

MÉCANIQUE

I. Vibrations d'une molécule HCl

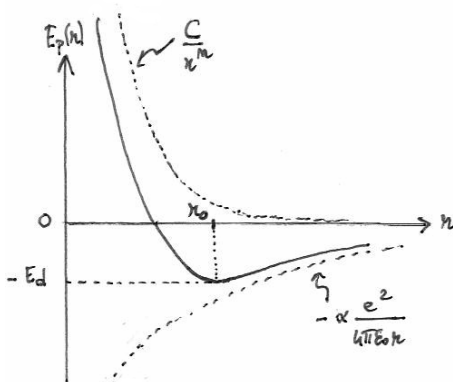
1. La force électrostatique a pour dimension $[F] = MLT^{-2} = [q]^2 L^{-2} [\epsilon_0]^{-1} = I^2 T^2 L^{-2} [\epsilon_0]^{-1}$, d'où $[\epsilon_0] = M^{-1} L^{-3} T^4 I^2$. On peut donc proposer l'unité SI $\text{kg}^{-1} \text{m}^{-3} \text{s}^4 \text{A}^2$.

2. $E_{p1}(r) = \frac{C}{r^n}$ est une fonction décroissante. Donc le travail de la force associée $\delta W_1 = F_1(r) dr = -dE_{p1}$ est moteur quand l'atome d'hydrogène s'éloigne du chlore. La force est donc répulsive (ce qui se vérifie sur $F_{p1}(r) = -\frac{dE_{p1}}{dr} > 0$, avec $\vec{F}_{p1} = F_{p1} \vec{u}_r$ où \vec{u}_r est dirigé du chlore vers l'hydrogène). Ce terme rend donc compte de l'**impénétrabilité** des atomes, due à la répulsion entre les noyaux et entre les électrons de chaque atome.

• Au contraire, $E_{p2}(r) = -\frac{\alpha e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$ est croissante donc correspond à une force attractive. Sa forme correspond à l'**attraction coulombienne** entre deux charges, ce qui modélise l'attraction entre les deux charges partielles de la molécule HCl **polarisée**. C'est ce terme qui rend compte de façon classique de l'existence de la liaison covalente (phénomène quantique).

• La position d'équilibre r_0 correspond nécessairement à un minimum d'énergie potentielle, donc r_0 est le **minimum**.

• E_d est l'énergie mécanique à fournir à la molécule dans son état d'équilibre pour éloigner les deux atomes à l'infini l'un de l'autre. Donc $E_d = E_p(\infty) - E_p(r_0)$. Comme $E_p(\infty) = 0$, on peut noter $E_p(r_0) = -E_d$. cf **SCHEMA**



3. On calcule le minimum :

$$\frac{dE_p}{dr}(r_0) = 0 \Leftrightarrow \frac{nC}{r_0^{n-1}} = \frac{\alpha e^2}{4\pi\epsilon_0} \quad (1)$$

On encadre et numérote la relation précédente car elle sera utile dans les calculs. On obtient

$$r_0 = \left(\frac{nC4\pi\epsilon_0}{\alpha e^2} \right)^{\frac{1}{n-1}}$$

• On calcule d'abord la raideur effective du potentiel $k = \frac{d^2 E_p}{dr^2}(r_0)$, ce qui d'après l'Eq. (1) conduit à

$$k = \frac{n(n-1)C}{r_0^{n+2}}. \text{ D'où } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{n(n-1)C}{m r_0^{n+2}}}$$

• On a $E_d = -E_p(r_0)$, ce qui conduit à $E_d = \frac{(n-1)C}{r_0^n}$.

4. En combinant les deux dernières relations encadrées, on obtient $n = \frac{m\omega_0^2 r_0^2}{E_d} = 12$. Puis on en déduit

$$C = \frac{r_0^n E_d}{n-1} = 2,2 \times 10^{-138} \text{ J.m}^{12} \text{ et } \alpha = \frac{n4\pi\epsilon_0 r_0}{(n-1)e^2} E_d = 0,40. \text{ On trouve } \alpha < 1 \text{ ce qui correspond à une}$$

charge partielle sur chaque atome $\pm\sqrt{\alpha e} = \pm 0,20e$ soit 20% de la charge élémentaire.

