

OPTIQUE et ÉLECTRICITÉ

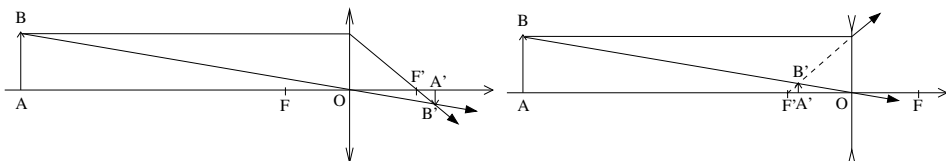
I. Optique géométrique (d'après CCP MP 2007)

1. Définitions

1. a) Un système centré admet un axe de symétrie de révolution.
- b) Un système catadioptrique comporte un ou des miroirs.
2. a) Un système est rigoureusement stigmatique pour le point A si tous les rayons incidents issus de A convergent vers un unique point A' .
- b) Le miroir plan est rigoureusement stigmatique pour tous les points de l'espace.
3. a) Le vecteur $\overrightarrow{A'B'}$ doit aussi être orthogonal à l'axe optique.
- b) Le miroir plan est rigoureusement aplanétique pour tous les points de l'espace.
4. a) On restreint le faisceau utile aux rayons dits *paraxiaux* : peu inclinés par rapport à l'axe optique et dont le point d'incidence sur le système optique est proche de l'axe optique.
- b) Les conditions de Gauss permettent d'obtenir un stigmatisme et un aplanétisme approchés.

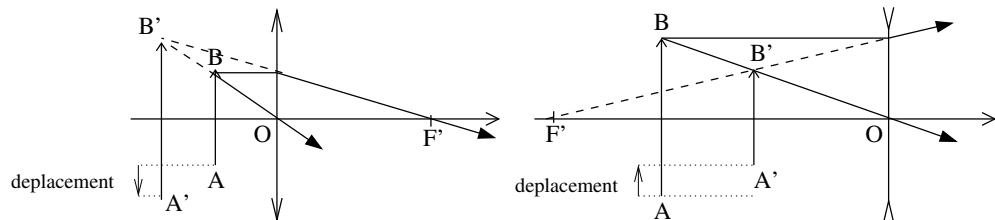
2. Lentilles minces

5. a) L'image est obtenue par intersection de deux rayons remarquables, l'un passant par le centre optique et qui n'est pas dévié, l'autre incident parallèle à l'axe, qui émerge par le foyer objet.



L'image est inversée pour une lentille convergente, et droite pour une lentille divergente. Donc il s'agit d'une lentille convergente.

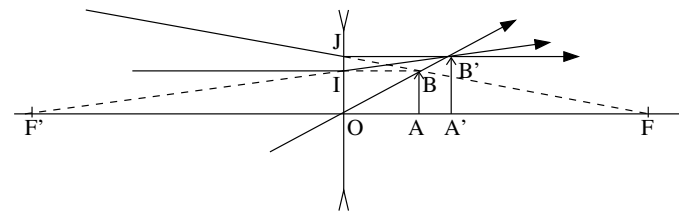
- b) On raisonne en déplaçant la lentille et son axe optique Δ vers le haut. Par exemple supposons que l'axe optique est, après déplacement, la médiatrice de l'objet AB . L'image A' est donc obtenue par symétrie de B' . Avant le déplacement, la droite (AA') est confondue avec Δ . Après le déplacement, on observe les deux cas ci-dessous :



Ainsi, avec la lentille convergente, le point A' semble se déplacer en sens opposé, alors qu'avec la lentille divergente A' semble suivre la lentille. Donc la lentille est divergente.

Les myopes peuvent vérifier rapidement cela en approchant leurs verres d'un texte. Idem pour les hypermétropes (plus rares).

6. a) On utilise le 3^e rayon remarquable, dont le support incident passe par F et le support émergent est parallèle à l'axe optique. On introduit les points I et J comme indiqué sur le schéma.



- b) Le grandissement transversal est défini par $\gamma = \frac{A'B'}{AB}$. Chaque rayon remarquable permet de définir un ensemble de deux triangles semblables, donc une relation de grandissement transversal :

— (OAB) et $(OA'B')$: $\frac{AB}{OA} = \frac{A'B'}{OA'}$ (1), d'où la relation de Descartes, $\gamma = \frac{OA'}{OA}$.

— (FAB) et (FOJ) : $\frac{AB}{FA} = \frac{OJ}{FO} = \frac{A'B'}{FO}$ (2).

— $(F'OI)$ et $(F'A'B')$: $\frac{OI}{F'O} = \frac{AB}{F'A} = \frac{A'B'}{F'A'}$ (3).

Des équations (2) et (3) on déduit les relations de Newton : $\gamma = \frac{f'}{FA} = -\frac{F'A'}{f'}$.

- c) Les deux relations de grandissement ci-dessus conduisent à $\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2$.

