

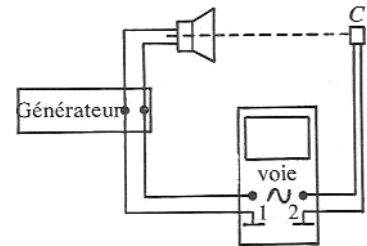
# ONDES ET OSCILLATEURS

On prendra soin d'établir d'abord les résultats sous forme littéraire, si possible en fonction des données, avant de passer à l'application numérique éventuelle.

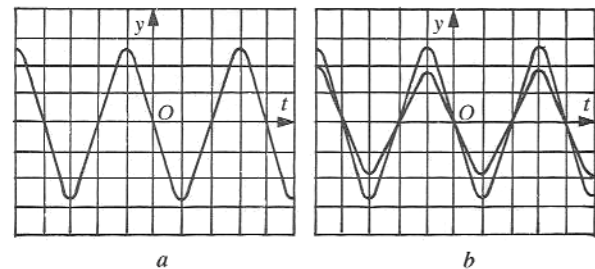
Les trois exercices sont indépendants et peuvent être traités dans l'ordre de votre choix.

## I. ONDES ULTRASONORES

Un haut-parleur alimenté par un Générateur Basse Fréquence (GBF) émet des vibrations ultrasonores longitudinales sinusoïdales de fréquence  $f = 25 \text{ kHz}$ . On rappelle qu'à toute onde acoustique, on associe une perturbation de pression  $p$  appelée *surpression* ou *pression acoustique*, qui s'ajoute à la pression ambiante constante. On étudie ces ondes sur l'axe du haut-parleur à l'aide d'un capteur  $C$  (microphone sensible à la pression) qui produit une tension en phase avec la surpression.



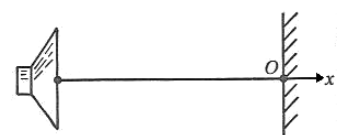
On utilise un oscilloscope bicourbe avec lequel on observe les tensions aux bornes du GBF ( $u_1$  en voie 1) et du microphone ( $u_2$  en voie 2). On obtient les oscillogrammes ci-dessous décrit dans la suite du texte.



1. a) En observant uniquement la voie 1, on obtient l'oscillogramme a ci-dessus, sur un calibre de 2 V par cm. Quelle est la valeur de l'amplitude  $U_1$  de la tension  $u_1$ ? Quelle est sa valeur efficace  $U_{e1}$  ?
  - b) L'origine des temps coïncide avec le passage du spot au centre de l'écran, donner l'expression (littérale) de la tension  $u_1(t)$ .
2. Pour une position  $C_1$  du microphone, on observe l'oscillogramme b.
  - a) On éloigne alors progressivement le capteur du haut-parleur. Comment est modifiée la courbe représentant  $u_2(t)$ , celle représentant  $u_1(t)$  restant fixe ?
  - b) On continue d'éloigner le capteur jusqu'à ce que l'on obtienne à nouveau, et pour la première fois, à la position  $C_2$ , les courbes telles que représentées sur l'oscillogramme b. La distance  $C_1C_2$  étant de 1,4 cm, quelle est la longueur d'onde  $\lambda$  du son émis? Déterminer la célérité  $c$  des ondes ultrasonores dans l'air.

On place à l'origine  $O$  une surface plane réfléchissant parfaitement les ondes sonores (cf figure ci-dessous).

Suite à des réflexions multiples, les ondes progressant vers la droite (sens de l'axe  $Ox$ ) se superposent pour former un signal  $p_i(x, t)$  sinusoïdal d'amplitude  $p_0$ , et les ondes progressant vers la gauche se superposent pour former un signal sinusoïdal  $p_r(x, t)$  supposé de même amplitude (réflexion parfaite).



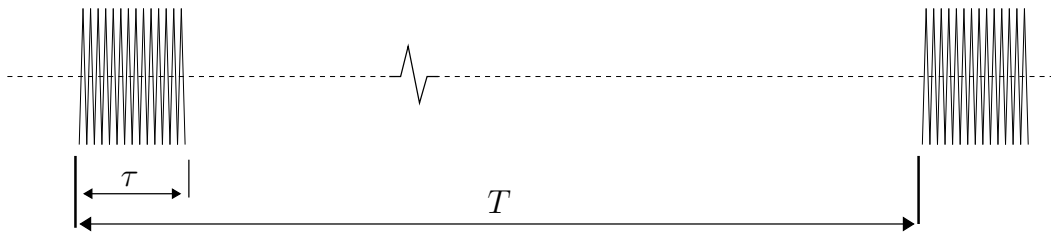
3. Donner la forme générale de  $p_i(x, t)$  et  $p_r(x, t)$ . On définira les quantités introduites.
4. Quelle est la nature de l'onde globale formée de la superposition de toutes les ondes? Etablir et décrire sa forme  $p(x, t)$ . Que vérifie la pression au niveau de la surface réfléchissante ?
5. On place un petit microphone (sensible à la surpression) en  $O$ . A quelle distance  $d$  faut-il écarter le micro sur l'axe pour retrouver la même amplitude qu'en  $O$  ?

