INDUCTION

CALCULATRICES AUTORISÉES

I. Microphone électrodynamique

On fabrique un microphone électrodynamique en utilisant un champ magnétique dans une bobine. Pour cela, le son fera vibrer une membrane solidaire d'une bobine mobile dans un champ magnétostatique. Le dispositif, qui admet une symétrie de révolution autour de l'axe $z'z$ (voir Fig. 1 ci-après où seules les parties utiles pour le raisonnement ont été portées) est formé :

— d'un aimant permanent fixe qui crée un champ magnétostatique $\overrightarrow{B} = B\,\vec{u}_r$ radial (en coordonnées cylindriques d'axe $z'z$, cf Fig. 2). Pour simplifier, on supposera que la norme B du champ magnétique est uniforme dans tout l'espace où se déplace la bobine.

— d'une bobine mobile indéformable comportant N spires circulaires de rayon a, placée dans l'entrefer de l'aimant annulaire et électriquement fermée sur elle-même.

— d'une membrane solidaire de la bobine et pouvant effectuer des déplacements suivant l'axe $z'z$ du schéma.

La membrane est ramenée vers sa position d'équilibre par une force élastique modélisée par un ressort de raideur k, solidaire de l'aimant à une extrémité et solidaire de la membrane à l'autre extrémité. On supposera que la face droite de la membrane est soumise à une pression totale $P_t = P_a + p(t)$, P_a représentant la pression atmosphérique et $p(t)$ la surpression acoustique due au son ($p(t)$ pouvant être positive ou négative). La face gauche de la membrane est soumise seulement à la pression atmosphérique P_a. On supposera que la membrane est assimilable à un disque de section S.

L'ensemble mobile {membrane + bobine } de masse m est repéré par son abscisse $z(t)$. On supposera que pour $z = 0$, le ressort n'est ni tendu ni comprimé. L'ensemble est donc soumis à son poids, à la réaction du support compensant le poids, à la force $\overrightarrow{F}_r = -kz\vec{u}_z$ de rappel élastique du ressort de raideur k, à la résultante des forces de pression $\overrightarrow{F}_P$, à la résultante des forces d'origine électromagnétique et aux divers frottements. Ces frottements sont de type fluide et on admettra qu'ils sont proportionnels à la vitesse, soit : $\overrightarrow{F}_f = -\beta\,\dot{z}\,\vec{u}_z$, le vecteur $\vec{u}_z$ étant le vecteur unitaire de l'axe $z'Oz$. La position $z = 0$ correspond à la position de repos du système, le ressort n'étant ni tendu, ni comprimé, le courant ainsi que la surpression acoustique étant nuls.

