

THERMODYNAMIQUE

I. Usinage d'une feuille de métal par vaporisation (d'après E3A PC 2005)

I.1. Perçage : feuille métallique immobile par rapport au faisceau laser

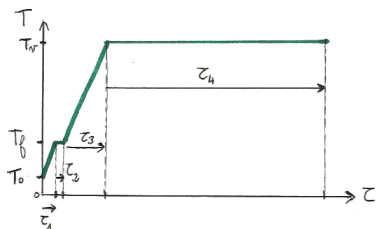
1. $m = \rho_s \pi \frac{\Phi^2}{4} e = 6,8 \times 10^{-7} \text{ kg.}$

2. Les transformations successives sont toutes isobares, donc

$$\Delta H = \Delta_1 H + \Delta_2 H + \Delta_3 H + \Delta_4 H = mc_S(T_f - T_0) + m\ell_f + mc_\ell(T_v - T_f) + m\ell_v = 9,1 \text{ J.}$$

3. On note $t_p = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4$ avec $\tau_i = t_p \frac{\Delta_i H}{\Delta H}$ pour $i = 1$ à 4. On obtient $\tau_1 = 2,1 \text{ ms}$, $\tau_2 = 1,5 \text{ ms}$, $\tau_3 = 7,3 \text{ ms}$ et $\tau_4 = 39 \text{ ms}$.

4.

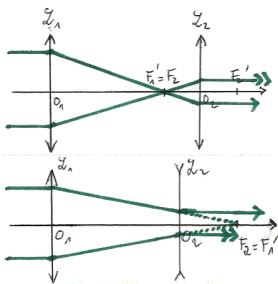


5. La puissance minimale d'une impulsion vérifie $\Delta H = (1-R) \mathcal{P}_{\min} t_p$ donc $\mathcal{P}_{\min} = \frac{\Delta H}{(1-R)t_p} = 652 \text{ W.}$
Ceci correspond à une densité surfacique de puissance $J_{\min} = \frac{4}{\pi \Phi^2} \mathcal{P}_{\min} = 1,30 \times 10^9 \text{ W.m}^{-2}.$

6. On fabrique un système afocal à l'aide soit

- d'un doublet de lentilles convergentes (on confond le foyer image de la première avec le foyer objet de la seconde);
- d'un doublet convergent - divergent (on confond le foyer image de la première avec le foyer image de la seconde).

Pour augmenter la section du faisceau, il faudrait prendre une distance focale de lentille divergente (en valeur absolue) plus grande que celle de la convergente.



I.2. Découpe de la feuille d'aluminium

7. La puissance ayant changé, ceci modifie la durée de l'impulsion nécessaire à une fusion totale du disque s'il est immobile : on a maintenant $t'_p = \frac{\Delta H}{(1-R)\mathcal{P}_L}$. Pour une plaque en mouvement et un flux lumineux continu, il faut donc que chacun des points de la ligne de coupe soit exposé au faisceau pendant au moins la durée t'_p . Ceci implique que la distance parcourue par la plaque pendant t'_p soit au plus égale au diamètre du faisceau : $\Phi = v_M t'_p$. On en déduit $v_M = \frac{\Phi \mathcal{P}_L (1-R)}{\Delta H} = 17 \text{ mm.s}^{-1}.$

8. Les deux hypothèses concernant l'échange de chaleur avec le reste de la plaque et l'uniformité de la température dans le disque chauffé sont conjointement criticables. Le gradient de température imposé va générer des transferts thermiques aux alentours dans la plaque de façon s'uniformiser (diffusion thermique, cf programme de SPE). Cela conduit à des pertes pendant la durée du chauffage qui nécessitent de réduire la vitesse.

II. Formation et stabilité d'un nuage (d'après CCP PC/PSI 2015)

II.1. Equilibre de l'atmosphère isotherme

1. L'air est majoritairement constitué d'environ 20% de dioxygène et 80% de diazote, ce qui donne

$$M_a \approx 0,2 \times 2 \times M(O) + 0,8 \times 2 \times M(N) \approx 28,8 \text{ g.mol}^{-1}.$$

2. La loi de la statique s'écrit $dp = -\rho g dz$ avec un axe ascendant. La loi du gaz parfait pour l'air s'écrit $\rho = \frac{M_a p}{RT}$, ce qui conduit à l'équation $\frac{dp}{p} = -\frac{M_a g}{RT_0} dz$. En intégrant on obtient $p(z) = p_0 e^{-\frac{z}{H}}$ avec $H = \frac{RT_0}{M_a g} \approx 8,8 \text{ km.}$

H représente bien la hauteur caractéristique de l'atmosphère car le profil de masse volumique vérifie aussi $\rho(z) = \rho_0 e^{-\frac{z}{H}}$, ce qui donne une masse totale par unité de surface $m_t = \int_0^\infty \rho(z) dz = \rho_0 H$.