5. Le temps de réponse est la durée caractéristique des régimes transitoires. Il vérifie $\frac{2}{\tau} = \frac{\omega_0}{Q}$. D'où $Q = \frac{\omega_0 \tau}{2} = 5 \times 10^5$. Cet oscillateur est donc **très faiblement amorti**.

6. On pose $x(t) = X_m e^{i(\omega t + \varphi)}$ avec $i^2 = -1$. L'équation du mouvement devient $[-\omega^2 + i\omega \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2] x = \frac{\beta e}{m} E_0 e^{i\omega t}$. D'où $X_m e^{i\varphi} = \frac{\beta e E_0 / m \omega_0^2}{1 - u^2 + \frac{i}{Q} u}$. En prenant le module on obtient

$$X_m = \frac{\beta e E_0}{m \omega_0^2 \sqrt{f(u)}} \text{ avec } f(u) = (1 - u^2)^2 + \frac{u^2}{Q^2} \text{ et } u = \frac{\omega}{\omega_0}.$$

7. La fonction $f(u)$ admet un minimum en $u_r = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$ si $Q \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$. Ici on a $Q \gg 1$ donc cette résonance existe et $u_r \approx 1$, donc $|\omega_r \approx \omega_0$.

8. Pour obtenir la rupture il faut maximiser l'amplitude des oscillations, donc exciter le système à sa fréquence de résonance, qui est aussi à peu près sa fréquence propre : $f_r \approx f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 8,7 \times 10^{13} \text{ Hz}$. Cela correspond à une lumière de longueur d'onde $\lambda_0 = \frac{c}{f_0} = 3,5 \mu\text{m}$, qui se situe dans l'infrarouge.

L'amplitude du mouvement à la résonance vaut $X_{m_{\max}} = \beta e E_0 / (m \omega_0^2 \sqrt{f(u_r)}) = Q \beta e E_0 / (m \omega_0^2 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}})$,

donc $X_{m_{\max}} \approx Q \frac{\beta e E_0}{m \omega_0^2}$, où $\frac{\beta e E_0}{m \omega_0^2}$ représente l'amplitude des oscillations à basse fréquence ($u = 0$). Comme $Q \sim 5 \times 10^5$, la résonance permet donc d'atteindre une amplitude d'oscillations 500000 fois supérieure au déplacement obtenu dans le cas statique.

9. Les fréquences de coupures sont définies par un gain $\sqrt{2}$ fois plus petit que le gain à la résonance : $f(u_{1,2}) = 2f(u_r) = \frac{2}{Q^2} (1 - \frac{1}{4Q^2})$, c'est-à-dire

$$u_{1,2}^4 + \left(\frac{1}{Q^2} - 2\right) u_{1,2}^2 + 1 - \frac{2}{Q^2} \left(1 - \frac{1}{4Q^2}\right) \approx u_{1,2}^4 + \left(\frac{1}{Q^2} - 2\right) u_{1,2}^2 + 1 - \frac{2}{Q^2} = 0.$$

Le discriminant de cette équation bicarrée est $\Delta \approx \frac{4}{Q^2}$, d'où $u_{1,2}^2 = 1 - \frac{1}{2Q^2} \pm \frac{1}{Q} \approx 1 \pm \frac{1}{Q}$. On en déduit

$u_{1,2} = \sqrt{1 \pm \frac{1}{Q}} \approx 1 \pm \frac{1}{2Q}$, et donc $\Delta u = u_2 - u_1 = \frac{1}{Q}$. Finalement $\Delta f = \frac{f_0}{Q} = 1,6 \times 10^8 \text{ Hz}$. Il est notable

qu'on obtient la même relation que pour un filtre passe-bande. Ceci est dû au très grand facteur de qualité, qui implique une résonance aigüe. Au voisinage de $f_r \approx f_0$, le filtre se comporte comme un passe-bande.

Comme $\lambda = c/f$, on obtient par différentiation logarithmique $\Delta \lambda = \frac{\Delta f}{f_0} \lambda_0$ d'où $\Delta \lambda = c \frac{\Delta f}{f_0^2} = 6,3 \text{ nm}$.

