

# THERMODYNAMIQUE

## CALCULATRICES AUTORISÉES

*On veillera le plus possible à exprimer les résultats littéraux en fonction des données du problème, de façon notamment à limiter les erreurs d'arrondi.*

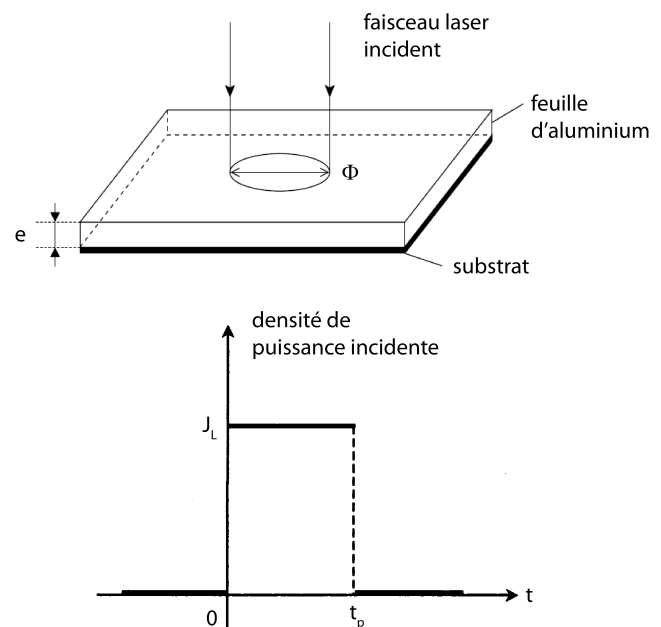
### I. Usinage d'une feuille de métal par vaporisation

Les faisceaux laser de puissance sont actuellement très utilisés dans l'industrie, tant dans les domaines du traitement thermique des aciers que du perçage, de la découpe ou de la soudure de matériaux divers. Pour ces applications, les laser les plus souvent rencontrés sont le laser YAG-Nd<sup>3+</sup> (laser solide constitué d'un cristal de grenat d'yttrium et d'aluminium dopé par 1,5% en poids d'oxyde de néodyme Nd<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) et le laser à gaz (CO<sub>2</sub>) émettant dans le domaine infrarouge. Ces deux types de laser peuvent fonctionner aussi bien en mode continu qu'en mode impulsif.

Étudions le perçage par vaporisation d'une mince couche d'aluminium déposée sur un substrat thermiquement isolant. L'énergie lumineuse du laser absorbée par le métal est convertie en énergie thermique et utilisée pour l'usinage.

Les conditions opératoires sont celles des figures ci-contre. La feuille métallique horizontale, d'épaisseur constante  $e$ , reçoit perpendiculairement à sa surface une impulsion laser YAG-Nd<sup>3+</sup> de durée  $t_p$  et de puissance par unité de surface  $J$  (également appelée densité de puissance).

Le faisceau est supposé parfaitement cylindrique, de diamètre  $\Phi$ . On désigne par  $(\Sigma)$  le système thermodynamique qui doit être vaporisé. Il est défini par la masse d'aluminium contenue sous le faisceau, dans un volume cylindrique de diamètre  $\Phi$  et d'épaisseur  $e$ .



Les hypothèses suivantes sont faites :

- la puissance lumineuse absorbée est totalement convertie en énergie thermique cédée à  $(\Sigma)$  ;
- tout échange thermique entre  $(\Sigma)$  et le reste de la feuille est négligé ;
- l'épaisseur  $e$  étant petite, il est admis qu'à chaque instant  $t$ , la température est uniforme dans  $(\Sigma)$  et notée  $T(t)$ . Avant irradiation, la température est égale à  $T_0 = 293 \text{ K}$  ;
- le perçage s'effectue sous la pression atmosphérique constante  $p_0 = 1,0 \text{ bar}$ .

#### Données thermodynamiques relatives à l'aluminium

- Température de fusion :  $T_f = 933 \text{ K}$
- Température de vaporisation :  $T_v = 2740 \text{ K}$
- Chaleur latente massique de fusion :  $\ell_f = 397 \text{ kJ.kg}^{-1}$
- Chaleur latente massique de vaporisation :  $\ell_v = 10500 \text{ kJ.kg}^{-1}$
- Masse volumique du solide :  $\rho_s = 2700 \text{ kg.m}^{-3}$
- Capacité thermique massique du solide :  $c_S = 900 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$
- Capacité thermique massique du liquide :  $c_L = 1090 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$

Les températures de changement d'état et chaleurs latentes sont données pour la pression  $p_0 = 1,0 \text{ bar}$ . Les variations de la masse volumique et des capacités thermiques avec la température sont négligées.

