

INDUCTION

CALCULATRICES AUTORISÉES

On veillera le plus possible à exprimer les résultats littéraux en fonction des données du problème, de façon notamment à limiter les erreurs d'arrondi.

Les deux parties sont totalement indépendantes. On les rédigera sur des copies séparées.

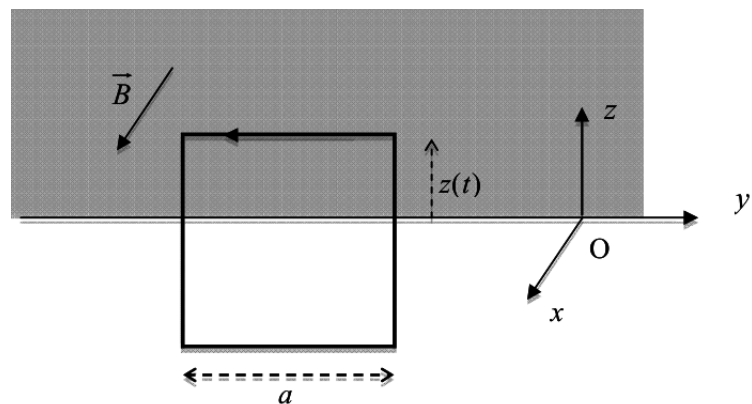
I. Dispositifs à induction dans un véhicule

I.1. Amortissement électromagnétique

Dans cette partie, on souhaite étudier le principe d'un amortissement électromagnétique pour la suspension (cf figure ci-dessous).

Un cadre carré de côté a , de masse m , de résistance R et d'inductance négligeable est astreint à se déplacer dans une zone de l'espace telle que :

- dans la zone définie par $z > 0$ règne un champ magnétique uniforme et orthogonal au cadre $\vec{B} = B \vec{u}_x$;
- dans la zone définie par $z < 0$, il n'existe pas de champ magnétique.



La position du cadre est repérée par l'abscisse z du côté horizontal supérieur du cadre. Un dispositif non représenté astreint le cadre à se déplacer uniquement verticalement. Le déplacement du cadre au cours du temps est tel qu'à tout instant, le côté horizontal se trouve dans la zone où se trouve le champ magnétique \vec{B} . L'orientation arbitraire du cadre est représentée sur la figure.

1. On souhaite déterminer l'intensité du courant induit qui va traverser le cadre.
 - a) Déterminer le flux $\Phi(t)$ du champ magnétique à travers le cadre lorsqu'il est repéré par une position $z(t)$.
 - b) Déterminer l'expression de la force électromotrice induite $e(t)$ qui apparaît dans le cadre en fonction de a , \dot{z} et B .
 - c) En déduire l'expression de l'intensité du courant $i(t)$ qui apparaît dans le cadre en fonction de \dot{z} , a , R et B .
2. Déterminer l'expression de la résultante de la force de Laplace qui s'applique sur le cadre en fonction de \dot{z} , a , R , B , et d'un ou plusieurs vecteurs unitaires que l'on précisera.
3. Justifier le fait que le cadre ainsi constitué pourrait servir de système d'amortissement pour une suspension de véhicule. Quel serait l'avantage principal d'un tel système d'amortissement par rapport aux systèmes classiques ?
4. Déterminer l'expression du champ B à appliquer pour que le cadre puisse servir d'amortisseur de coefficient de frottement h . On exprimera B en fonction de h , R et a .
5. Pour un amortisseur de véhicule, le coefficient de frottement doit être de l'ordre de $h = 10^4$ S.I. On se place dans le cas d'un cadre de côté $a = 10$ cm et de résistance $R = 10^{-4} \Omega$. Déterminer numériquement l'ordre de grandeur du champ B qu'il faudrait appliquer au cadre pour produire un tel coefficient de frottement. Quel est l'ordre de grandeur de l'intensité du champ magnétique que peut créer un aimant permanent ? Pourrait-on créer un champ magnétique de l'intensité requise avec un électroaimant ?

