

THERMODYNAMIQUE

I. Le ludion

1. On intègre la loi $\frac{dp}{dz} = -\rho g$ entre 0 et z , avec $p_1(0) = p_0$ et $p_2(0) = p_0 + \frac{m_2 g}{s}$. La pression augmente avec z . D'où $p_1(z) = p_0 + \rho g z$ et $p_2(z) = p_0 + \frac{m_2 g}{s} + \rho g z$.
2.
 - a) Tout corps en équilibre totalement immergé dans un fluide subit de la part de ce fluide une poussée opposée et égale en norme au poids du volume de fluide déplacé.
 - b) L'équilibre s'écrit $mg = \rho V_S g$, d'où $m = \rho V_S$.
 - c) En rotation, le système est stable car le poids est essentiellement distribué sur **P** alors que le barycentre du volume d'eau déplacé est au centre de **S**, donc au dessus.
Mais sur l'axe vertical, si le mobile descend un peu, il est toujours totalement immergé, mais son volume décroît car la pression dans le gaz augmente avec celle du fluide, c'est-à-dire avec z . Donc la poussée d'Archimède décroît, et donc l'équilibre est instable vers le bas. Vers le haut il est stable car si le ballon sort un peu de l'eau, la poussée se réduit car le volume immergé décroît.
 - d) L'air dans **S** obéit à la loi de Laplace $p_2(z)V(z)^\gamma = p_0 V_S^\gamma$, où l'on prend pour état initial l'état 1 (sans masse sur le piston) à $z = 0$. D'où $V(z) = V_S \cdot \left(\frac{p_0}{p_0 + \frac{m_2 g}{s} + \rho g z} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$
 - e) On obtient $m\ddot{z} = mg - \rho V(z)g$, et en utilisant que $m = \rho V_S$ cela donne $\ddot{z} + g \left(\frac{p_0}{p_0 + \frac{m_2 g}{s} + \rho g z} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = g$.
3.
 - a) On a $p_{A2} = p_0 + \frac{m_2 g}{s}$ d'où $m_2 = \frac{s}{g}(p_{A2} - p_0) = 10.2 \text{ kg}$.
 - b) La transformation est brutale donc l'air n'a pas le temps d'échanger de la chaleur avec l'extérieur. La transformation est donc **adiabatique**, et **monobare** de pression extérieure constante p_{A2} .
 - c) La transformation est irréversible car il y a une hétérogénéité de pression entre l'air du système et la pression exercée par le piston, qui doit s'homogénéiser. Du point-de-vue du piston, il n'est pas en équilibre donc doit se mettre en mouvement. La transformation n'est pas quasi-statique donc a fortiori pas réversible.
 - d) On applique le premier principe à au gaz parfait contenu dans **A** : $\Delta U = W + Q = W$ (il n'y a pas de variation d'énergie cinétique à considérer car les 2 états sont sans mouvement d'ensemble, et la variation d'énergie potentielle est négligeable car c'est un gaz, donc très peu dense). Pour un gaz parfait, cela donne $\frac{nR}{\gamma-1}(T_{A2} - T_{A1}) = -p_{A2}(V_{A2} - V_{A1})$ avec $nRT_{A1} = p_{A1}V_{A1}$ et $nRT_{A2} = p_{A2}V_{A2}$, d'où après manipulation $T_{A2} = \frac{T_{A1}}{\gamma} \left(1 + (\gamma-1) \frac{p_{A2}}{p_{A1}} \right) = 386 \text{ K}$.
 - e) On a montré $W = -p_{A2}(V_{A2} - V_{A1}) = W = V_{A1} \left(p_{A2} - p_{A1} \frac{T_{A2}}{T_{A1}} \right) = 7.1 \text{ J}$. On a aussi $W = \Delta U = \frac{p_{A1}V_{A1}}{\gamma-1} \left(\frac{T_{A2}}{T_{A1}} - 1 \right)$.
 - f) La transformation est maintenant **quasi-statique** et **isotherme** (car les parois ne sont pas calorifugées et la transformation est lente).
 - g) La pression finale est toujours la même. C'est isotherme donc $T'_{A2} = T_{A1} = T_0$, et donc $V'_{A2} = V_{A1} \frac{p_{A1}}{p_{A2}}$.
Le premier principe donne $Q' = -W'$ car $\Delta U' = 0$ d'après la première loi de Joule pour une transformation isotherme. La transformation étant quasi-statique, $\delta W' = -pdV$ avec $p = nRT_{A1}/V = p_{A1}V_{A1}/V$. D'où $W' = p_{A1}V_{A1} \ln \frac{V_{A1}}{V'_{A2}} = p_{A1}V_{A1} \ln \frac{P_{A2}}{P_{A1}} = -Q'$

- h) $T'_{A2} = 300 \text{ K}$, $V'_{A2} = 50 \text{ cm}^3$, $W' = -Q' = 6.9 \text{ J}$. L'extérieur comprime le gaz (diminution de volume) donc $W' > 0$. Contrairement à la transformation adiabatique précédente, on laisse le temps au gaz de se refroidir entre chaque grain de sable, donc $Q' < 0$.
4. On écrit l'équilibre sans et avec la masse m_3 : $m' = \rho \frac{4}{3} V_S = \rho V_{A3}$ avec $p_{A3}V_{A3} = nRT_0 = p_0 V_S$. Or $p_{A3} = p_0 + \frac{m_3 g}{s}$, d'où $m_3 = \frac{p_0 s}{4g} = 2.6 \text{ kg}$.