### I.1. Perçage : feuille métallique immobile par rapport au faisceau laser

On considère une feuille d'aluminium d'épaisseur  $e = 0,50$  mm. Dans un premier temps, la feuille est **immobile** par rapport au faisceau laser dont le diamètre est  $\Phi = 0,80$  mm.

1. Exprimer la masse  $m$  du système ( $\Sigma$ ). Calculer sa valeur numérique.

L'irradiation de l'aluminium provoque son échauffement de la température  $T_0$  à la température de fusion  $T_f$ , puis sa fusion, ensuite l'échauffement du métal liquide de  $T_f$  à la température de vaporisation  $T_v$  et enfin sa vaporisation totale.

2. Déterminer l'expression littérale de la variation d'enthalpie  $\Delta H$  de ( $\Sigma$ ) correspondant à cette transformation thermodynamique. Faire l'application numérique.
3. On suppose que la durée  $t_p = 50$  ms de l'impulsion est celle de la transformation complète définie ci-dessus. La durée d'une étape étant proportionnelle à l'énergie mise en jeu dans celle-ci, calculer littéralement puis numériquement les durées correspondant à chacune des étapes du processus.
4. Représenter l'évolution de la température du métal en fonction du temps. On précisera les températures et temps caractéristiques du graphique.

L'aluminium réfléchit une partie du rayonnement du laser. On note  $R$  la réflectivité de l'aluminium pour le rayonnement étudié : c'est la proportion de l'énergie incidente issue du laser qui est réfléchi par le métal. Pour l'aluminium  $R = 0,72$ .

5. La durée  $t_p$  de l'impulsion laser étant imposée, en déduire la puissance minimale  $\mathcal{P}_{\min}$  d'une impulsion laser nécessaire à la réalisation de cette transformation. Faire l'application numérique. En déduire la densité de puissance incidente  $J_{\min}$  associée.
6. Les lasers utilisés ont une puissance imposée. La valeur  $J_{\min}$  et le diamètre du faisceau peuvent être ajustés à l'aide d'un montage optique convenable. Proposer un montage utilisant deux lentilles qui permette d'agrandir (ou de réduire) la section du faisceau lumineux, sans modifier son parallélisme. Justifier en traçant la marche des rayons lumineux.

### I.2. Découpe de la feuille d'aluminium

On s'intéresse maintenant à la découpe de la feuille d'aluminium. À cet effet, le laser YAG-Nd<sup>3+</sup> reste fixe et irradie la feuille métallique déplacée selon un mouvement de translation uniforme à la vitesse  $v$ , perpendiculairement à la direction du faisceau. Le laser employé fonctionne maintenant en mode continu (c'est-à-dire non pulsé) avec une puissance moyenne constante  $\mathcal{P}_L = 700$  W et un diamètre  $\Phi = 0,80$  mm. La réflectivité de l'aluminium est  $R = 0,72$ .

7. Déterminer la vitesse maximale  $v_M$  de découpe de la feuille. Calculer  $v_M$ .
8. En réalité, la vitesse de découpe doit être bien inférieure à la valeur  $v_M$  précédemment calculée. Quelles sont, dans les hypothèses de départ, celles qui vous paraissent les plus simplificatrices ?

## II. Formation et stabilité d'un nuage

Suite aux perturbations atmosphériques et sous certaines conditions, il se forme des nuages orageux en général du type cumulo-nimbus de couleur sombre. Ils constituent une gigantesque machine thermique dont la base et le sommet sont respectivement à environ 2 km et 15 km d'altitude. Sa constitution est rendue possible par l'élévation d'air chaud par des courants ascendants dont la vitesse est de quelques mètres par seconde. Lors de son ascension, cette masse d'air se charge en humidité jusqu'à devenir un nuage. La partie supérieure, où il fait froid, est occupée par les particules de glace, tandis que les gouttes d'eau s'établissent dans la partie inférieure.

On s'intéresse à l'équilibre de l'air dans l'atmosphère terrestre. Les valeurs de référence pour la température et la pression seront celles relevées à la surface de la Terre, à savoir  $p_0 = 1,0 \times 10^5$  Pa et  $T_0 = 300$  K. L'air sera assimilé à un gaz parfait. L'axe vertical est ascendant et l'origine  $O$  se situe à la surface de la Terre.