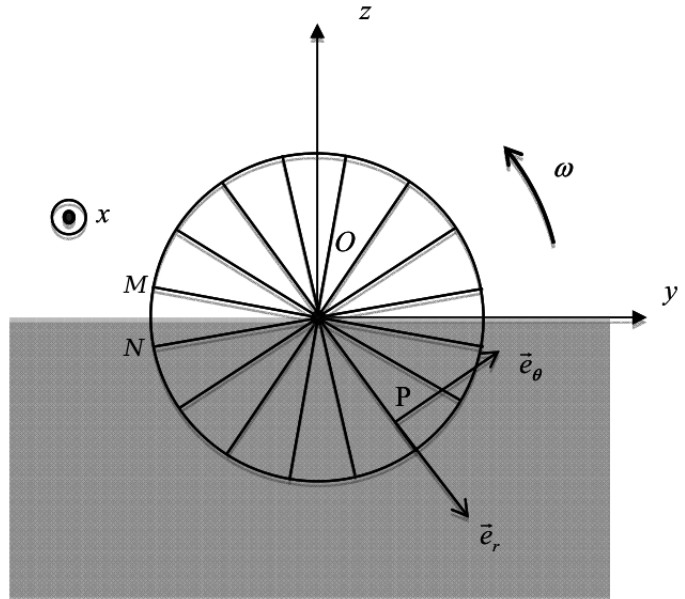
1.2. Freinage électromagnétique

Une roue est constituée par N rayons conducteurs identiques. Les extrémités des rayons sont en contact électrique avec la circonférence d'un cercle de résistance nulle et avec le centre O de la roue (figure ci-dessous). Ils sont régulièrement répartis sur la circonférence du cercle. Chaque rayon a une longueur L et une résistance R .

L'espace est rapporté au repère orthonormé $Oxyz$ muni des vecteurs unitaires \vec{e}_x, \vec{e}_y et \vec{e}_z .

Un champ magnétique uniforme et permanent $\vec{B} = B \vec{e}_x$ est créé dans la portion d'espace telle que $z < 0$. Le champ magnétique est nul dans la portion d'espace $z > 0$. Pour simplifier, on ne se préoccupera pas de la discontinuité du champ magnétique à la traversée du plan d'équation $z = 0$.

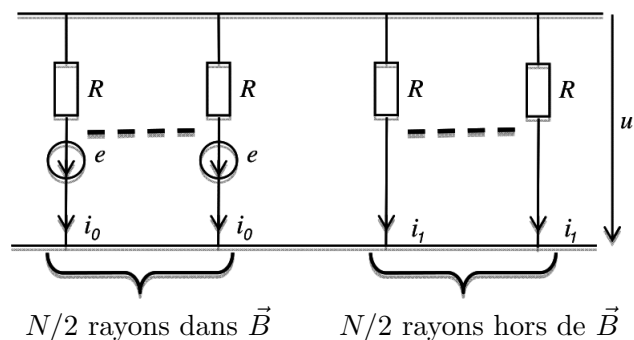
La disposition de la roue dans l'espace est telle que sa moitié inférieure ($z < 0$) est immergée dans le champ magnétique alors que sa moitié supérieure n'est soumise à aucun champ magnétique. La roue ainsi constituée et disposée tourne autour de son axe Ox avec une vitesse angulaire $\vec{\omega}$ telle que $\vec{\omega} = \omega \vec{e}_x$.



On note J le moment d'inertie de la roue par rapport à l'axe Ox . Les frottements mécaniques sont négligés.