II.2. Equilibre en présence d'un gradient de température

3. Il faut maintenant intégrer l'équation $\frac{dp}{p} = -\frac{M_a g}{R(T_0 - \lambda z)} dz = -\frac{1}{H(1 - \frac{\lambda}{T_0} z)} dz$. Cela conduit à

$$p(z) = p_0 \left(1 - \frac{\lambda}{T_0} z\right)^{\frac{T_0}{\lambda H}}.$$

4. Par comparaison, pour les mêmes altitudes le modèle de l'atmosphère isotherme conduit aux valeurs :

Altitude (km)	0,5	2	5	8	11	14
Pression (hPa)	945	797	567	404	287	205

Ainsi l'écart avec le modèle à gradient est inférieur à 5% en dessous de 5 km d'altitude inclus.

II.3. Gradient adiabatique de température - Formation du nuage

5. Pour une transformation adiabatique et mécaniquement réversible d'un gaz parfait, le premier principe conduit aux loi de Laplace. Le profil de pression et de température vérifie donc la loi

$$p(z)^{1-\gamma} T(z)^\gamma = \text{cte} = p_0^{1-\gamma} T_0^\gamma.$$

On différencie logarithmiquement l'équation précédente, ce qui donne : $\frac{dp}{p} = -\frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{dT}{T}$.

En injectant l'hydrostatique $\frac{dp}{p} = -\frac{M_a g}{R} \frac{dz}{T(z)}$ on obtient

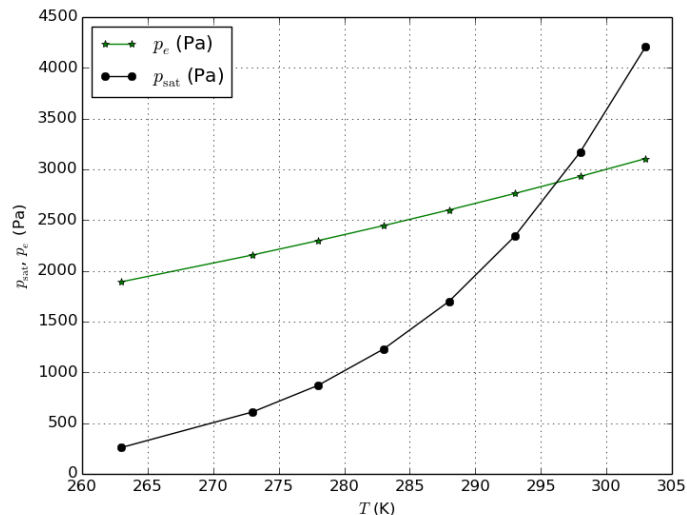
$$\frac{dT}{dz} = -\frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{M_a g}{R} \quad \text{d'où} \quad T(z) = T_0 \left(1 - \frac{z}{z_2}\right) \quad \text{avec} \quad z_2 = \frac{\gamma RT_0}{(\gamma-1)M_a g} = \frac{\gamma H}{\gamma-1} \approx 30,9 \text{ km.}$$

6. On a $p_e(z) = x_e p(z)$. En utilisant la loi de Laplace ci-dessus ceci conduit à $p_e(z) = x_e p_0 \left(\frac{T(z)}{T_0}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$.

7. On obtient le graphe ci-dessous. L'intersection correspond à une température $T_{\text{liqu}} \approx 296 \text{ K}$, ce qui correspond à une altitude $z_{\text{liqu}} = z_2 \left(1 - \frac{T_{\text{liqu}}}{T_0}\right) = 412 \text{ m.}$ Le graphe montre que pour une température inférieure à T_{liqu} , c'est-à-dire une altitude supérieure à z_{liqu} , la pression de vapeur d'eau théorique est supérieure à la pression de saturation donc celle-ci devrait se liquéfier au-delà de z_{liqu} .

8. Il existe donc une couche d'atmosphère dans laquelle l'eau est légèrement **sursaturée** mais reste à l'état vapeur.

Remarque : ceci est possible en cas de rareté de noyaux de condensation, tels que ceux normalement générés par les forêts, les poussières, la pollution urbaine ou les gaz d'échappement des avions....