10. On se place donc à la résonance : $\omega_r = \omega_0$. On a $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ et $\dot{x} = -\omega_0 X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$, donc

$$E_m = E_p + E_c = E_p(r_0) + \frac{1}{2} k x^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}^2 = -E_d + \frac{1}{2} m \omega_0^2 X_m^2 (\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi))$$

$$\text{d'où } E_m = -E_d + \frac{1}{2} m \omega_0^2 X_m^2 = \text{constante}.$$

11. Pour rompre la liaison, il faut que le proton soit dans un **état libre**, donc au minimum $E_m = 0$. Ceci équivaut donc à $E_d = \frac{1}{2} m \omega_0^2 X_m^2$. On obtient alors $X_m^2 = \frac{2}{n} r_0^2$ donc $X_m = \frac{1}{\sqrt{6}} r_0 \approx 0,4 r_0$. Il faut donc que l'amplitude des oscillations soit de l'ordre de grandeur de la distance d'équilibre.

12. En injectant dans l'une des relations précédentes le fait qu'à la résonance $X_{m_{\max}} \approx Q \frac{\beta e E_0}{m \omega_0^2}$, on obtient

$$E_0 = \frac{2}{\tau \beta e} \sqrt{2mE_d} = \frac{2m\omega_0 r_0}{\sqrt{6}\tau \beta e} \approx 3 \times 10^5 \text{ V.m}^{-1}.$$

13. Pour des vibrations d'aussi grande amplitude ($X_m \approx 0, 4r_0$), l'approximation harmonique est insuffisante (on n'est plus dans les conditions des petites oscillations). Le modèle n'est donc plus tout à fait valable et l'oscillateur est donc **non linéaire (anharmonique)**. La conséquence principale est que **sa période propre dépend de l'amplitude du mouvement**. Pour obtenir une résonance il faut donc modifier la fréquence d'excitation à mesure que l'amplitude augmente... ou alors rester hors résonance mais augmenter substantiellement l'amplitude du forçage.

II. Instabilité paramétrique du Botafumeiro (d'après ENS Paris Lyon Cachan - MPI 2009)

1. Equation du mouvement

- On définit la base polaire par $\vec{u}_r = \overrightarrow{O'M}/l$, et \vec{u}_θ orthogonal à \vec{u}_r , dirigé vers les θ croissants. On a $\overrightarrow{OM} = h(t)\vec{u}_z + \ell\vec{u}_r$, donc $\vec{v} = \dot{h}\vec{u}_z + \ell\dot{\theta}\vec{u}_\theta$. Puis $\vec{a} = \ddot{h}\vec{u}_z - \ell\dot{\theta}^2\vec{u}_r + \ell\ddot{\theta}\vec{u}_\theta$. Comme $\vec{u}_z = \cos\theta\vec{u}_r - \sin\theta\vec{u}_\theta$, on obtient $\vec{a} = (\ddot{h}\cos\theta - \ell\dot{\theta}^2)\vec{u}_r + (-\ddot{h}\sin\theta + \ell\ddot{\theta})\vec{u}_\theta$.
- Le point M subit son poids $m\vec{g} = mg\vec{u}_z = mg(\cos\theta\vec{u}_r - \sin\theta\vec{u}_\theta)$, ainsi que la tension du fil $\vec{T} = -T\vec{u}_r$ avec $T > 0$. **SCHEMA**
- Le Principe Fondamental de la Dynamique (PFD) s'écrit $\vec{a} = g\vec{u}_z - \frac{T}{m}\vec{u}_r$. La projection selon \vec{u}_θ donne $-\ddot{h}\sin\theta + \ell\ddot{\theta} = -g\sin\theta$. En notant que $\dot{h} = -h_0\omega_e^2 \cos(\omega_e t)$, on obtient donc $\ddot{\theta} + \omega_0^2(1 + 2f \cos(\omega_e t)) \sin\theta = 0$, avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ et $f = \frac{h_0\omega_e^2}{2g}$.