6. Justifier l'apparition du phénomène d'induction dans les rayons. Quel sera l'effet mécanique de ce phénomène sur la roue ? Répondre sans calcul.
7. On considère le circuit (OMN) formé par les deux rayons (NO) et (OM) situés de part et d'autre de la séparation $z = 0$ à gauche du moyeu O , et du secteur circulaire (MN) qui les joint. On l'orientera dans le sens $OMNO$.
Calculer la force électromotrice induite e dans cette spire en faisant abstraction du reste de la roue.
8. On admet que l'utilisation du champ électromoteur permet de justifier que cette force électromotrice e est en fait localisée sur le rayon (NO) exclusivement. Ceci tient au fait que d'une part le rayon (OM) n'est pas soumis à un champ magnétique, et d'autre part la portion circulaire (MN) est en tout point parallèle au vecteur vitesse de la roue.
Justifier alors qu'il existe une force électromotrice induite identique dans chacun des autres rayons immergés dans le champ magnétique (à orientation équivalente, c'est-à-dire centripète), et qu'il n'y en n'a pas dans tous les rayons situés en dehors du champ \vec{B} ($z > 0$).
9. Tous les rayons étant identiques, et en contact électrique d'une part avec la circonférence de la roue (de résistance nulle) et d'autre part avec le moyeu O de la roue, montrer que :
 - chaque rayon immergé dans le champ \vec{B} est parcouru par le même courant i_0 ;
 - chaque rayon non soumis au champ \vec{B} est parcouru par un courant i_1 .

Le schéma électrique équivalent à la roue est donc le suivant (le moyeu O est en bas, et on note u la tension appliquée à chaque rayon) :



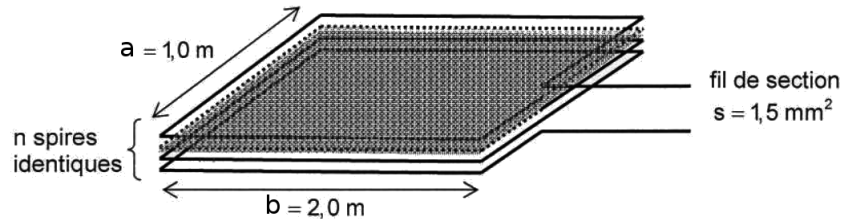
10. A l'aide des lois de Kirchhoff, établir l'expression de i_0 et i_1 en fonction de e et R tout d'abord, puis en fonction de B , L , R et ω .
11. Calculer le moment résultant $\vec{\mathcal{M}}$ des forces de Laplace appliqué à la roue entière, en fonction de i_0 , B , L et N et d'un vecteur unitaire à préciser.
12. Etablir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse angulaire ω , et la mettre sous forme canonique. On exprimera la constante de temps τ en fonction des paramètres du problème. Résoudre l'équation en supposant $\omega(t = 0) = \omega_0$, puis tracer l'allure de $\omega(t)$.
13. Par quel effet physique est transformée l'énergie cinétique du véhicule lors de ce freinage par courant de Foucault ? Justifier en établissant un bilan énergétique complet.
14. Ce dispositif de freinage par courant de Foucault est utilisé sur les poids lourds et les véhicules de transport en commun.
 - a) Pourquoi n'est-il qu'un dispositif de ralentissement secondaire et ne peut-il être utilisé comme dispositif unique de freinage ?
 - b) Les freins par courant de Foucault sont utilisés le plus souvent en complément de freins à disque classiques sur lesquels des plaquettes fixes et solidaires du véhicule viennent frotter sur des disques en rotation et solidaires des roues. Par quel effet physique est alors transformée l'énergie cinétique du véhicule dans ce cas ?
Quels sont les avantages d'un dispositif de freinage par courant de Foucault par rapport à un frein classique à disque ?

* * * TOURNER SVP * * *

II. Détection de véhicules par boucle inductive

Une méthode de détection des véhicules (utilisée par exemple pour l'ouverture des barrières automatiques ou le déclenchement de feux tricolores), utilise une boucle métallique rectangulaire enterrée dans la chaussée. Lorsque le châssis d'un véhicule en acier est placé au-dessus, l'inductance de cette boucle se trouve modifiée.

La boucle est composée de n spires rectangulaires identiques de largeur $a = 2,0$ m et de longueur $b = 1,0$ m bobinées en série (figure ci-contre). Celles-ci sont réalisées avec un fil de cuivre de section $s = 1,5$ mm².

