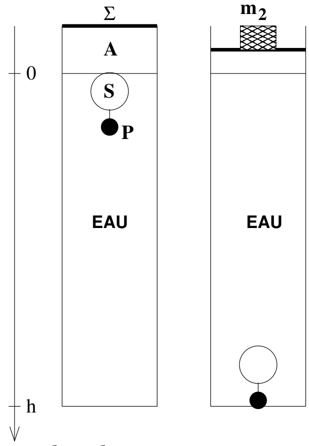
THERMODYNAMIQUE

I. Le ludion



Un ludion est un jouet constitué d'un petit personnage solide en miniature **P**, solidaire d'un petit ballon sphérique **S** imperméable, déformable et rempli d'air. Il est placé dans une éprouvette cylindrique verticale remplie d'eau sur une hauteur h, et fermée par un piston sans masse $\mathbf{\Sigma}$ (en pratique un morceau de caoutchouc issu d'un autre ballon). Les dimensions de l'éprouvette sont très supérieures à celles du ludion (échelles non respectées sur la figure). L'espace **A** entre la surface de l'eau et le piston est rempli d'air.
Lorsqu'on appuie pas sur le piston, le ludion est en équilibre près de la surface de sorte que le ballon affleure tout juste à la surface (schéma de gauche). Lorsqu'on appuie sur le piston, on constate que le ludion tombe au fond de l'éprouvette. On se propose d'interpréter simplement cette observation.

L'air ambiant est à la température $T_0 = 300$ K et la pression $p_0 = 1.0$ bar, toutes les deux constantes. Le piston a une surface $s = 10$ cm^2. Dans l'éprouvette, les grandeurs sont indicées par 1 lorsque l'on appuie pas sur le piston, et par 2 lorsqu'on pose une masse m_2 dessus. En particulier, on note $p_1(z)$ et $p_2(z)$ la pression dans l'eau à la cote z dans chaque situation, la cote étant repérée comme sur le schéma. Dans son état initial, l'air dans **A** occupe un volume $V_{A1} = 0.1$ L, à la température $T_{A1} = T_0$ et à la pression $p_{A1} = p_0$.

Dans son état initial, le ludion est aussi à la température et la pression ambiantes, et le volume de **S** est $V_S = 1$ cm^3. On supposera que la taille du ludion est suffisamment petite par rapport à l'éprouvette pour pouvoir considérer que tous ses points sont à une unique cote z, et que le niveau d'eau n'est pas modifié par la présence du ludion. On supposera aussi que les résultats de statique sont valables si le ludion est en mouvement.

Dans tout le problème, l'air est assimilé à un gaz parfait de masse molaire $M = 29$ g.mol^{-1} et de coefficient adiabatique $\gamma = 1.40$. La constante des gaz parfait vaut $R = 8.314$ J.K^{-1}.mol^{-1}. La masse volumique de l'eau est $\rho = 1000$ kg.m^{-3}.

1. **Champ de pression dans l'eau :**
   Exprimer $p_1(z)$ et $p_2(z)$ à partir de la loi de la statique des fluides.
2. **Mouvement du ludion :**
   a) Rappeler le principe d'Archimède.
   b) En négligeant le volume de **P** devant celui de **S**, calculer la masse du ludion m.
   c) Sa position d'équilibre initiale est-elle stable ? Expliquer.
   d) On suppose que les mouvements du ludion sont assez lents pour que l'air contenu dans **S** évolue de façon adiabatique. Exprimer le volume de **S** $V(z)$ en fonction de la position z du ludion, lorsque la masse est posée sur le piston.
   e) Etablir l'équation différentielle vérifiée par la cote du ludion $z(t)$, en négligeant les frottements. On ne cherchera pas à la résoudre.
3. **Etude thermodynamique de l'air dans A :**
   La masse m_2 est d'abord posée sur le piston, puis lâchée par l'opérateur. Le piston se stabilise assez vite à une certaine cote. L'air dans **A** est alors caractérisé par une pression $p_{A2} = 2.0$ bar, un volume V_{A2} et une température T_{A2}.
   a) Calculer m_2.
   b) Quelles sont les deux caractéristiques principales de cette transformation ?
   c) Est-elle réversible ? Sinon pourquoi ?

d) En appliquant le premier principe, déterminer T_{A2}. Faire l'application numérique.

e) Déterminer le travail W reçu par le système. Application numérique.