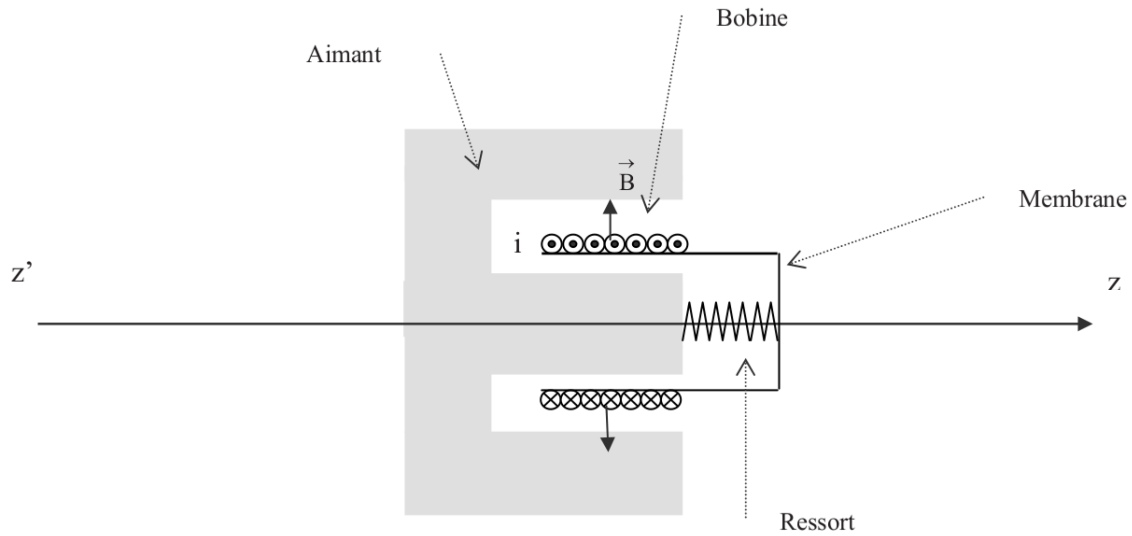


Figure 1 : Vue longitudinale du microphone électrodynamique.

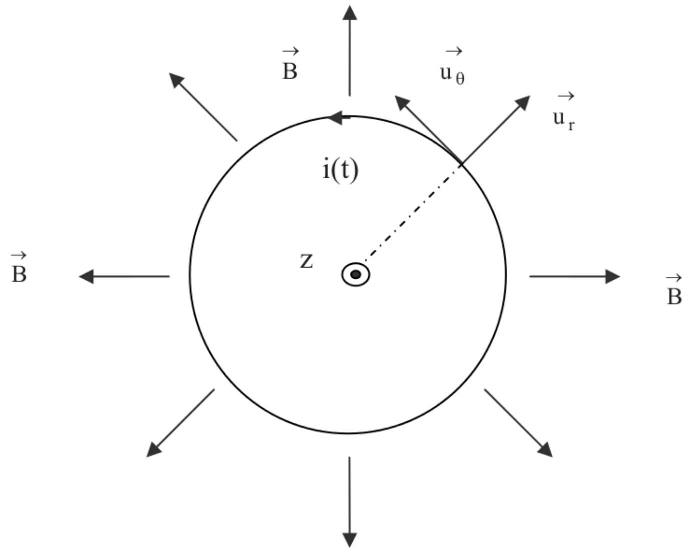


Figure 2 : Vue d'une spire de la bobine perpendiculairement à $z'z$ (coupe transversale).

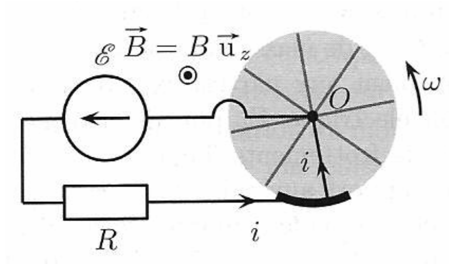
1. Expliquer pourquoi, si la membrane bouge, il apparaît un courant électrique $i(t)$ dans la bobine.
2. Rappeler l'expression de la force élémentaire de Laplace $\mathrm{d}\overrightarrow{F_L}$ exercée par un champ magnétique $\overrightarrow{B}$ agissant sur un élément quelconque $\mathrm{d}\vec{\ell}$ de fil électrique parcouru par un courant i en fonction de ces trois grandeurs. La projeter.
   En déduire l'expression de la résultante $\overrightarrow{F}_L$ de la force de Laplace exercée par le champ magnétique sur l'ensemble de la bobine.
3. Déterminer, en coordonnées cylindriques, l'expression du vecteur champ électromoteur prenant naissance dans la bobine en fonction de $\dot{z}$, et B.
   En calculant la circulation du champ électromoteur le long de la bobine, calculer la force électromotrice e prenant naissance dans la bobine du fait de son mouvement. On respectera bien l'orientation proposée sur le schéma (Fig. 1).
4. La bobine a une résistance R et un coefficient d'autoinductance L. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par le courant i dans la bobine. Cette équation est appelée équation (1). On rappelle que la bobine est bouclée sur elle-même.
5. Exprimer la force $\overrightarrow{F}_P$ exercée par l'air sur la membrane en fonction de $p(t)$, S et d'un vecteur unitaire qu'on précisera.
6. En appliquant le théorème de la résultante cinétique au système { membrane + bobine}, déterminer l'équation différentielle liant $z(t)$ et ses dérivées à l'intensité $i(t)$ et à $p(t)$. Cette équation est appelée équation (2).

