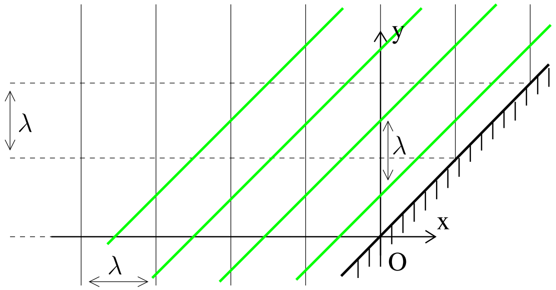
Ondes

I. Réflexion d'une onde sonore sur un mur

1. a) $\boxed{p_i(x,t) = P_0\,\cos(\omega t - kx)}$ avec $k = \frac{\omega}{c}$ et $\boxed{\vec{k}_i = k\,\vec{u}_x}$.

   b) Ces plans d'onde sont distants d'une distance ℓ telle que $k\ell = 2\pi$, donc $\ell = \frac{2\pi c}{\omega} = \lambda$ (longueur d'onde).
   Cf schéma ci-contre (traits fins continus).



2. a) $\boxed{p_r(y,t) = P_0\,\cos(\omega t - ky)}$ et $\boxed{\vec{k}_r = k\,\vec{u}_y}$.

   b) Cf schéma ci-dessus (traits fins pointillés).

3. a) La surpression totale est la somme : $p(x,y,t) = p_i(x,t) + p_r(y,t)$, que l'on peut récrire

$$\boxed{p(x,y,t) = 2P_0\,\cos[\tfrac{k}{2}(y-x)].\cos[\omega t - \tfrac{k}{2}(x+y)]}$$

   b) On cherche une condition d'interférence destructive entre les deux ondes, donc le déphasage vaut $\frac{k}{2}(y-x) = \pi + p2\pi$ avec $p \in \mathbb{Z}$. Cette condition apparaît d'ailleurs directement dans l'expression trouvée au a) pour annuler le premier cos. On en déduit

$$\boxed{y = x + \frac{\lambda}{2} + p\lambda}$$

   Il s'agit de plans obliques parallèles au mur (cf schéma, traits vert épais).

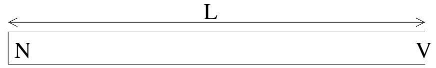
   c) A cause de l'angle de 45°, la distance entre les plans est $\boxed{d = \frac{\lambda}{\sqrt{2}}}$.

   d) On a $\lambda = c/f$ donc $\boxed{d = \frac{c}{\sqrt{2}f}} = \underline{54,6\,\mathrm{cm}}$. Les plans "silencieux" sont espacés comme les sièges... cela peut être problématique pour écouter la musique. Il est nécessaire d'avoir une surface partiellement absorbante, et créer des réflexions plus complexes (surface non plane, à trous et reliefs) pour éviter ce désagrément.

II. Ondes sonores dans un didjéridoo

1. L'existence de noeuds et de ventres laisse penser qu'il s'agit d'ondes stationnaires. C'est le principe général des instruments de musique. Les deux conditions aux limites introduisent un changement brutal de milieu : bouchon, ou fin du guide d'onde. Dans les deux cas cette discontinuité génère une onde réfléchie. Par superposition de réflexions multiples on obtient une onde stationnaire [1]

2. Mode fondamental :



   La distance séparant un noeud d'un ventre est $\lambda_1/4$, donc $\boxed{\lambda_1 = 4L}$.

3. On a $\lambda_1 = c/f_1$ d'où $\boxed{f_1 = \frac{c}{4L}}$.

4. a) En utilisant l'oscillogramme, on mesure une période $T_1 \approx 12\,\mathrm{ms}$, d'où $\boxed{f_1 = 1/T_1} = \underline{83,3\,\mathrm{Hz}}$. Cette valeur coïncide avec celle déduite du spectre en considérant le pic du 6è harmonique : $500/6 = 83,3\,\mathrm{Hz}$. Il s'agit d'un son grâve, ce qui est cohérent avec l'idée qu'on peut se faire d'un didjeridoo.

   b) $\boxed{L = \frac{c}{4f_1}} = \underline{1,02\,\mathrm{m}}$.

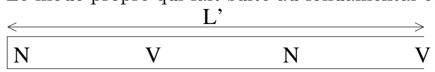
5. On garde la même note donc la même longueur d'onde λ_1. Le mode fondamental aurait une longueur $\lambda_1/2 = L$ donc la longueur serait double : $\underline{L = 2,04\,\mathrm{m}}$.

6. A l'aide de l'oscillogramme on obtient une fréquence $f'_1 = 8/0,11 = \underline{72,7\,\mathrm{Hz}}$.

7. $\boxed{L' = \frac{c}{4f'_1}} = \underline{1,17\,\mathrm{m}}$.

8. L'harmonique $n = 2$ étant absent, le plus important ensuite est l'harmonique de rang $n = 3$.

9. Le mode propre qui fait suite au fondamental comporte une paire noeud-ventre supplémentaire :



   Il vérifie $L' = \frac{3\lambda'_n}{4} = \frac{3c}{4f'_n}$, d'où $f'_n = \frac{3c}{4L'}$ c'est-à-dire $\boxed{f'_n = 3f'_1}$. Donc il s'agit de l'harmonique de rang $n = 3$, celle décrite précédemment.

10. On comprend dès lors que compte-tenu des conditions aux limites (N et V), la succession naturelle des modes propres correspond aux harmoniques impairs, ce qui se vérifie sur le spectre. En effet il y a forcément un nombre impair d'intervalles N-V ou V-N, donc $(2p+1)\frac{\lambda}{4} = L'$ avec $p \in \mathbb{N}$. D'où $\boxed{f'_{2p+1} = (2p+1)f'_1}$.

11. $\boxed{I_k = I_0\,1010}$ avec $k = 1, 2$. On obtient $I_1 = 1,6e-5\,\mathrm{W.m^{-2}}$ et $I_1 = 3,2e-5\,\mathrm{W.m^{-2}}$.

12. On additionne les intensités : $L_S = 10\,\log\left(\frac{I_1+I_2}{I_0}\right)$, d'où $\boxed{L_S = 10\,\log\left(10^{\frac{L_{S1}}{10}} + 10^{\frac{L_{S2}}{10}}\right)} = \underline{76,8\,\mathrm{dB}}$.

1. En réalité les réflexions n'étant pas parfaites, les amplitudes des ondes progressives décroissent au gré des réflexions successives. Ceci implique que l'onde n'est pas parfaitement stationnaire : en réalité elle dissipe ou rayonne à l'extérieur une partie de l'énergie, ce qui est compensé par l'apport continuel par l'instrumentiste. Il se produit d'ailleurs la même chose pour la corde de Melde.