On suppose maintenant que l'expérience est faite de façon différente : la masse m_2 est déposée sous forme de sable progressivement par petites quantités, et très lentement. Le système atteint alors la température T'_{A2} et le volume V'_{A2}.

f) Quelles sont maintenant les deux caractéristiques principales de la transformation ?

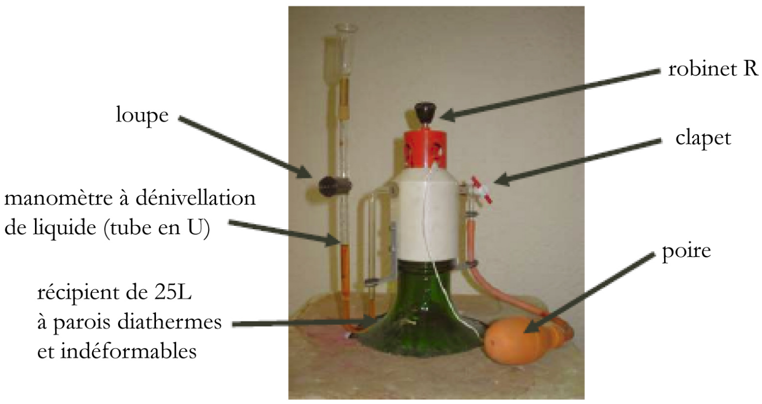
g) Déterminer littéralement T'_{A2}, V'_{A2}, le travail W' et le transfert thermique Q' reçus par le système.

h) Faire les applications numériques. Commenter le signe de W' et Q'.

4. **Ludion flottant :**
En pratique, on donne au ludion une masse m' inférieure à la masse m considérée ci-dessus, de telle sorte que lorsque le piston est libre, une portion de la sphère **S** est émergée.
On suppose qu'un cinquième du volume est émergé à l'état initial. Quelle masse m_3 faut-il poser sur le piston pour que le ludion se trouve juste en dessous de la surface une fois à l'équilibre à la température ambiante ? On négligera encore le volume de **P** devant celui de **S**.

II. Mesure du coefficient γ - Méthode de Clément et Desormes

Un grand récipient de verre de volume $V = 25\,\mathrm{L}$ constitué de parois diathermes et indéformables, est rempli d'air considéré par la suite comme un gaz parfait. Le récipient est équipé d'un manomètre à dénivellation liquide (tube en U contenant de l'eau colorée). Une loupe fixée sur le tube permet une lecture précise de la hauteur de liquide (dénivellation d entre les deux branches du tube). Une poire en caoutchouc munie d'un clapet permet de créer dans le récipient une surpression. Un robinet R à très grande ouverture permet de mettre le récipient en contact avec l'atmosphère.



Les manipulations expérimentales sont les suivantes :

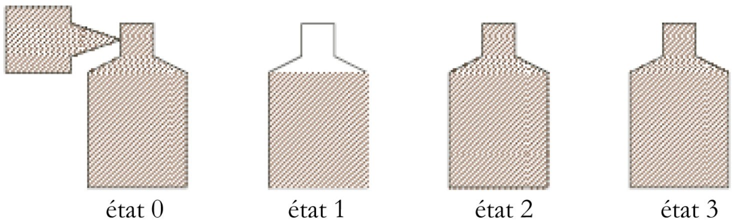
— On part de l'**état 0** où l'air contenu dans le récipient est à la pression p_0 et à la température T_0, les mêmes que celles de l'air extérieur.