Données :

- Accélération de la pesanteur :  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-1}$ .
- Constante des gaz parfaits :  $R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ .
- Nombre d'Avogadro :  $\mathcal{N}_A = 6,02 \times 10^{23}$ .
- Masses molaires (en  $\text{g.mol}^{-1}$ ) :  $M(H) = 1,0$ ,  $M(C) = 12,0$ ,  $M(N) = 14,0$ , et  $M(O) = 16,0$ .
- Coefficient adiabatique d'un gaz diatomique diatomique à température ambiante :  $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,4$ .
- Masse volumique de l'eau liquide :  $\rho_e = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$ .
- Pression de vapeur saturante  $p_{\text{sat}}(T)$  de l'eau en fonction de la température :

Température (°C)	-10	0	5	10	15	20	25	30
$p_{\text{sat}}(T)$ (Pa)	260	610	872	1230	1700	2340	3170	4210

- Viscosité de l'air :  $\eta_a = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Pa.s}$ .

### II.1. Equilibre de l'atmosphère isotherme

1. On note  $M_a$  la masse molaire de l'air. Quelle valeur approchée peut-on lui associer si l'on se limite aux deux constituants majoritaires ? Justifier.
2. Etablir l'expression de la pression  $p(z)$  en supposant l'atmosphère de température uniforme  $T_0$ . En déduire un ordre de grandeur de l'épaisseur caractéristique  $H$  de l'atmosphère.

### II.2. Equilibre en présence d'un gradient de température

La température dans les basses couches de l'atmosphère n'est pas uniforme mais décroît avec l'altitude. Dans cette partie, on admettra que cette température suit une décroissance affine de la forme  $T(z) = T_0 - \lambda z$  avec  $T_0 = 300$  K et  $\lambda = 0,007 \text{ K.m}^{-1}$ .

3. Déterminer l'expression littérale de  $p(z)$ .
4. Les applications numériques donnent :

Altitude (km)	0,5	2	5	8	11	14
Pression (hPa)	945	793	548	367	237	146

Jusqu'à quelle altitude et avec quelle précision le modèle de l'atmosphère isotherme est-il pertinent ?

### II.3. Gradient adiabatique de température - Formation du nuage

Le profil de température moyen observé dans la troposphère est en fait influencé par la convection atmosphérique. En moyenne, l'atmosphère peut toujours être considérée en équilibre hydrostatique mais à condition de prendre en compte implicitement un flux d'air ascensionnel continu. L'ascension verticale d'une masse d'air humide depuis la surface de la Terre à la pression  $p_0$  jusqu'à l'altitude  $z$  à la pression  $p(z)$  sera assimilée à une détente adiabatique et mécaniquement réversible. Par ailleurs, l'air humide contenant une faible quantité de vapeur d'eau sera encore assimilable à un gaz parfait diatomique de masse molaire  $M_a$ .

5. A quelle relation entre  $p(z)$  et  $T(z)$  conduirait le premier principe appliqué à la masse d'air, entre la surface et l'altitude  $z$  ?

En considérant toujours l'équilibre hydrostatique, en déduire une équation différentielle vérifiée par  $T(z)$ . Montrer qu'elle conduit à

$$T(z) = T_0 \left( 1 - \frac{z}{z_2} \right)$$

où  $z_2$  est une constante que l'on exprimera en fonction des constantes du problème. Donner sa valeur numérique.

6. On note  $x_e$  la fraction molaire en vapeur d'eau de l'air humide. Exprimer sa pression partielle  $p_e(z)$  en fonction de la température  $T(z)$  et des constantes nécessaires.
7. On suppose que les conditions sont telles que  $x_e = 3\%$  sur toute la colonne d'air. En annexe, le graphe proposé représente les données du tableau fourni au début de l'énoncé pour  $p_{\text{sat}}(T)$ . Tracer sur ce graphe la courbe  $p_e(T)$  pour les mêmes valeurs de  $T$ . En déduire graphiquement pour quel domaine d'altitudes la vapeur d'eau devrait se liquéfier.
8. Ici, les observations rendent compte d'une liquéfaction survenant à partir d'altitudes légèrement supérieures. Comment peut-on expliquer cela ?

### II.4. Stabilité du nuage : pourquoi les nuages ne tombent-ils pas ?

On considère la base d'un cumulo-nimbus immobile, située au voisinage de l'altitude  $z_c = 2000$  m, dans l'atmosphère modélisée précédemment. La colonne d'air est elle-même au repos, donc sans mouvement ascensionnel.