II.4. Stabilité du nuage : pourquoi les nuages ne tombent-ils pas ?

9. Par unité de volume, la somme de la force de pesanteur et de la force d'Archimède s'écrit : $-g(\rho_e - \rho(z_c))$ où $\rho(z_c)$ est la masse volumique de l'air atmosphérique à l'altitude considérée. En utilisant le profil de température proposé précédemment et la loi du gaz parfait, on obtient $\rho(z_c) = \frac{Mp(z_c)}{RT(z_c)} \approx 1,0 \text{ kg.m}^{-3} \ll \rho_e = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$. Ainsi, **la force d'Archimède 1000 fois plus faible que le poids, donc négligeable.**

10. Le théorème de la résultante cinétique appliqué à la goutte, de masse m , s'écrit $m \frac{d\vec{v}}{dt} = -mg\vec{u}_z - 6\pi\eta_a r\vec{v}$.

11. Sachant que $m = \rho_e \frac{4\pi}{3} r^3$, on met cette équation sous forme canonique :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{1}{\tau} \vec{v} = \frac{1}{\tau} \vec{v}_\infty \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{2r^2\rho_e}{9\eta_a} \quad \text{et} \quad \vec{v}_\infty = -\tau g\vec{u}_z.$$

La solution s'écrit $\vec{v} = \vec{v}_\infty (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$, et tend vers le régime permanent \vec{v}_∞ en un temps caractéristique τ . L'application numérique conduit à $\tau \approx 1,2 \text{ ms}$ et $v_\infty \approx 12 \text{ mm.s}^{-1}$.

12. La durée du régime transitoire étant de l'ordre de τ , elle est négligeable compte-tenu de la distance à parcourir et de la vitesse de v_∞ . En considérant un mouvement rectiligne uniforme sur toute la chute, on obtient la durée $\Delta t = \frac{z_c}{v_\infty} = 1,7 \times 10^5 \text{ s} \approx 46 \text{ h}$. Cette durée est grande devant la durée de vie d'un nuage, qui est de l'ordre de quelques heures. donc les gouttelettes n'ont pas le temps de tomber à cause de la gravité, d'autant plus que les nuages apparaissent en général en présence de courants ascendants.

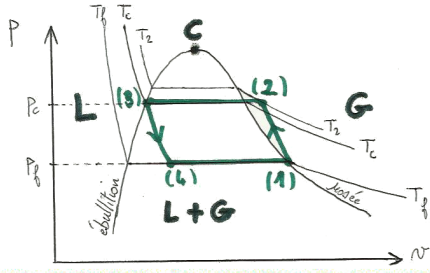
13. Les gouttelettes étant très petites, elles sont sujettes au **mouvement brownien**, c'est-à-dire à l'**agitation thermique naturelle** même en l'absence de courant d'air, qui provoque la **diffusion des gouttelettes** (cf SPE).

Remarque : à l'équilibre, pour un air parfaitement statique on devrait obtenir une distribution du type loi de Boltzmann, comme dans l'équilibre de l'air atmosphérique.

III. Pompe à chaleur géothermique

(d'après CCP MP 2014)

III.1. Généralités



-
- Pour un gaz parfait, $H = U + pV = U + nRT$ donc $C_p = C_V + nR$ (relation de Mayer). Comme $C_p = \gamma C_V$, on obtient $C_p = \frac{\gamma nR}{\gamma - 1}$ et donc $c_p = \frac{\gamma R}{(\gamma - 1)M}$.
- Une pompe à chaleur consomme du travail, $w > 0$, pour prendre de l'énergie à la source froide, $q_f > 0$, et en céder à la chaude, $q_c < 0$.
On définit son efficacité par $e = -\frac{q_c}{w}$. En utilisant le premier principe sur un cycle, $0 = w + q_f + q_c$, on en déduit $e = \left(1 + \frac{q_f}{q_c}\right)^{-1}$.
 - Le second principe se traduit par l'inégalité de Clausius, $\frac{q_f}{T_f} + \frac{q_c}{T_c} \leq 0$. Ceci conduit à $e \leq e_C = \frac{T_c}{T_c - T_f}$.
On a $e = e_C$ si le cycle est parcouru de façon réversible.

III.2. Étude d'une PAC.