II. Mesure du coefficient γ - Méthode de Clément et Desormes

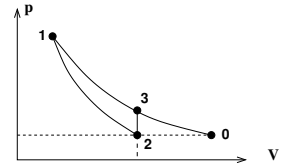
1. Étude du manomètre à dénivellation liquide.

- a) Cf cours. On obtient : $\frac{dp}{dz} = -\rho_e g$.
- b) Le coefficient thermoélastique de compressibilité isotherme $\chi_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T$ est nul. Donc la masse volumique ne dépend pas de la pression. Si le fluide est par ailleurs considéré homogène (notamment en température), alors c'est une simple constante.
- c) L'intégration de la loi de l'hydrostatique ci-dessus donne $\Delta p = \rho_e g d$, qui doit être positive d'après l'énoncé.
- d) $\Delta p = 3.1 \text{ mb}$.
- e) Pour du mercure, on aurait $\Delta p = \rho_{Hg} g d' = \rho_e g d$ d'où $d' = \frac{\rho_e}{\rho_{Hg}} d = 0.2 \text{ cm}$. Ce n'est pas judicieux d'utiliser du mercure pour de si faibles variations de pression.

2. Étude des trois transformations.

- a) $0 \rightarrow 1$: compression isotherme. $1 \rightarrow 2$: détente adiabatique quasi-statique. $2 \rightarrow 3$: réchauffement isochores (le système retrouve la température ambiante).
- b) $0 \rightarrow 1$: La transformation étant isotherme, $T_1 = T_0$. De plus $p_1 = p_0 \frac{V_0}{V_1} > p_0$.
 $1 \rightarrow 2$: L'équilibre mécanique impose $p_2 = p_0$, et la loi de Laplace implique $T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} < T_1$ car $\gamma - 1 > 0$.
 $2 \rightarrow 3$: Le réchauffement isochores se traduit dans le premier principe par $\Delta U = C_V \Delta T = Q > 0$ donc $T_3 = T_0 > T_2$. De plus $p_3 = p_2 \frac{T_3}{T_2} > p_2$.

Enfin, l'énoncé indique une surpression finale par rapport à l'extérieur (d' dans le même sens qu'au début). Donc $p_3 > p_0$. Ceci est logique puisqu'on est sur l'isotherme T_0 à un volume $V_2 = V_3$ intermédiaire entre V_0 et V_1 . On a donc aussi $p_3 < p_1$. En récapitulant on a $p_0 = p_2 < p_3 < p_1$ et $T_2 < T_3 = T_1 = T_0$.



- c) Cela se traduit par le diagramme ci-contre :

3. Calcul de γ par la relation de Reech.

- a) L'énoncé ne précise pas que la transformation est quasi-statique. C'est est implicite car si ce n'est pas le cas on ne peut pas utiliser le diagramme de Clapeyron¹. On différencie les relations associées dans le plan (p, V) : $pV^\gamma = \text{constante}$ implique $\left(\frac{dp}{dV} \right)_{adiab} = -\gamma \frac{p}{V}$ alors que $pV = \text{constante}$ donne $\left(\frac{dp}{dV} \right)_{isoth} = -\frac{p}{V}$. D'où la relation de Reech.
- b) Les variations relatives de pression et de volume étant tellement faibles dans ces transformations, on peut linéariser ces lois au premier ordre, donc approximer les trajectoires par des droites.

1. En toute rigueur il suffirait que la transformation soit quasi-stationnaire pour les ondes de pression, et que la membrane extérieure au système soit de masse nulle, pour qu'on puisse utiliser ce diagramme. Mais cela conduirait aussi à la loi de Laplace car $\delta W = -pdV$.

c) En transformant les courbes ci-dessus en des droites, la relation de Reech s'écrit entre V_1 et V_2 :

$\gamma = \frac{p_1 - p_2}{p_1 - p_3}$. En utilisant que $p_2 = p_0$, on obtient $\gamma = \frac{p_1 - p_0}{p_1 - p_0 - (p_3 - p_0)} = \frac{d_1}{d_1 - d_3}$. Ainsi, le

coefficient γ s'obtient simplement en lisant les deux dénivellations obtenues au cours de l'expérience.

d) On obtient $\gamma = 1.4$, c'est-à-dire la valeur attendue à cette température pour l'air, qui est approximativement un gaz diatomique ($\frac{7}{5} = 1.4$).