On modélise la chute d'une fine gouttelette d'eau liquide de rayon  $r = 0,01$  mm, située initialement à l'altitude  $z_c$  sans vitesse initiale. Les frottements qu'elle subit de la part de l'air environnant sont modélisés selon la loi de Stokes par  $\vec{F} = -6\pi\eta_a r \vec{v}$ , où  $\eta_a$  est la viscosité de l'air et  $\vec{v}$  la vitesse de la goutte.

9. Peut-on négliger la force d'Archimède ?
10. Etablir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse  $\vec{v}(t)$ .
11. Montrer qu'au bout d'un temps caractéristique  $\tau$ , la vitesse de la gouttelette tend vers une valeur limite  $\vec{v}_\infty$ .  
Donner l'expression de  $\tau$  et  $\vec{v}_\infty$ , puis leur valeur numérique.
12. A l'aide d'une approximation que l'on justifiera, déterminer la durée de chute de la gouttelette d'eau depuis la base du cumulo-nimbus jusqu'à la surface. Commentez.
13. Par ailleurs, quel phénomène thermodynamique peut justifier la stabilité mécanique du nuage, même en l'absence de courants ascensionnels suffisants ?

### III. Pompe à chaleur géothermique

Ce problème traite du fonctionnement d'une pompe à chaleur (PAC), récepteur destiné à chauffer l'intérieur d'une maison en hiver. Le fluide utilisé dans la PAC est le 1,1,1,2-tetrafluoroéthane, de nom commercial R134a. Il sera désigné plus simplement «fluide» dans la suite. Lorsqu'il est à l'état gazeux, le fluide est supposé suivre la loi des gaz parfaits. Lorsqu'il est à l'état liquide, le fluide est supposé être indilatable et incompressible.

Pour une PAC traditionnelle, dite air-air, le rôle du thermostat à la température  $T_f$  est joué par l'air extérieur à la maison. Dans une PAC géothermique, ce même thermostat est constitué par un fluide frigorigène, en général de l'eau glycolée, c'est-à-dire un mélange d'eau et d'éthan-1,2-diol. L'eau glycolée est en contact thermique via un échangeur thermique avec l'eau d'une nappe souterraine : on parle de PAC sur aquifère.

*Données et notations :*

- Constante des gaz parfaits :  $R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$  ;
- Masse molaire du fluide :  $M = 102,0 \text{ g.mol}^{-1}$  ;
- Capacité thermique massique à volume constant du fluide à l'état gazeux :  $c_V$  ;
- Capacité thermique massique à pression constante du fluide à l'état gazeux  $c_p$  ;
- Coefficient adiabatique :  $\gamma = \frac{c_p}{c_V} = 1,18$  ;
- Enthalpie massique de vaporisation du fluide à la température  $T$   $\ell_V(T)$  ;
- Enthalpie massique de la vapeur saturante à la température  $T$  :  $h_V(T)$  ;
- Enthalpie massique du liquide saturant à la température  $T$  :  $h_L(T)$  ;
- Température du point critique du fluide :  $T_{crit} = 373 \text{ K}$ .

Les données thermodynamiques utiles relatives au fluide étudié sont rassemblées dans le tableau ci-dessous. La pression de vapeur saturante du fluide à la température donnée est notée  $p_{sat}$ .

$T(\text{K})$	$p_{sat}(\text{bar})$	$h_V(T)(\text{kJ.kg}^{-1})$	$h_L(T)(\text{kJ.kg}^{-1})$
323	13,2	421,9	270,5
288	4,88	405,6	220,1

#### III.1. Généralités

1. Dessiner l'allure du diagramme de CLAPEYRON d'un fluide. On se restreindra ici aux états liquide et gaz. Placer les domaines liquide, gaz, équilibre liquide-gaz, ainsi que la courbe de rosée, la courbe d'ébullition, et le point critique.  
Dessiner l'allure d'une isotherme de température  $T < T_{crit}$ .
2. Établir la relation entre  $c_p$ ,  $R$ ,  $M$  et  $\gamma$ .
3. On considère une PAC fonctionnant entre deux thermostats idéaux (c'est-à-dire dont la température demeure constante au cours du fonctionnement de la PAC). Soient  $T_c$  et  $T_f < T_c$ , les valeurs de température de chacun de ces thermostats. On note  $w$ ,  $q_c$  et  $q_f$  les transferts d'énergie par unité de masse algébriquement reçus par le fluide au cours d'un cycle, respectivement sous forme de travail, transfert thermique avec le thermostat à la température  $T_c$ , transfert thermique avec le thermostat à la température  $T_f$ .
  - a) Rappeler le signe de  $w$ ,  $q_c$  et  $q_f$  pour une PAC. Rappeler la définition de l'efficacité de la PAC, notée  $e$ . L'exprimer en fonction des transferts d'énergie par unité de masse.
  - b) Montrer que la valeur de  $e$  est majorée par une grandeur notée  $e_C$  que l'on exprimera en fonction de  $T_c$  et  $T_f$  uniquement. Dans quel cas as-t-on  $e = e_C$  ?