2. Etude énergétique

- En projetant le PFD selon \vec{u}_r , on obtient $T = m[(g - \ddot{h}) \cos\theta + l\dot{\theta}^2]$. En plus de dépendre de la position de M (via θ), T dépend de sa vitesse via $\dot{\theta}$, et donc des conditions initiales du mouvement. Par conséquent le travail de \vec{T} sur un chemin quelconque dépend des conditions initiales. La force n'est donc pas conservative. Si $h(t) = 0$, alors le mouvement est circulaire, donc la vitesse est orthoradiale et \vec{T} **ne travaille pas**. Toutefois on ne dit pas qu'elle est alors conservative car sa valeur dépend toujours des conditions initiales du mouvement.
- Le travail de la force de pesanteur est contenu dans l'énergie mécanique. Il reste la force de tension du fil $-T\vec{u}_r$ ($T > 0$) qui n'est pas conservative. Le théorème de la puissance mécanique s'écrit donc

$$\frac{dE_m}{dt} = \mathcal{P}_{\vec{T}} = \vec{T} \cdot \vec{v} = -T\dot{h}\vec{u}_r \cdot \vec{u}_z = -T\dot{h} \cos\theta$$

Tant que le fil est tendu, on a $T > 0$. De plus, tant que l'amplitude du mouvement est faible ($|\theta| < \frac{\pi}{2}$), $\cos\theta > 0$. On en déduit que **la puissance de la force de tension est du signe de $-\dot{h}$** . Ainsi, le dispositif exciteur **fournit de l'énergie mécanique au pendule lorsque O' monte ($\dot{h} < 0$, phase motrice), et lui en prend lorsque O' descend ($\dot{h} > 0$, phase résistante)**.

- Comme le forçage est de faible intensité, et qu'au début de l'instabilité, les oscillations sont de faible amplitude, le pendule se comporte quasiment comme un pendule harmonique aux oscillations isochrones de pulsation ω_0 . Aussi, comme $\omega_e = 2\omega_0$, **le point O' monte et descend deux fois pendant un aller-retour du pendule**. On compare la puissance reçue en phase motrice à celle reçue en phase résistive. Tout d'abord $0 < \cos\theta_{\max} < \cos 0 = 1$. Ensuite la vitesse $\dot{\theta}$ est naturellement plus grande au voisinage de $\theta = 0$ qu'au voisinage des extrêmes $\pm\theta_{\max}$. Donc comme $T/m \approx g \cos\theta + l\dot{\theta}^2$, on en déduit que $T(\theta = 0) > T(\theta = \pm\theta_{\max})$. Autrement dit le fil est plus tendu en bas qu'en haut, ce qui est assez intuitif. Ainsi, finalement

$$T(\theta = 0) \cos 0 > T(\theta = \pm\theta_{\max}) \cos\theta_{\max}$$

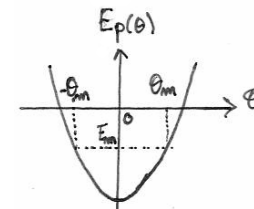
La puissance absolue $|\mathcal{P}_{\vec{T}}|$ est supérieure en phase motrice au voisinage de $\theta \approx 0$ à ce qu'elle vaut en phase résistante au voisinage des extrêmes. En moyenne la phase motrice domine, et on arrive à augmenter progressivement l'énergie mécanique moyenne de l'oscillateur.

7.

Lorsqu'on atteint une position extrême où le pendule rebrousse chemin, on a $E_c = 0$ et

$$E_m = E_p(\theta_{\max})$$

Plus E_m est grande, plus $E_p(\theta_{\max})$ l'est, donc plus M atteint de hautes altitudes, c'est-à-dire plus l'amplitude θ_{\max} est grande. Ceci se vérifie sur le schéma de $E_p(\theta)$ qui a la forme d'un puits de potentiel.



- On a $E_c = \frac{1}{2}m\vec{v}^2 = \frac{1}{2}m(\dot{h}\vec{u}_z + \ell\dot{\theta}\vec{u}_\theta)^2$, d'où $E_c = \frac{1}{2}m(\dot{h}^2 + \ell^2\dot{\theta}^2 - 2\dot{h}\ell\dot{\theta}\sin\theta)$. D'autre part, $E_p = -mgz$, d'où $E_p = -mg(h + \ell\cos\theta)$. Et on a bien sûr $E_m = E_c + E_p$.