- On ajoute les éléments demandés sur le schéma ci-dessus.
- On remarque que les températures T_f et T_c correspondent à celles des données dans le tableau. Donc dans l'état (1) de vapeur saturante sèche, on a $p_1 = p_f = p_{sat}(T_f) = 4,88 \text{ bar}$ et $p_2 = p_c = p_{sat}(T_c) = 13,2 \text{ bar}$.
La loi de Laplace s'applique ici, donc $T_2 = T_f \left(\frac{p_f}{p_c}\right)^{\frac{1}{\gamma} - 1} = 335 \text{ K}$.
- L'échange avec la source froide se fait entre les états (4) et (1) : $q_f = q_{41}$.
L'échange avec la source chaude se fait entre les états (2) et (3) : $q_c = q_{23}$.
La source chaude est constituée par l'air de la pièce à chauffer.
- La transformation étant isobare : $q_c = \Delta_{23}h$. Puis on la décompose en un refroidissement du gaz parfait suivi d'une liquéfaction totale du gaz : $q_c = c_p(T_c - T_2) - l_V(T_c)$, d'où

$$q_c = \frac{\gamma R}{(\gamma - 1)M}(T_c - T_2) + (h_L(T_c) - h_V(T_c)) = -6,5 \times 10^3 - 151,4 \times 10^3 \approx -158 \text{ kJ.kg}^{-1}.$$

On constate que le terme lié au changement d'état est 25 fois supérieur à celui lié au refroidissement du gaz, ce qui est normal pour des températures ambiantes.

- Les transformations de (1) à (2) et de (3) à (4) sont adiabatiques donc le transfert thermique total sur le cycle vaut $q_f + q_c$. Par ailleurs le seul échange de travail entre le fluide et l'extérieur a lieu de (1) à (2) dans le compresseur. Le bilan d'enthalpie (premier principe) en circuit ouvert entre deux passages au même point du circuit s'écrit donc $\Delta h = 0 = w_u + q_f + q_c$, et donc $w_u = -q_f - q_c$.

Par ailleurs, le premier principe appliqué à une masse m de fluide sur tout le cycle s'écrit $\Delta U = 0 = W + Q_f + Q_c$ soit en divisant par m : $0 = w + q_f + q_c$. Ainsi le **travail total reçu par un élément de fluide ayant parcouru tout le cycle est égal au travail utile, c'est-à-dire le travail échangé par tout le fluide avec l'extérieur à chaque cycle** : $w = w_u$.

- L'efficacité de la PAC est définie par $e = -\frac{q_c}{w} = -\frac{q_c}{w_u}$. Augmenter T_f conduit à diminuer l'aire du cycle donc diminuer w , donc augmenter e .
Une PAC sur aquifère permet d'accéder à une source froide plus chaude que l'air extérieur en hiver, donc d'avoir une meilleure efficacité.
- Il n'y a aucun échange de travail avec l'extérieur (pas de partie mobile), ni de chaleur (adiabatique), donc le premier principe en circuit ouvert s'écrit : $\Delta_{34}h = 0$. Une détente de Joule-Kelvin est isenthalpique.
- On décompose la transformation en un refroidissement du liquide le long de la courbe d'ébullition, puis un chagement d'état isobare à la température T_c de la quantité x par unité de masse : $\Delta_{34}h = 0 = h_L(T_f) - h_L(T_c) + x \ell_V(T_f)$.
Un autre raisonnement consiste à simplement écrire l'égalité de l'enthalpie massique dans les états de départ et d'arrivée : $h_3 = h_L(T_c) = h_4 = (1 - x)h_L(T_f) + x h_V(T_f)$.
Dans les deux cas on obtient $x = \frac{h_L(T_c) - h_L(T_f)}{h_V(T_f) - h_L(T_f)} = 0,27$.
- Pour une transformation isobare : $q_f = \Delta_{41}h = (1 - x) \ell_V(T_f)$ d'où $q_f = h_V(T_f) - h_L(T_c) = 135 \text{ kJ.kg}^{-1}$.
On en déduit $w = -q_f - q_c = 22,8 \text{ kJ.kg}^{-1}$.
- Ceci conduit à $e = -\frac{q_c}{w} = 6,9$.
En comparaison on aurait $e_C = 9,2$. Comme on s'y attendait, l'efficacité réelle est inférieure à e_C . La raison en est l'irréversibilité de l'étape de refroidissement du gaz parfait **depuis l'état (2) jusqu'à l'état vapeur saturante sèche à T_c** . En effet, il s'agit d'un refroidissement au contact d'une source de température inférieure donc **il y a hétérogénéité de température, le transfert thermique est irréversible**.