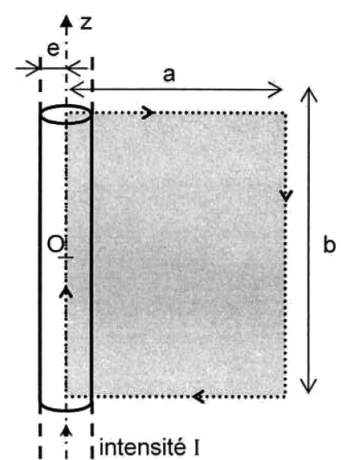


II.1. Inductance de la boucle

On considère pour simplifier que le champ créé par chaque côté de la spire est celui d'un fil rectiligne infini, et on néglige les effets de bord. On rappelle que le champ magnétique créé par un fil infini d'axe z parcouru par un courant i (cf figure ci-contre, avec e négligeable devant a) s'écrit pour un point situé à la distance r du fil

$$\vec{B}(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \vec{u}_\theta \tag{1}$$

où \vec{u}_θ est le vecteur orthoradial de la base cylindrique associée à l'axe z .



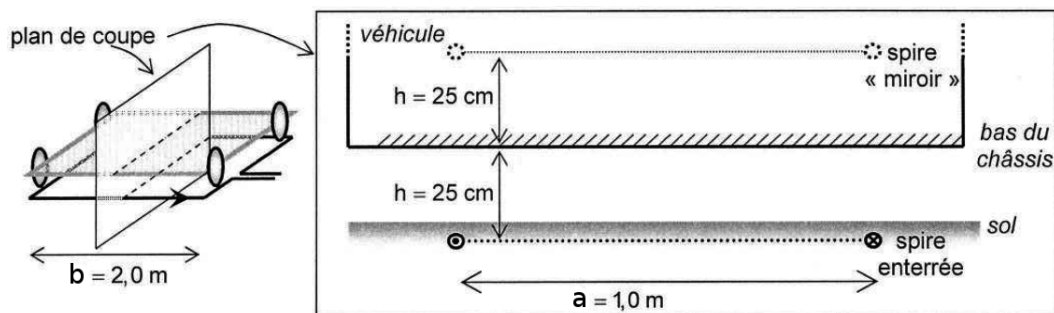
1. Calculer, sous l'approximation décrite ci-dessus, le flux magnétique Φ_b créé par un des côtés de longueur b à travers la spire totale de côtés a et b (cf figure ci-contre). On commencera par écrire la surface élémentaire dS en coordonnées cylindriques dans le plan de la spire. On fera l'approximation $e = 0$.
2. En déduire le flux propre total Φ à travers les n spires, en fonction des paramètres du problème. Puis en déduire l'expression de l'inductance propre totale L de la boucle.
3. Calculer la valeur numérique de L pour $n = 5$, et sachant que $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H.m⁻¹.

Note : il est possible de poursuivre la recherche du problème si vous n'avez pas trouvé L .

II.2. Détection d'un véhicule

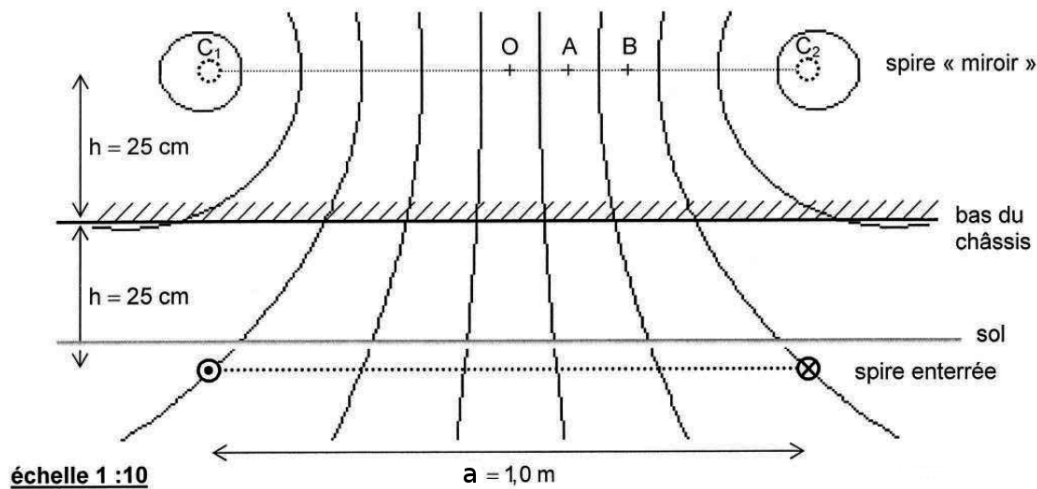
Lorsqu'un véhicule se positionne à une distance h au-dessus de la boucle, la face intérieure de son châssis est le siège de courants induits par le champ magnétique créé par la boucle. Ces courants induits produisent à leur tour un champ magnétique induit $\vec{B}_i(M)$. Il est possible de montrer que celui-ci est identique à celui produit par un circuit hypothétique, qu'on appellera *spire miroir*, situé de l'autre côté du plan du châssis (figure ci-dessous).