— On introduit lentement, de manière à assurer l'équilibre thermique avec l'extérieur, de l'air à l'intérieur du récipient à l'aide de la poire pour créer une compression. On atteint l'**état 1** pour lequel on mesure la dénivellation $d_1 = 3,2\,\mathrm{cm}$.

— On ouvre et on ferme rapidement le robinet. On constate que l'équilibre mécanique s'établit car la dénivellation s'annule brutalement (**état 2**, $d_2 = 0,0\,\mathrm{cm}$), en revanche l'équilibre thermique ne s'établit pas. On considère comme réversible la transformation du gaz qui reste dans le récipient, la quantité d'air qui s'échappe étant faible.

— On constate alors qu'une dénivellation réapparaît progressivement pour se stabiliser à une valeur $d_3 = 0,9\,\mathrm{cm}$ inférieure à d_1 mais de même sens : **état 3**.

1. **Étude du manomètre à dénivellation liquide.**
   Une extrémité du tube en U est reliée au récipient, l'autre extrémité est à l'air libre.
   a) Redémontrer l'équation de l'hydrostatique (statique des fluides pour l'eau). On notera ρ_e la masse volumique de l'eau, et on prendra un axe vertical ascendant.
   b) On suppose que l'eau est un fluide incompressible. Que cela signifie-t-il ?
   On prendra pour la suite $\rho_e = 1000\,kg.m^{-3}$.
   c) Calculer la dénivellation d en fonction de la différence Δp entre la pression p qui règne dans le récipient et la pression atmosphérique constante p_0.
   Par la suite, on sera amené à mesurer des dénivellations de l'ordre de quelques centimètres.
   d) Calculer Δp pour $d = 3.2\,\text{cm}$.
   e) Calculer la dénivellation d' (en cm) qu'on obtiendrait pour la même surpression que précédemment, si l'on remplaçait l'eau par du mercure ($\rho_{Hg} = 13530\,\text{kg.m}^{-3}$). Conclure.
2. **Étude des trois transformations.**
   On considère le système fermé $\mathcal{S}$ correspondant au gaz contenu dans le récipient à l'état 3. Voici quatre schémas qui représentent le système $\mathcal{S}$ (zone hachurée) dans les états 0, 1, 2 et enfin 3.



   Dans l'état 0, une partie du système $\mathcal{S}$ se trouve hors du récipient.
   a) Donner les caractéristiques des transformations $0 \to 1$, $1 \to 2$, et $2 \to 3$ subies par $\mathcal{S}$.
   b) Classer par ordre croissant p_0, p_1, p_2 et p_3, pressions du système $\mathcal{S}$ dans les états 0, 1, 2 et 3, ainsi que T_0, T_1, T_2 et T_3, températures de $\mathcal{S}$ dans les états 0, 1, 2 et 3. On justifiera ces classements.
   c) Représenter graphiquement en coordonnées de Clapeyron (p, V) ces trois transformations.
3. **Calcul de γ par la relation de Reech.**
   La relation de Reech relie les pentes des courbes représentant les transformations adiabatique et isotherme en coordonnées de Clapeyron par :

$$\gamma = \frac{\text{pente de l'adiabatique}}{\text{pente de l'isotherme}}$$

   en leur point d'intersection.
   a) Démontrer la relation de Reech. On notera les pentes respectives $\left(\frac{dp}{dV}\right)_{adiab}$ et $\left(\frac{dp}{dV}\right)_{isoth}$.
   b) Justifier brièvement pourquoi on peut considérer en première approximation les courbes des transformations dans le diagramme de Clapeyron comme des droites.
   c) En déduire une expression approximative de γ en fonction des pressions p_1, p_2 et p_3 puis en fonction des dénivellations d_1 et d_3 (on rappelle que $d_2 = 0\,\text{cm}$).
   d) Faire l'application numérique. Commenter le résultat obtenu.