## II. PRINCIPE DU RADAR

Un radar (*Radio Detection And Ranging*) est un appareil utilisant des ondes radio<sup>1</sup> pour détecter la présence d'objets mobiles, et pouvant également déterminer leur distance et leur vitesse. On présente ici les principes de ces deux mesures.

### 1. Radar monostatique

On s'intéresse d'abord à un radar de type *monostatique*, c'est-à-dire comportant une unique antenne qui joue alternativement le rôle d'émetteur puis de récepteur. En mode émetteur, le radar émet, avec une période  $T$ , des impulsions prenant la forme de trains d'ondes sinusoïdaux de fréquence  $f$  et de durée limitée  $\tau$ . Deux de ces impulsions successives sont représentées sur le schéma ci-dessous (attention il y a une rupture d'échelle de temps due au fait que les durées sont d'ordres de grandeur très différents).

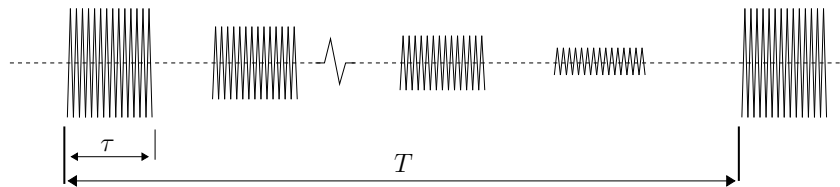


*Données* : On s'intéresse à un radar qui émet des impulsions de fréquence  $f = 2,90 \text{ GHz}$ , de durée  $\tau = 1,0 \mu\text{s}$ , espacées d'une période  $T = 100,0 \mu\text{s}$ .

On prendra pour la célérité des ondes électromagnétiques  $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

### Mesure de la position

1. L'enregistrement ci-dessous montre deux impulsions émises par le radar, commençant aux instants  $t_0 = 0,0 \mu\text{s}$  et  $t_1 = 100,0 \mu\text{s}$ , et trois échos renvoyés par des objets, commençant aux instants  $t_A = 3,0 \mu\text{s}$ ,  $t_B = 80,0 \mu\text{s}$  et  $t_C = 90,0 \mu\text{s}$ .



- a) Calculer la longueur d'onde  $\lambda$  des ondes émises pendant une impulsion, et le nombre  $N$  d'oscillations dans chaque impulsion.
- b) Déterminer la distance à laquelle se trouvent les différents objets détectés, en supposant que les ondes se propagent à la même célérité que dans le vide.
- c) Comment expliquer la différence d'amplitude entre les impulsions initiales et les échos ?
- d) Sachant que l'antenne ne peut pas détecter de signal reçu tant qu'elle est en train d'émettre une impulsion, montrer qu'il existe une distance minimale  $d_m$  et une distance maximale  $d_M$  en dehors desquelles on ne peut pas détecter la position d'un objet. Calculer leur valeur numérique.

### Mesure de la vitesse

On souhaite mesurer la composante longitudinale  $v$  (c'est-à-dire dans la direction de la ligne de visée du radar) de la vitesse d'un véhicule sur une route.

Pour les applications numériques, on supposera que le véhicule se déplace à  $v = 130 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ .

#### 2. Mesure directe :

La première méthode consiste à mesurer le décalage temporel entre deux échos successifs.

1. ondes électromagnétiques de fréquences comprises entre 3 MHz et 110 GHz selon les applications

- a) Calculer ce décalage  $\Delta t$ .
- b) D'après le nombre de chiffres significatifs des données, le niveau de précision atteint dans la mesure des durées est-il suffisant pour appliquer cette méthode ?

### 3. Mesure indirecte :

Les impulsions successives sont envoyées toujours avec la même phase à l'origine <sup>2</sup>.

- a) On suppose qu'au moment de la réflexion d'une impulsion, le véhicule est situé à la distance  $d$ . Exprimer le déphasage  $\varphi$  perçu au niveau de l'antenne entre le signal de l'impulsion et son écho.
- b) Pour deux impulsions successives notées 1 et 2, on mesure la différence  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$  entre les deux déphasages écho-impulsion. Exprimer  $\Delta\varphi$ . Calculer sa valeur numérique.
- c) Que dire du niveau de précision requis ? Commenter.

## 2. Radar bistatique

On utilise maintenant un radar *bistatique*, comportant deux antennes différentes, l'une jouant constamment le rôle d'émetteur, et l'autre jouant constamment le rôle de récepteur. Le radar émet une onde sinusoïdale continue de fréquence  $f$ , qui au niveau de l'antenne s'écrit

$$s_i(t) = S_i \cos(2\pi ft) .$$

On souhaite toujours mesurer la composante longitudinale  $v$  de la vitesse d'un véhicule qui s'éloigne du radar, avec  $v = 130 \text{ km.h}^{-1}$ . On note  $d = d_0 + vt$  la distance séparant le véhicule du radar. Le signal réfléchi reçu par la seconde antenne s'écrit

$$s_r(t) = S_r \cos(2\pi ft + \varphi(t))$$

où  $\varphi(t)$  est le déphasage relatif au signal  $s_i(t)$ , qui dépend du temps puisque la distance  $d$  en dépend.