3. Equation de Mathieu - Diagramme de stabilité

- On introduit la solution proposée dans l'équation de Mathieu pour trouver une condition nécessaire sur les valeurs de μ . On a :
 - $\theta = \theta_0 e^{\mu\omega_0 t} \cos(\omega t + \phi)$
 - $\dot{\theta} = \theta_0 e^{\mu\omega_0 t} [\mu\omega_0 \cos(\omega t + \phi) - \omega \sin(\omega t + \phi)]$
 - $\ddot{\theta} = \theta_0 e^{\mu\omega_0 t} [(\mu^2\omega_0^2 - \omega^2) \cos(\omega t + \phi) - 2\mu\omega_0\omega \sin(\omega t + \phi)]$

On introduit $\theta(t)$ et $\dot{\theta}(t)$ dans l'équation de Mathieu et on linéarise le produit $\cos(2\omega t) \cdot \cos(\omega t + \phi)$. Puis on néglige le terme en 3ω comme demandé et on factorise par ω_0^2 . On obtient alors l'équation suivante, vraie pour tout t :

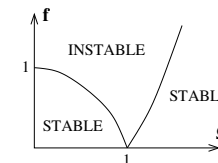
$$(\mu^2 + 1 - \Omega^2) \cos(\omega t + \phi) + f \cos(\omega t - \phi) - 2\mu\Omega \sin(\omega t + \phi) = 0$$

On peut l'appliquer en particulier à 2 instants tels que $\omega t = 0$ puis $\omega t = \frac{\pi}{2}$, ce qui mène au système linéaire de 2 équations de l'énoncé.

- On cherche les solutions pour μ . Le pendule sera instable si μ est réel positif. L'équation est un trinôme en μ^2 , de discriminant réduit $\Delta' = 4'\Omega^2 + f^2 > 0$. Donc on obtient deux solutions réelles $\mu^2 = -(\Omega^2 + 1) \pm \sqrt{4\Omega^2 + f^2}$. Pour que μ soit réel, il est nécessaire que $\mu^2 > 0$. Seule la première solution le permet, à condition que $\sqrt{4\Omega^2 + f^2} > \Omega^2 + 1$, c'est-à-dire $f^2 > (\Omega^2 - 1)^2 = f_c^2$.

11.

L'inégalité précédente s'écrit $f > |\Omega^2 - 1|$, donc se décline en 2 cas : $f > 1 - \Omega^2$ si $\Omega < 1$, ou $f > \Omega^2 - 1$ si $\Omega \geq 1$. On obtient le diagramme ci-contre.



- Rappelons que $f = \frac{h_0\omega_e^2}{2g}$ représente entre autre l'amplitude de l'excitation h_0 . Le graphe indique qu'en $\Omega = 1$ donc $\omega = \omega_0$, c'est-à-dire $\omega_e = 2\omega_0$, le système est instable quelle que soit l'excitation, aussi petite soit-elle. Pour ω_e proche de $2\omega_0$, l'excitation doit dépasser un seuil pour atteindre l'instabilité, seuil d'autant plus élevé que ω_e est éloigné de $2\omega_0$. On retrouve donc bien les résultats observés expérimentalement.

III. Accéléromètre et sismomètre

1. Accéléromètre ADXL330

1. L'accéléromètre mesure l'accélération selon trois axes orthogonaux, parallèles aux arêtes de la puce. Il s'agit d'un parallélépipède de base carrée de taille 4 mm×4 mm pour les axes Ox et Oy , et d'épaisseur 0,35 mm pour l'axe Oz (cf Page 5 of 16). SCHEMA

2. a) Le principe repose sur la modification de la capacité de micro-condensateurs formés par des armatures dont certaines sont mobiles car fixées à des ressorts (cf Page 11 of 16). La capacité d'un condensateur dépendant de la distance entre les armatures, on souhaite mesurer l'évolution de cette capacité. Pour cela on impose un signal de tension de forme rectangulaire sur les armatures fixes de part et d'autre de l'armature mobile. Les deux signaux sont a priori en opposition de phase s'il n'y a pas d'accélération. S'il y en a une cela modifie la capacité et donc déphase l'un des signaux par rapport à l'autre.

b) Le module DEMOD sert à transformer chaque composante de l'accélération en un signal électrique qui lui est directement proportionnel. Il réalise une démodulation du signal produit par le bloc « 3-AXIS Sensor », lui-même constitué de la superposition des deux signaux rectangulaires déphasés. On accède alors à ce déphasage, qui est proportionnel à l'accélération.
Remarque : les explications ne sont pas très claires dans la documentation.