Considérons, dans un premier temps, une des spires enterrées et sa spire miroir.



La carte du champ magnétique induit $\vec{B}_i(M)$ dans un plan de coupe perpendiculaire au plan de la route et au grand côté (b) de la spire est représentée sur la figure ci-dessous. Ce champ magnétique $\vec{B}_i(M)$,

génère à son tour un flux Φ_i à travers la spire enterrée et modifie par conséquent son inductance d'une quantité $\Delta L_s = L'_s - L_s$.



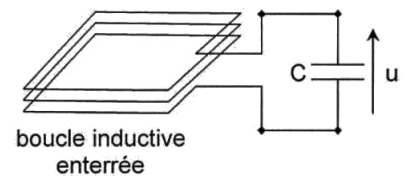
4. Dans quel sens faut-il orienter la spire miroir pour que cette modélisation soit conforme à la loi de Lenz ?

Répondre en reproduisant sur votre copie les spires et l'allure de la carte de champ, puis compléter l'orientation de la spire miroir et celle des lignes de champ.

Dans la suite, on fait l'hypothèse que la spire est très allongée en longueur ($b \gg a$) de telle sorte que le champ créé par la spire miroir se limite à celui créé par ses deux côtés longs (b), que l'on assimilera à des fils rectiligne infinis (cf Eq. (1)).

5. Calculer les valeurs numériques de la norme de $\vec{B}_i(M)$ aux points O , A et B , lorsque le courant dans la spire miroir vaut en valeur absolue $i = 1$ A.
6. En exploitant la conservativité du flux magnétique sur la carte ci-dessus, évaluer numériquement le flux induit Φ_i à travers une spire par l'effet de son propre champ \vec{B}_i . On admettra que l'intensité i du courant de la spire miroir est égale à celle de la spire réelle.
7. En déduire numériquement la variation relative de l'inductance propre à une spire $\frac{\Delta L_s}{L_s}$, puis celle propre à la boucle entière à n spires $\frac{\Delta L}{L}$.

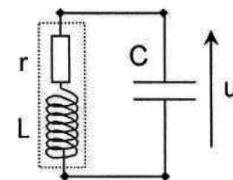
Afin de détecter cette variation d'inductance, la boucle inductive est branchée en parallèle avec un condensateur de capacité C (figure ci-contre). On modélise ce circuit en tenant compte de la résistance d'enroulement $r = 0,2 \Omega$ associée à la boucle (figure ci-dessous). Un fréquencemètre mesure la fréquence propre f_0 de ce circuit. Pour les applications numériques qui suivent, on prendra $L = 100 \mu\text{H}$.



8. Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension u .
En déduire l'expression du facteur de qualité Q et de la fréquence propre f_0 du circuit.

9. Comment évolue la résistances r de l'enroulement en fonction du nombre de spires n ?

Le facteur de qualité peut-il être amélioré en augmentant n ?



10. Lorsqu'un véhicule se place au dessus de la boucle inductive, f_0 diminue-t-elle ou augmente-t-elle ? Exprimer la variation relative $\frac{\Delta f_0}{f_0}$ de la fréquence propre en fonction de celle de l'inductance de la boucle $\frac{\Delta L}{L}$.

11. Faire l'application numérique à l'aide de la valeur trouvée en 7..
Cette sensibilité vous paraît-elle mesurable ? Est-elle surestimée par le modèle ? Si oui à quel niveau ?

*** FIN DE L'ÉPREUVE ***