On suppose que la surpression acoustique $p(t)$ est sinusoïdale de pulsation ω. On utilisera donc la notation complexe avec $j^2 = -1$ et les grandeurs complexes seront notées avec une barre. En régime sinusoïdal forcé, le courant i et le déplacement z seront donc eux aussi sinusoïdaux de pulsation ω.

7. Réécrire les équations (1) et (2) en notation complexe, en fonction de $\underline{i}$ et $\underline{\dot{z}}$. Introduire les impédances électrique $\underline{Z}_e$ et mécanique $\underline{Z}_{\text{meca}}$ qu'on exprimera respectivement en fonction des paramètres électriques et mécaniques.
8. Montrer que $\underline{p}(t)$ et $\underline{i}(t)$ sont reliées par une relation du type $\underline{i}(t) = \underline{A}\,\underline{p}$ où $\underline{A}$ est une grandeur complexe que l'on mettra sous la forme
   $$\underline{A} = \frac{X}{\underline{Z}_{\text{meca}}\,\underline{Z}_e + Y}\,.$$
   Exprimer X et Y en fonction de N, a, B et S.
9. La fonction de transfert $\underline{A}$ dépend-elle de la fréquence ?
   Comment choisir les divers paramètres du problème pour que cela ne soit pratiquement pas le cas ?
   On pourra notamment raisonner en introduisant un facteur de qualité mécanique Q.
   Quel serait alors l'intérêt ?

II. Moteur à courant continu à entrefer plan

Un moteur à courant continu à entrefer plan a un rotor constitué d'une roue en plastique de rayon a et de moment d'inertie J, pouvant pivoter sans frottement autour de son axe $(O, \vec{u}_z)$ avec la vitesse angulaire ω. Quelques rayons de cette roue sont métalliques et peuvent assurer la conduction du courant entre la périphérie et le centre de la roue. Un contacteur situé en périphérie de la roue (en gras sur le schéma) assure qu'un seul rayon à la fois participe à la conduction électrique.



Le circuit filiforme ainsi formé a pour résistance électrique totale R. Il est alimenté par un générateur de f.e.m constante $\mathcal{E}$. L'ensemble baigne dans un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B} = B\,\vec{u}_z$ créé par l'entrefer plan d'un aimant.

1. Représenter le schéma électrique équivalent au circuit et établir l'équation électrique.
2. Etablir l'expression du moment résultant en O des forces de Laplace subies par le rotor.
3. Par l'intermédiaire de son arbre de rotation, le rotor *fournit* un couple de moment Γ constant à un dispositif extérieur. Etablir l'équation mécanique du rotor.
4. En déduire l'équation différentielle vérifiée par ω et l'écrire sous forme canonique en introduisant un temps caractéristique τ et la vitesse ω_ℓ en régime permanent.
   Résoudre cette équation pour un départ sans vitesse initiale. Tracer l'évolution de ω en fonction du temps.
5. Tracer le graphe de ω_ℓ en fonction de Γ.
6. Exprimer la valeur de l'intensité i_{pe} en régime permanent. Commenter l'expression.
7. Effectuer un bilan d'énergie en régime quelconque. Comment se distribue la puissance fournie par le générateur ?

Dans les questions précédentes, on a supposé qu'un seul rayon à la fois participait à la conduction électrique. On suppose maintenant que le contacteur fait tout le tour de la roue, assurant ainsi le passage du courant simultanément dans tous les rayons. Pour simplifier on suppose que les N rayons de la roue ont une résistance électrique nulle, la résistance R du circuit étant uniquement due aux autres éléments électriques. On admet que la fem induite dans chaque rayon a la même expression que celle due au mouvement d'un seul rayon [1].

8. Les équations électrique et mécanique sont-elles modifiées ? Quel est l'intérêt d'alimenter tous les rayons en même temps ?

* * * Fin de l'épreuve * * *

1. Cela se montre à l'aide du champ électromoteur.