3. a) Un accéléromètre peut être modélisé comme un filtre passe-bas d'ordre 2 :

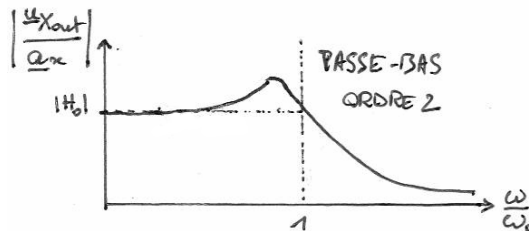
$$\frac{u_{X_{out}}}{a_x} = \frac{H_{0x}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j \frac{\omega}{Q\omega_0}}$$

où Q est le facteur de qualité, ω_0 est une pulsation propre, et H_{0x} est le rapport tension sur accélération en régime stationnaire (proportionnel aux divers coefficients d'amplification).

Remarque : H_0 est dimensionné car on ne fait pas ici le rapport entre deux quantités de même dimension.

b) Le facteur de qualité doit être proche de 1/2 pour se rapprocher du régime transitoire critique. La documentation indique une fréquence de résonance de 5,5 kHz (en RSF), donc le facteur de qualité est forcément légèrement supérieur à $1/\sqrt{2}$, sinon il n'y a pas de résonance. Les bandes passantes affichées (Page 3 of 16) sont seulement indicatives car elles dépendent en fait des valeurs des capacités C_x , C_y et C_z utilisées en sortie de capteur par l'utilisateur (cf note 5). Par ailleurs, en regardant les valeurs numériques proposées, on s'aperçoit qu'elles sont égales pour des capacités de sortie égales. La réponse du capteur a donc la même bande passante pour chaque axe. La fréquence de coupure est du même ordre de grandeur que la fréquence de résonance, d'autant plus qu'on ne souhaite pas atteindre la résonance. On peut donc retenir que **la bande passante du capteur seul est de l'ordre de 10 kHz** (légèrement supérieure à 5,5 kHz).

L'allure de $\left| \frac{u_{X_{out}}}{a_x} \right|$ en fonction de $\frac{\omega}{\omega_0}$ est représenté ci-dessous. Elle correspond à l'allure du gain d'un passe-bas d'ordre 2 avec résonance.



c) Cette dernière peut être diminuée par l'utilisateur, grâce aux capacités placées en sortie, qui forment des filtres passe-bas R-C série. La formule proposée est celle d'un filtre passe-bas d'ordre 1 : $f_c = 1/(2\pi R_{FILTR}C)$. C'est donc le filtre RC de sortie qui impose sa fréquence de coupure car elle est beaucoup plus faible que celle de l'accéléromètre (on a intérêt à la choisir comme telle). Il s'agit d'une opération de *lissage*. Le but est de couper les hautes fréquences, qui correspondent aux

signaux rapides, et donc de réduire le niveau de bruit par rapport au signal recherché (partie lente), et ainsi gagner en précision.

Il n'y a probablement pas d'intérêt à essayer d'augmenter cette bande passante car au contraire cela dégraderait la précision.

d) Le filtre étant globalement un passe-bas, les fréquences au-delà de la bande passante sont éliminées, c'est-à-dire fortement atténuées.

e) Un utilisateur de jeu pourra difficilement dépasser 10 Hz. Donc il faut envisager une bande passante de quelques dizaines de Hertz. Ceci est facilement accessible : on obtient 50 Hz pour une capacité en sortie $C = 0,1 \mu\text{F}$. On choisit une bande passante supérieure à la fréquence maximale à mesurer pour que le gain soit insensible à la fréquence sur toute la gamme utile, et donc la mesure juste.