- d) Le rapport (1)/(2) conduit à $\frac{FA}{OA} = \frac{FO}{OA'}$. En décomposant $\overline{FA} = \overline{FO} + \overline{OA}$ puis en divisant par

$\overline{FO} = f'$, on obtient la relation de Descartes : $-\frac{1}{OA} + \frac{1}{OA'} = \frac{1}{f'}$

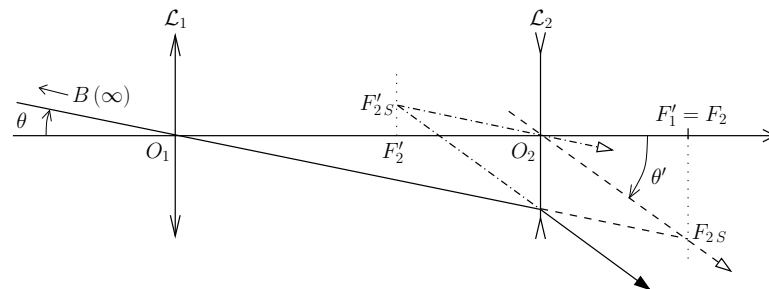
3. Système réfracteur : la lunette de Galilée

7. On a $f'_1 = \frac{1}{V_1} = 0.2 \text{ m}$ positive donc \mathcal{L}_1 est convergente, et $f'_2 = \frac{1}{V_2} = -5 \text{ cm}$ négative donc \mathcal{L}_2 est divergente.

8. a) La lunette est afocale si l'image d'un point objet à l'infini sur l'axe est à l'infini sur l'axe. Ceci implique que l'image intermédiaire soit à la fois le foyer image de \mathcal{L}_1 et le foyer objet de \mathcal{L}_2 : $F'_1 = F_2$. Ceci implique $\overline{O_1O_2} = \overline{O_1F'_1} + \overline{F_2O_2}$ donc $\overline{O_1O_2} = f'_1 + f_2 = 15 \text{ cm}$. L'intérêt d'une telle lunette réside dans le fait de donner une image grossie mais toujours située à l'infini donc observable sans effort.

- b) On choisit par simplicité un rayon passant par le centre optique de \mathcal{L}_1 . On cherche sa marche après la traversée de \mathcal{L}_2 . Deux méthodes sont possibles (cf figure, tirets ou tirets-points) :

- i) on imagine que le rayon incident appartient à un faisceau convergent en un foyer secondaire objet F_{2S} ; il émerge alors parallèle au rayon passant par le centre et par F_{2S} (tirets).
- ii) on imagine que le rayon incident appartient à un faisceau parallèle incident ; il émerge alors en convergeant vers un foyer secondaire image F'_{2S} déterminé par le rayon passant par le centre (tiret-point).



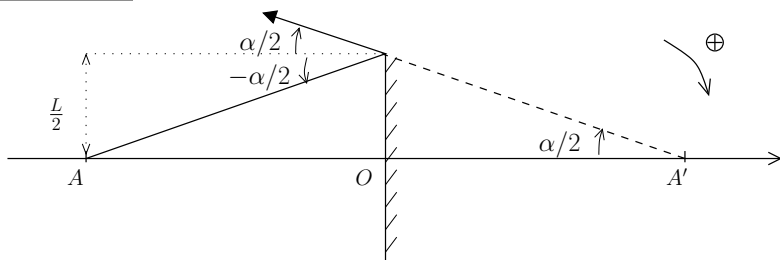
- c) On raisonne alors dans les triangles $(O_1F_2F_2S)$ et $(O_2F_2F_2S)$. Comme on travaille dans les conditions de Gauss, les angles sont petits et assimilables à leur tangente :

$$\theta \approx \tan \theta = \frac{F_2F_2S}{O_1F_2} = \frac{F_2F_2S}{f_1'} \quad \text{et} \quad \theta' \approx \tan \theta' = \frac{F_2F_2S}{O_2F_2} = -\frac{F_2F_2S}{f_2'} \quad \text{d'où} \quad \boxed{G = \frac{\theta'}{\theta} = -\frac{f_1'}{f_2'} = 4.}$$

9. a) On calcule la largeur angulaire de chaque cratère en fonction de son diamètre d : $\theta = \frac{d}{D_{TL}}$. On obtient $\theta_{\text{Copernic}} = 2,5 \times 10^{-4} \text{ rad} < \alpha$ et $\theta_{\text{Clavius}} = 6,25 \times 10^{-4} \text{ rad} > \alpha$. Donc on ne peut voir que Clavius à l'œil nu.
 b) Avec la lunette, la largeur angulaire de l'image est 4 fois plus grande : $\theta'_{\text{Copernic}} = 1,0 \times 10^{-3} \text{ rad} > \alpha$ et $\theta'_{\text{Clavius}} = 2,5 \times 10^{-3} \text{ rad} > \alpha$. On peut donc voir les deux cratères.