4. Etablir l'expression de  $\varphi(t)$  en fonction de  $t$ ,  $v$ ,  $c$  et  $f$ .
5. En déduire que le signal reçu  $s_r(t)$  a en réalité une fréquence effective  $f'$  différente de  $f$ . Exprimer la différence  $\Delta f = f' - f$ . Faire l'application numérique, en prenant toujours  $f = 2,90 \text{ GHz}$ .
6. Pour mesurer  $\Delta f$ , on réalise un traitement électronique qui consiste à superposer les signaux  $s_i(t)$  et  $s_r(t)$ .
  - a) Représenter l'allure du signal  $s_i(t) + s_r(t)$ , en la justifiant à l'aide de représentations de Fresnel.
  - b) Comment peut-on mesurer  $\Delta f$  ? Justifier votre réponse.
  - c) Le niveau de précision requis est-il atteint ? Au regard des trois méthodes exposées pour mesurer la vitesse, laquelle est la plus efficace en terme de précision ?

## 3. Polarisation des trains d'ondes

Une antenne rectiligne génère à grande distance une onde électromagnétique polarisée rectilignement dans la direction de l'antenne. Pour éviter les interférences liées à la pluie, on souhaite que la polarisation soit plutôt circulaire.

7. Expliquer comment concevoir cette polarisation en remplaçant l'antenne émettrice par un couple de deux antennes émettrices.

\* \* \* TOURNER SVP \* \* \*

---

2. La phase au démarrage de l'impulsion  $n$  est identique à la phase au démarrage de l'impulsion  $n + 1$ .

### III. PENDULE ELASTIQUE VERTICAL

On considère une masse  $m = 250$  g de centre d'inertie  $M$  suspendue à un ressort de masse négligeable. Dans la suite on assimile cette masse à un point matériel  $M$  de masse  $m$ . On suppose que le mouvement reste selon l'axe vertical  $Oz$ , choisi descendant, l'origine  $O$  étant située sur le support. On note  $g \vec{u}_z$  le champ de pesanteur, avec  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ . A l'équilibre, le ressort s'est allongé d'une longueur  $\Delta\ell = 14,2$  cm.

1. Calculer la raideur  $k$  du ressort.
2. On écarte la masse vers le bas d'une distance  $d = 8,0$  cm par rapport à sa position d'équilibre, distance inférieure à la longueur à vide  $\ell_0$  du ressort. Puis on lâche la masse sans vitesse initiale.
  - a) Etablir l'équation différentielle du mouvement de la masse vérifiée par  $z(t)$ .
  - b) Résoudre cette équation et donner la loi horaire de  $z(t)$  compte-tenu des conditions initiales.
  - c) En déduire la vitesse maximale  $V_m$  atteinte par la masse au cours du mouvement. Calculer sa valeur numérique.
3.
  - a) Définir explicitement les énergies cinétique  $E_c$ , potentielle  $E_p$ , et mécanique  $E_m$  de la masse.
  - b) Montrer que l'énergie mécanique est constante au cours du mouvement.
  - c) En utilisant la conservation de l'énergie mécanique, retrouver l'expression de la vitesse maximale  $V_m$  de la masse au cours du mouvement.

On suspend à l'oscillateur précédent un second oscillateur constitué d'un ressort et d'une masse identiques. On nomme  $M_1$  et  $M_2$  les deux points matériels, et  $z_1$  et  $z_2$  leur cote.

4. Etablir l'expression des positions d'équilibre  $z_{1,\text{eq}}$  et  $z_{2,\text{eq}}$  en fonction des données.
5. Etablir l'équation différentielle du mouvement de chaque point matériel, vérifiée par  $z_1(t)$  et  $z_2(t)$ .
6. On pose  $Z_1 = z_1 - z_{1,\text{eq}}$  et  $Z_2 = z_2 - z_{2,\text{eq}}$ . En déduire les équations différentielles vérifiées par  $Z_1(t)$  et  $Z_2(t)$ .
7. Une analyse mathématique nous montrerait qu'on peut chercher l'ensemble des solutions du système différentiel précédent sous la forme

$$Z_1(t) = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \quad \text{et} \quad Z_2(t) = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2).$$

La solution générale sera une combinaison linéaire des solutions possibles, qui constituent les *modes propres* du système.

Montrer les valeurs de  $\omega$  possibles sont imposées par le système. Déterminer leur expression.

8. Calculer la période de chaque mode propre (expression et valeur numérique).

\* \* \* FIN DE L'ÉPREUVE \* \* \*