2. Application à la sismologie

4. On note d la distance parcourue par les deux ondes entre l'épicentre et le sismomètre (en supposant qu'elles progressent selon le même chemin). L'intervalle de temps entre l'arrivée de l'onde P et celle de l'onde S s'écrit

$$\Delta t = \frac{d}{V_S} - \frac{d}{V_P} \quad \text{d'où} \quad d = \frac{V_P V_S}{V_P - V_S} \cdot \Delta t = 8,7 * 10 = 87 \text{ km.}$$

5. a) La fréquence des signaux présentés est de l'ordre de quelques Hz. Comme vu en question 3., il est facile d'atteindre cette valeur en prenant des capacités de sortie de l'ordre du μF .

b) Dans la page « Specifications » (Page 3 of 16), on repère trois sources d'incertitude :

- i) *Cross Axis Sensitivity* : incertitude sur les composantes de l'accélération (a) associée à la direction des 3 axes de mesure ;
- ii) *Noise Density* : incertitude sur a liée au bruit électronique superposé au signal (se rapproche d'une incertitude de lecture liée à l'épaisseur d'un trait) ;
- iii) *Sensitivity Change Due to Temperature* : incertitude sur le rapport tension/accélération α (en posant $u = \alpha a$), liée à la variation des constantes physiques des composants de la chaîne de traitement en fonction de la température ambiante ;

La seule incertitude qui joue sur le niveau de sensibilité à l'accélération est celle liée au bruit (ii). Les pages « Specifications » et « Applications » indiquent comment calculer l'écart-type associé (rms), c'est-à-dire l'incertitude-type de type B de niveau de confiance 68%. Elle dépend de la bande passante choisie par l'utilisateur. On choisit par exemple pour coupure $f_c = 20 \text{ Hz}$ pour pouvoir mesurer fidèlement jusqu'à 10 Hz. En prenant la densité de bruit selon l'axe Oz on obtient :

$$\Delta_{ii} = (\text{Noise density}) * \sqrt{f_c * 1.6} \approx 350. * \sqrt{(20 * 1,6)} * 10^{-6} \approx 2,0 \text{ mg}$$

c) Ceci conduit pour un séisme de magnitude 3 à une incertitude relative de $\frac{\Delta a}{a} = 2/5 = 40\%...$ L'incertitude liée aux fluctuations de température est largement négligeable devant cela (1% d'après la page « Theory of operation »). La détection est donc possible mais entachée d'une incertitude très importante.

Pour un séisme de magnitude 4, $a = 50 \text{ mg}$, d'où $\frac{\Delta a}{a} = 4\%$, ce qui est nettement plus convenable. Les fluctuations liées à la température sont encore dominées par l'effet de bruit électronique.

Un séisme de magnitude supérieure à 6 correspond à $a > 5 \text{ g}$, ce qui dépasse les capacités du ADXL330 et pourrait conduire à sa destruction... avec ce qui l'entoure !

d) Les ondes P vibrent longitudinalement alors que les ondes S vibrent transversalement. Elles correspondent donc à des vibrations orthogonales. Si les axes de l'accéléromètre sont bien orientés, ceci implique un changement important de l'amplitude du signal sur chaque voie au moment de la superposition des ondes. Toutefois les axes de l'appareil ne seront pas forcément parallèles aux axes des vibrations. Il faut donc alors appliquer (numériquement) une rotation des axes pour séparer les ondes plus facilement.

6. a) La bande passante correspond à $f_c = 1/(2\pi R_{\text{FILT}}C) \approx \underline{11 \text{ Hz}}$. La page « Specifications » indique une tolérance de $\pm 15\%$ pour R_{FILT} . Par différentiation logarithmique, ceci conduit à une variation relative $\frac{\Delta f_c}{f_c} = \frac{\Delta R_{\text{FILT}}}{R_{\text{FILT}}} = 0,15$. D'où $\Delta f_c = 0,15 f_c \approx 1,6 \text{ Hz}$. Ainsi, l'intervalle des valeurs possibles pour la bande passante est $\boxed{[10 \text{ kHz}; 12 \text{ kHz}]}$.
- b) Ces valeurs permettent de mesurer correctement des mouvements à des fréquences de quelques hertz, ce qui permet de repérer un changement de position du téléphone du à un mouvement de la main (quelques dixièmes de seconde). Par contre, cela est insuffisant pour les systèmes de protection antichoc qui existent par exemple pour les disques durs.