\overline{AA_1} = \left[\left(\frac{1}{f'} - \frac{1}{\ell} \right) \left(1 - \frac{a}{D} \right) - \frac{1}{f'} \right]^{-1} + \ell = 1,25 \text{ cm.}$$

Remarque : On peut vérifier que $\overline{AA_1}$ est une fonction (ici positive) croissante du rapport $\frac{a}{D}$. Donc la profondeur de champ augmente lorsque le diaphragme est plus petit, ou lorsque les grains du capteur sont plus gros.

- d) Si A_1 est situé à gauche de A , alors A'_1 est en avant de A' , d'où $\frac{a}{D} = -\frac{A'A_1}{OA_1}$. En reprenant les calculs,

on voit que ce changement de signe conduit à

$$\overline{AA_1} = \left[\left(\frac{1}{f'} - \frac{1}{\ell} \right) \left(1 + \frac{a}{D} \right) - \frac{1}{f'} \right]^{-1} + \ell = -1,28 \text{ cm.}$$

Remarque : la remarque précédente sur le rôle de $\frac{a}{D}$ est toujours valable.

- e) Pour voir nette la totalité de la profondeur du tube en verre, il est nécessaire que celui-ci soit de diamètre inférieur à la somme des deux distances précédemment calculées, c'est-à-dire inférieure à $1,28 + 1,25 = 2,53 \text{ cm}$.

IV. Influence des réglages d'un appareil photo

- L'exposition varie en D^2 , donc il faut multiplier D par $\sqrt{2}$, donc multiplier N par $\frac{1}{\sqrt{2}}$.
- a) La taille du pixel peut être évaluée par $p = \sqrt{\frac{24 \cdot 36 \cdot 10^{-6}}{25 \cdot 10^6}} \approx 5,9 \mu\text{m}$. L'objet peut être supposé à l'infini par rapport à sa focale. La distance hyperfocale est alors

$$h = \frac{f^2}{Np} = \frac{0,03^2}{11 \cdot 5,9 \cdot 10^{-6}} \approx 13,9 \text{ m}$$

- La diffraction conduit à une tache de diamètre $[d = 2N\lambda] \approx 11 \mu\text{m} \sim 2p$ pour $\lambda \approx 0,5 \mu\text{m}$. Donc la diffraction joue sur le piqué de l'image, mais de façon uniforme sur la photo. Donc elle ne change pas la distance hyperfocale, en dessous de laquelle l'image des points objet sera vraiment floue.
- La profondeur de champ diminue avec la focale et l'ouverture. Donc pour avoir un flou artistique autour du sujet on utilisera une **grande focale** et une **grande ouverture** : $[f = 100 \text{ mm}, f/2]$. Une focale longue permet aussi d'éviter la **distorsion**.
- Il s'agit d'un calcul similaire à celui de la question 2. du III. (Expérience de Ruchardt, même schéma que le III.2.d).

On se place au moment où le satellite est sur l'axe optique de l'objectif de l'appareil. Pendant la durée τ_{\max} , le satellite se déplace par rapport à l'axe optique d'un angle $\alpha = \omega\tau_{\max}$. Pour que l'image de ne soit pas floue il faut qu'elle ne se déplace pas de plus de p sur le capteur : $\alpha \approx \tan \alpha \leq \frac{p}{f}$. D'où

$$\tau_{\max} = \frac{p}{f\omega} \approx 0,23 \text{ s. Donc on choisit donc la valeur maximale } 1/5 \text{ s.}$$