4. Miroirs plan et sphérique

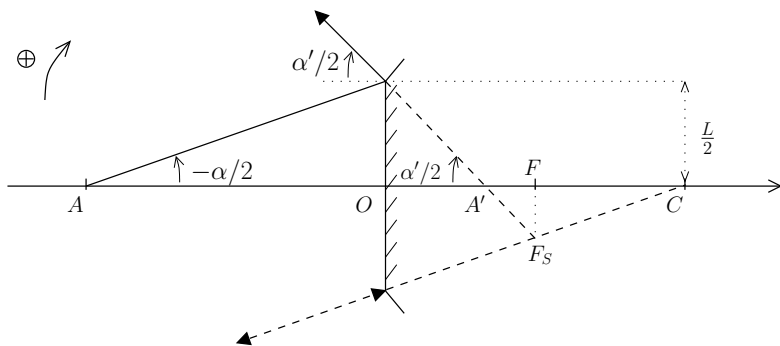
10. a) L'image de A est obtenue par l'intersection des supports de deux rayons, dont celui confondu avec l'axe optique. Le second rayon vérifie la loi de la réflexion de Descartes. Par conséquent on a $\boxed{OA' = -OA = D}$.



- b) On a choisi de représenter un rayon extrême (qui passe par le bord du miroir). L'œil étant en A , ce rayon détermine la limite du champ observable : si on inverse son sens, il correspond à un rayon émit par un point objet visible par l'œil à travers le miroir. Tous les objets visibles correspondent à des rayons au plus inclinés de $\alpha/2$.

c) On obtient $\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{L}{2D}$, d'où $\boxed{\alpha = 2 \arctan \left(\frac{L}{2D} \right) = 23^\circ}$.

11. a) On trace la marche du rayon extrême en supposant qu'il appartient à un faisceau parallèle. Ce faisceau émerge donc en convergeant en un foyer secondaire, qui est déterminé par le rayon (fictif) passant par le centre de courbure C du miroir.



- b) De même que pour le miroir plan, on a choisi pour la construction un rayon extrême. De nouveau en inversant le sens de propagation on obtient la limite du champ visible à travers le miroir, qui est déterminé par la position de l'image de l'œil A' par le miroir, et par le diamètre du miroir. En comparant ce schéma et le précédent (miroir plan), on comprend que le miroir convexe donne une image A' de l'œil plus proche du miroir que le miroir plan, d'où un champ plus large : $\boxed{\alpha' > \alpha}$.

- c) On a toujours $\tan \frac{\alpha'}{2} = \frac{L}{2OA'}$, et de la relation de conjugaison on tire $\frac{1}{OA'} = \frac{2}{R} - \frac{1}{OA} = \frac{2}{R} + \frac{1}{D}$. Finalement $\boxed{\alpha' = 2 \arctan \left(\frac{L}{R} + \frac{L}{2D} \right) = 62^\circ}$. Les miroirs convexes sont largement utilisés en circulation routière pour augmenter le champ de vision.

Remarque : on retrouve bien dans cette expression LITTÉRALE que $\alpha' > \alpha$. Mais mieux : le miroir plan pouvant être vu comme un miroir convexe de rayon de courbure infini, il y a continuité avec le cas précédent !

II. Electricité

1. La branche DF est un pont diviseur de tension qui divise la tension E' . D'où $\boxed{U_{EF} = \frac{R}{3R} E' = \frac{E'}{3} = 2V}$.

2. On calcule la résistance équivalente entre les points A et D , par associations parallèle et série : $R_{AD} = R + \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} \right)^{-1} + R = \frac{12}{5} R$. Par application de la loi des mailles on obtient : $U_{AD} = E - E' = R_{AD} I_0$. D'où $\boxed{I_0 = \frac{5(E - E')}{12R} = 0,8 A}$.

3. En notant I le courant circulant de D à F par les résistances, on a $I = E'/(3R)$ et $I = I' + I_0$. D'où $\boxed{I' = \frac{9E' - 5E}{12R} = 0,2 A}$.

4. La puissance cédée par le générateur de f.e.m E est $\mathcal{P} = EI_0 > 0$. Donc ce générateur fonctionne effectivement en générateur. De même, celui de f.e.m E' cède $\mathcal{P}' = E'I' > 0$, donc il fonctionne en aussi en générateur.

5. En utilisant la relation du pont diviseur de courant on obtient, $i_1 = i_3 = \frac{1/R}{1/R + 1/(2R) + 1/R} I_0$ donc $\boxed{i_1 = i_3 = \frac{2}{5} I_0 = 0,3 A}$. De même on trouve $\boxed{i_2 = \frac{1}{5} I_0 = 0,2 A}$.

6. a) La f.e.m du générateur de Thévenin équivalent est sa tension à vide, c'est-à-dire en l'absence de courant supplémentaire entrant en E et sortant en F . Il s'agit donc de la tension calculée précédemment : $\boxed{E_{TH} = U_{EF} = 2V}$.

b)

Le fait d'éteindre les deux sources revient à mettre en court-circuit les branches AD et DE . Donc les points A , D et F sont maintenant au même potentiel, d'où le circuit équivalent ci-contre. La résistance équivalente est donc

$\boxed{R_{EF} = \frac{2}{3} R = 0,7 \Omega}$