### III.2. Étude d'une PAC.

Le fluide de la PAC subit le cycle thermodynamique suivant :

- Étape (1)  $\rightarrow$  (2) : à partir d'un état de vapeur saturante (1) à la température  $T_f = 288\text{ K}$  et la pression  $p_f$ , le fluide subit une compression adiabatique supposée réversible qui l'amène à un état (2) vapeur sèche à la pression  $p_c$  et à la température  $T_2$ .
  - Étape (2)  $\rightarrow$  (3) : le fluide est mis en contact avec un premier thermostat à la température  $T_c = 323\text{ K}$ , ce qui a pour effet de le refroidir de façon isobare à l'état de vapeur saturante à la température  $T_c$  puis de la liquéfier entièrement. On note (3) l'état final de cette transformation, où le fluide est à l'état de liquide saturant.
  - Étape (3)  $\rightarrow$  (4) : le fluide subit une détente de JOULE-KELVIN, c'est-à-dire adiabatique et ne mettant en jeu aucune partie mobile. À l'état final, noté (4), le fluide diphasé est à la pression  $p_f$  et possède un titre massique en vapeur, noté  $x$ .
  - Étape (4)  $\rightarrow$  (1) : le fluide dans l'état (4) est mis en contact avec le second thermostat à la température  $T_f$ , ce qui a pour effet de la ramener à l'état (1).
4. Dessiner le cycle thermodynamique décrit par le fluide de la PAC dans un diagramme de CLAPEYRON. On fera figurer les isothermes  $T_c$  et  $T_f$ , ainsi que les points représentatifs des états (1), (2), (3) et (4).
  5. Déterminer la température  $T_2$ . Application numérique.
  6. Préciser lors de quelle(s) étape(s) le transfert thermique  $q_f$  est réalisé. Même question pour  $q_c$ . Qu'est-ce qui, concrètement, joue le rôle du thermostat lors du transfert thermique  $q_c$  ?
  7. Déterminer  $q_c$ . Application numérique.  
Comparer numériquement les deux termes intervenant dans l'expression de  $q_c$ . Commenter.
  8. Relier le travail massique utile  $w_u$  de l'étape de compression (1)  $\rightarrow$  (2) aux transferts thermiques massiques  $q_c$  et  $q_f$ .  
En déduire le lien entre le travail massique  $w$  reçu par le fluide sur l'ensemble du cycle et  $w_u$ .
  9. On admet que le travail  $w$  peut s'interpréter à l'aide de l'aire sous le cycle dans le diagramme de CLAPEYRON (bien que certaines transformations soient irréversibles mais elles ne donnent pas lieu à des échanges mécaniques avec l'extérieur). Quel est l'effet sur l'efficacité  $e$  d'une augmentation de  $T_f$ , toutes choses égales par ailleurs ? (ne pas raisonner sur l'efficacité de Carnot ici).  
Justifier l'avantage d'une PAC sur aquifère par rapport à une PAC air-air.
  10. Justifier qu'une détente de JOULE-KELVIN (étape (3)  $\rightarrow$  (4)) est isenthalpique.
  11. À l'aide des données du tableau, déterminer littéralement puis numériquement le titre en vapeur à l'état (4), noté  $x$ .
  12. Exprimer littéralement puis calculer numériquement  $q_f$ .  
En déduire la valeur numérique de  $w$ .
  13. Calculer numériquement l'efficacité  $e$  de la PAC et son efficacité de Carnot  $e_C$ . A-t-on  $e = e_C$  ?  
Expliquer lors de quelle(s) étape(s) il y a irréversibilité, ainsi que l'origine précise de celle-ci.

\* \* \* FIN DE L'ÉPREUVE \* \* \*

(pensez à rendre votre annexe avec votre NOM et Prénom)

**ANNEXE (à rendre avec la copie)****NOM :****Prénom :**